Clase Práctica

Título: Sistemas de Ecuaciones Lineales. (2)

Objetivos:

1. **Clasificar los SEL en homogéneos, no homogéneos, compatibles, determinados e indeterminados y en incompatibles.**
2. **Resolver SEL utilizando el método de Gauss en forma matricial.**
3. **Resolver SEL utilizando el método de Cramer.**

Bibliografía: "Álgebra Lineal" María Virginia Varela y otros

Desarrollo

Ejercicio 1. (Ejercicio de autopreparación)

Determinar los valores de m para los cuales el siguiente sistema de ecuaciones lineales tenga

a) Solución única

b) infinitas soluciones

$$\begin{cases} 3x + \mathbf{m}\, y = 0 \\ (\mathbf{m}-2)\, x + 5y = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2.

Mostrar que el SEL siguiente tiene infinitas soluciones si **c =5a + 2b**

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 = a \\ -4x_1 + x_2 - x_3 = b \\ 7x_1 + 12x_2 - 22x_3 = c \end{cases}$$

Método de Cramer

Discutir el método de Cramer para resolver los sistemas de ecuaciones lineales compatibles con igual número de ecuaciones que de incógnita.

Para un sistema compatible determinado de tres ecuaciones con tres incógnitas la fórmula de Cramer es la siguiente: pág. 39

$$x_1 = \frac{D_1}{D} \qquad x_2 = \frac{D_2}{D} \qquad x_3 = \frac{D_3}{D}$$

donde D = $|A|$ y D_1 , D_2 y D_3 son los determinantes de las matrices que resultan al sustituir respectivamente las columnas 1, 2 y 3 de la matriz A del sistema por la columna formada por los términos independientes

Nota: Observen que para aplicar el método de Cramer debe cumplirse que:

1. El sistema tenga igual número de ecuaciones que de incógnitas
2. D = $|A|$ determinante de la matriz del sistema sea diferente de cero (garantiza que el sistema sea compatible determinado)

Ejercicio 3:

Resolver el sistema de ecuaciones lineales dado usando el método de Cramer.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

Ejercicio 4:

Dadas las matrices $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad B = \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \\ 5 \end{bmatrix}$ $\quad X = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

a) Escribir el sistema de ecuaciones lineales que representa la ecuación matricial A.X=B
b) Resolver el sistema de ecuaciones lineales A.X=B usando la matriz inversa.

Ejercicios adicionales

1. Clasificar los siguientes sistemas de ecuaciones lineales y resolverlos por el método de Gauss.

a) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 1 \\ -x_1 + 2x_2 + x_4 = 0 \\ 4x_2 - x_3 = 3 \\ 2x_1 + 4x_3 + 3x_4 = 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_4 + 2x_5 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 2 \\ 2x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + 2x_3 + x_4 + 5x_5 = 3 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 2 \end{cases}$

2. Resolver el siguiente sistema de ecuaciones lineales por el método de Cramer:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \end{cases}$$

3. Analice para qué valores de a y b el siguiente sistema de ecuaciones lineales es compatible.

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 2x + ay + z = b \\ -x + 2y - az = 0 \end{cases}$$

Estudio Individual:

Ejercicios resueltos: 10, 12, 13páginas 80 a 84
Ejercicios Propuestos: 9, 10, 15, 16, 17, 18, 20, 24 a), 25, 26 páginas 85 a 88