CARRERA INGENIERÍA INDUSTRIAL

ASIGNATURA: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES II

CLASE PRACTICA 4

TEMA 4. SIMULACIÓN.

Objetivos: Que el alumno se capaz de:

- **Diseñar y ejecutar usando un lenguaje de Simulación un modelo que dé respuesta a un problema de toma de decisiones en el área de la ingeniería industrial**.

Método: Elaboración conjunta

Medios: Tiza y pizarra, Libro de texto, MDD, PV.

Tipo de clase: Clase Práctica.

Bibliografía: Métodos cuantitativos para la toma de decisión en Administración.

Materiales Didácticos Digitales entregados por el profesor

Ejercicio No.1 Simulación para estimar perdidas por roturas de equipos
En una industria se registraron la cantidad de equipos dañados que llegan diariamente durante 200 días y se desea simular el comportamiento para un próximo período (10 días, 1 semestre, 1 año, etc.) con vistas a estimar las perdidas por equipos dañados. Cada equipo que se daña tiene un costo de reparación de $125.00

Tabla de equipos dañados diariamente

Eq. dañados	días
0	10
1	20
2	40
3	60
4	40
5	30
total	200

SOLUCIÓN

Paso 1: definición de los objetivos

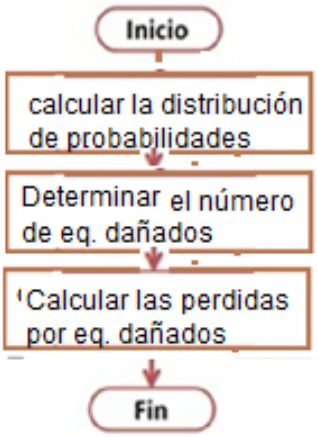
- Estimar las perdidas por equipos dañados (próximos 10 días)

Paso 2: formulación del modelo

Perdidas = número de equipos dañados * costo de reparación

Paso 3: diseño del experimento

La variable aleatoria será la cantidad de equipos que se dañan diariamente (variable discreta), Se realizarán 10 corridas que representan cada uno de los días del periodo.



Paso 4: realización del experimento

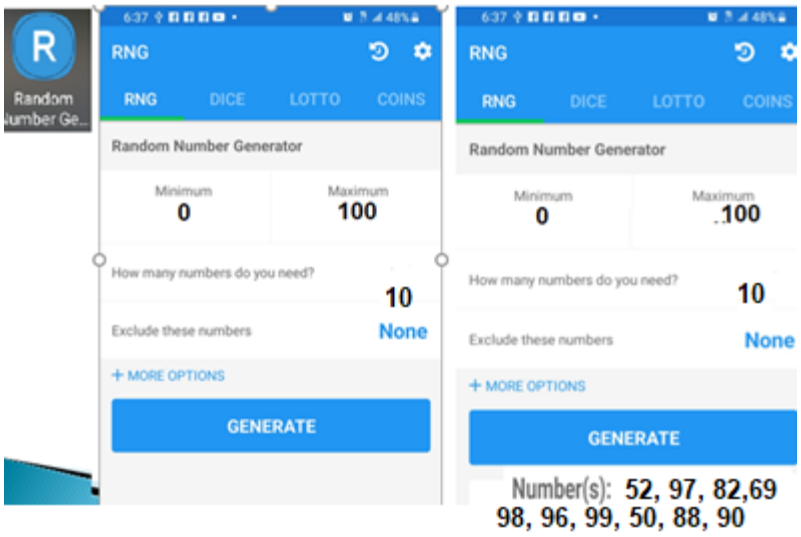
4.1 Establecer la distribución de probabilidad

Eq. dañados	días	Probabilidad
0	10	0.05
1	20	0.10
2	40	0.20
3	60	0.30
4	40	0.20
5	30	0.15
total	200	1

4.2 Calcular la distribución acumulada y el intervalo

Eq. dañados	días	Probabilidad	L. inferior	L. superior
0	10	0.05	1	5
1	20	0.10	5	15
2	40	0.20	15	35
3	60	0.30	35	65
4	40	0.20	65	85
5	30	0.15	85	100

4.3 Generar 10 números aleatorios entre 0 y 1 ó entre 0 y 100 para cada corrida



4.4 Repetir el proceso hasta 10 corridas.

corrida	No. Aleatorio	Eq. dañado simulado
1	52	3
2	37	3
3	82	4
4	69	4
5	98	5
6	96	5
7	33	2
8	50	3
9	88	5
10	90	5
	TOTAL	39

Eq. dañados	L. inferior	L. superior
0	0	5
1	5	15
2	15	35
3	35	65
4	65	85
5	85	100

Paso 5: Evaluación de los resultados

Perdidas = número de equipos dañados * costo de reparación

Perdidas = 29 * $125 = $4 875.00

R/ Las perdidas por equipos dañados durante los 10 días se estimas en $4 875.00

Ejercicio No. 2 Simulación en Excel para estimar el promedio de ventas diarias

Una MIPYME desea estimar el valor promedio de las ventas diarias de un producto a partir de los datos observados en el último semestre. Para esto realiza una simulación de la demanda diaria durante 10 días del producto que tiene un precio de venta de $5.00

Además, desea comparar el promedio de artículos vendidos diariamente con el V.E.

Demanda diaria	Probabilidad
1500	20%
1700	30%
2100	40%
2400	10%

Objetivo: Estimar el valor promedio de las ventas diarias y comparar el promedio de artículos vendidos diariamente con el V.E.

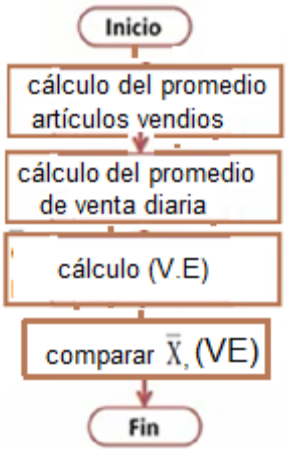
Formulación del modelo:

Valor de las ventas = número de artículos vendidos * precio de ventas

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{n} Xi / n$$

$$(VE) = \sum_{i=1}^{n} Xi\ P(Xi)$$

Paso 3: diseño del experimento

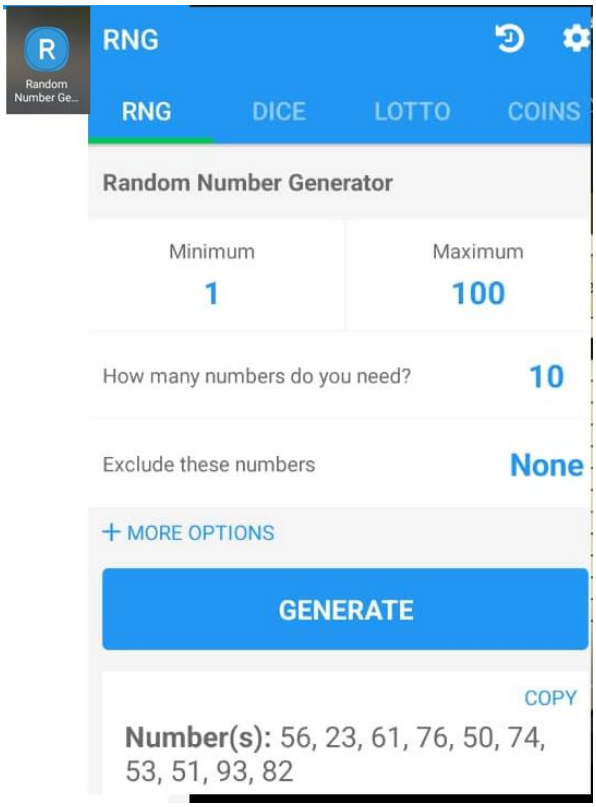


Paso 4: realización del experimento

- Establecer la distribución de Probabilidades Acumuladas.

Demanda diaria	Probabilidad	Probabilidad Acumulada	Límite inferior	Límite superior
1500	0.20	0.20	1%	20%
1700	0.30	0.50	21%	50%
2100	0.40	0.90	51%	90%
2400	0.10	1.00	91%	100%

- Generar los números aleatorios y determinar la demanda.



Solución con Excel







Día	Aleatorio	Demanda
1	56	2100
2	23	1700
3	61	2100
4	76	2100
5	50	2100
6	74	2100
7	53	2100
8	51	2100
9	93	2400
10	82	2100
		20 900

Estadística descriptiva

Rol muestreo
2100.0 1700.0 2400.0
2100.0 2100.0 2100.0
2100.0 2100.0 2100.0
2100.0

Rol creciente
1700.0 2100.0 2100.0
2100.0 2100.0 2100.0
2100.0 2100.0 2100.0
2400.0

Tamaño de la muestra: 10
Suma de X: 20900.00
Suma de X cuadrado:
43930000.00

Valor mínimo: 1700.0
1º cuartil: 2100.00
Mediana: 2100.00
3º cuartil: 2100.00
Máximo: 2400.0
Amplitud: 700.00
Media Aritmetica: 2090.00

Evaluación de los resultados

Valor de las ventas = promedio de artículos vendidos diariamente * precio de ventas

Valor de las ventas = 2090*$5.00

Valor de las ventas = $10 450.00

Calculo del Valor Esperados

V(E) = 1500(0.20) + 1700(0.30) +2100(0.40) +2400(0.10)

V(E) = 1890.00

promedio de artículos vendidos diariamente	Valor Esperados
2090	1890

Ejercicio No. 3 Simulación de incertidumbre en la Duración de un Proyecto

Contexto:
Se estás construyendo una obra con 3 actividades críticas, **cimentación**, **estructura** y **terminación**, pero no conoces con exactitud cuánto durará cada una (hay incertidumbre).

Se estiman estos tiempos de duración

ACTIVIDAD	Optimista	Más probable	Pesimista
Cimentación	5	7	10
Estructura	8	10	15
terminación	6	9	12

Los datos de la variable duración siguen una distribución triangular en la que la duración optimista tiene una probabilidad de ocurrencia del 10%, la duración más probable del 60% y la duración pesimista del 30%.

DURACIÓN	Probabilidad
Optimista (O)	0.10
Más probable (M)	0.60
Pesimista (P)	0.30

Pregunta:
¿Cuál es la probabilidad de que el proyecto termine en **25 días o menos**?

¿Cuál es el tiempo promedio de ejecución del proyecto?

SOLUCIÓN

Paso 1: definición de los objetivos

- Calcular la probabilidad de que el proyecto termine en 25 días o menos

Paso 2: formulación del modelo

- Calcular la duración del proyecto sumando la duración de las tres actividades de cada corrida.

$$\text{Duración del proyecto} = \Sigma \text{ duración de cada actividad}$$

- Determinar el número de días que sea menor o igual (≤) 25 días.

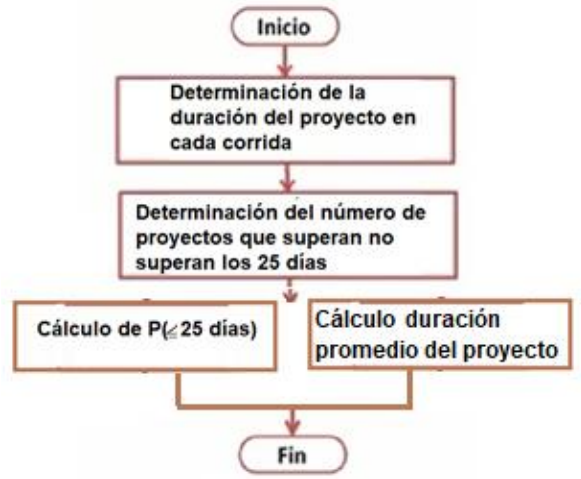
- Calcular la probabilidad teniendo en cuenta el número de corridas.

$$P(x \leq 25) = \text{cumplen la condición / número de corridas.}$$

- Calcular la duración promedio del proyecto

Paso 3: diseño del experimento

Para alcanzar el objetivo (calcular la probabilidad que el proyecto termine en 25 días o menos) la variable aleatoria será el tiempo de duración estimado de cada actividad que sigue una distribución triangular; se generarán números aleatorios (seudo aleatorios) con algún método de los posibles, en este caso APP para teléfono móvil.
Tendrá que repetirse el experimento 10 ó 20 corridas, atendiendo a que no contamos con otras herramientas como Excel, de lo contrario se podría aumentar el número de corridas para aumentar su precisión

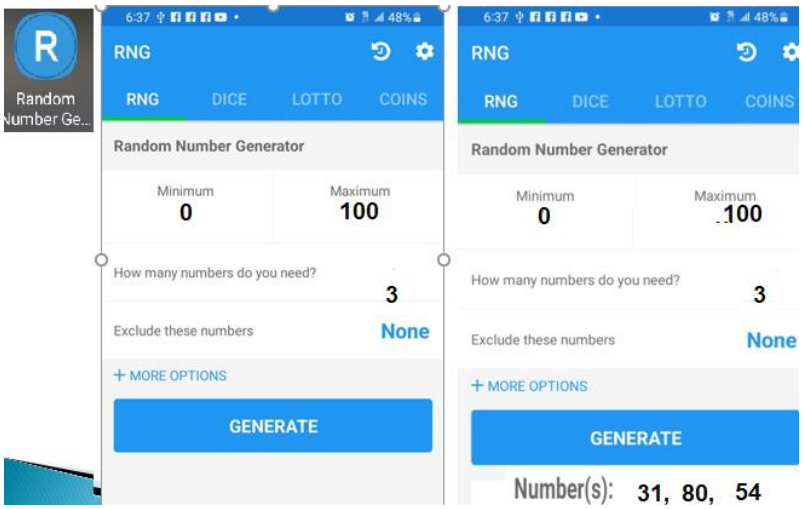


Paso 4: realización del experimento

4.1 Determinar la probabilidad acumulada de la distribución

DURACIÓN	Probabilidad	Probabilidad acumulada	Intervalo
Optimista (O)	0.10	0.10	0.00 – 0.10
Más probable (M)	0.60	0.70	0.101 – 0.70
Pesimista (P)	0.30	1.00	0.701 – 1.00

4.2 Generar 3 números aleatorios entre 0 y 1 ó entre 1 y 100 para cada actividad.



4.3 Repetir el proceso hasta 10 corridas.

ACTIVIDAD	Optimista	Más probable	Pesimista
Cimentación	5	7	10
Estructura	8	10	15
terminación	6	9	12

DURACIÓN	Probabilidad	Probabilidad acumulada	Intervalo
Optimista (O)	0.10	0.10	0.00 – 0.10
Más probable (M)	0.60	0.70	0.101 – 0.70
Pesimista (P)	0.30	1.00	0.701 – 1.00

Simulación	N° Aleatorio	Cimientos	Paredes	Techo	Total	¿≤25 días?
1	0.31, 0.80, 0.54	7	15	9	**31**	No
2	0.61, 0.44, 0.26	7	10	9	**26**	No
3	0.05, 0.72, 0.10	5	10	6	**21**	**Sí**
4	0.71, 0.63, 0.95	5	10	12	**27**	No

5	0.80, 0.82, 0.31	10	15	9	**34**	No
6	0.31, 0.62, 0.71	7	10	12	**29**	No
7	0.07, 0.79, 0.52	5	15	9	**29**	No
8	0.45, 0.31, 0.08	7	10	6	**23**	**SI**
9	0.99, 0.11, 0.18	10	10	9	**29**	No
10	0.25, 0.24, 0.79	7	10	12	**29**	No
				Total	**278**	
				Número de días (≤) 25		**2**

Paso 5: Evaluación de los resultados

a) De las 10 corridas realizadas solo 2 están por debajo de los 25 días entonces se calcula l probabilidad

P(x≤25) = 2 / 10 = 0.2 ó 20%

Ra/ se espera que la probabilidad de que el proyecto termine en 25 0 menor días es del 20%

b) Duración promedio del proyecto

$$\overline{X} = \Sigma xi / N = 278 / 10 = 27.8 \text{ días}$$

Ra/ Se estima que la duración media de un proyecto es de 27.8 días

Ejercicio No. 4 Simulación en Sistemas de Servicio

Un punto de peaje está tratando de determinar cuántos servidores construir. De manera más específica, desea saber si una ventanilla será suficiente. Debido a las limitaciones de estacionamiento, el punto no quiere más de tres carros esperando en la línea a la vez. Se dispone con la siguiente información.

Tiempo entre llegadas (m)	Probabilidad
0.2	0.30
0.4	0.30
0.6	0.20
0.8	0.10
1.00	0.1

Tiempo de servicio (m)	Probabilidad
0.5	0.10
1	0.50
1.5	0.30
2	0.10

Diseñe un experimento donde simule las primeras 10 llegadas de clientes para estimar si el largo de la cola promedio no supera los 3 carros .

SOLUCIÓN

Puede suponerse que una ventanilla es suficiente si la longitud de la línea muy pocas veces excede a tres. Si pudiera simularse la operación de una sola ventanilla de servicio, podría observarse la longitud de la cola y ver con qué frecuencia excede el límite.

Paso 1: Objetivo.
El objetivo, entonces, es determinar la probabilidad de que las longitudes exceden a tres.

Paso 2: Formulación del modelo.
La simulación incluye un modelo de una cola y un servidor. Se necesitan datos sobre el patrón de llegadas y sobre las tasas de servicio. Por supuesto la tasa de llegadas varía de un día a otro y de una hora a otra en cualquier día se trabaja con las tasa de llegada crítica que se muestra en la tabla siguiente.

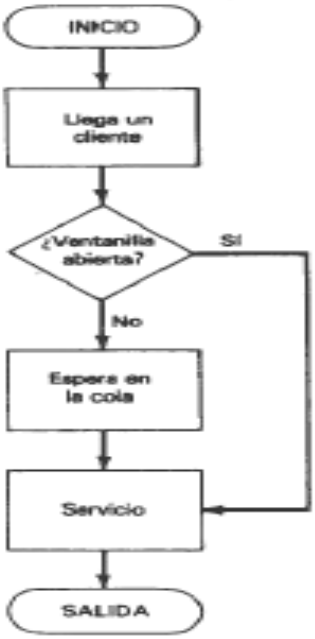
Tiempo entre llegadas (m)	Probabilidad
0.2	0.30
0.4	0.30
0.6	0.20
0.8	0.10
1.00	0.1

Tiempo de servicio (m)	Probabilidad
0.5	0.10
1	0.50
1.5	0.30
2	0.10

Paso 3: Diseño del experimento.

Las variables aleatorias son el tiempo entre llegadas y el tiempo de servicio(variables continuas)

¿Cuán larga necesita ser la Corrida?
Puede comenzarse con 60 minutos de operación y comprobar si se estableció un patrón.
¿Cuántas corridas se necesitan?
Cada corrida sólo es una muestra. Serán necesarias suficientes corridas para constituir una muestra estadística grande. Sabemos que con un tamaño de muestra mayor se obtiene mayor confiabilidad al experimento.
¿Cuáles son las condiciones iniciales?
Es obvio que el hecho de que la cola está vacía o no al comenzar significa alguna diferencia.
El enfoque general en simulación es seleccionar condiciones iniciales reales y quitar los resultados de las primeras (por ejemplo, 10) iteraciones. Esto evita la distorsión de los resultados de estado estable debida a las condiciones iniciales.



Paso 4: Realización del experimento.

4.1 Determinar la probabilidad acumulada de la distribución

Como en este caso la distribución de llegadas está dada para el tiempo entre llegadas, es conveniente usar incrementos de tiempo variables. Entonces cada ciclo se inicia siempre que llegue un cliente. Esto corresponde también a la forma en que el sistema real opera.

Se aplica el proceso de Monte Carlo basado en la tabla de números aleatorios y la transformación que se muestra en la tabla, en la que se calcula las probabilidades acumuladas de las variables aleatorias (tiempo entre llegadas y tiempo de servicio).

Distribución de probabilidades acumuladas de tiempo de llegadas e intervalos

Tiempo entre llegas (m)	Probabilidad	probabilidad acumulada	L. inferior	L. superior
0.2	0.30	0.30	1	30
0.4	0.30	0.60	30	60
0.6	0.20	0.80	60	80
0.8	0.10	0.90	80	90
1.00	0.10	1.00	90	100

Distribución de probabilidades acumuladas de tiempo de servicio e intervalos.

Tiempo de servicio (m)	Probabilidad	probabilidad acumulada	L. inferior	L. superior
0.5	0.10	0.30	1	30
1	0.50	0.60	30	60
1.5	0.30	0.90	60	90
2	0.10	0.90	90	100

Por simplicidad sólo se consideran las 10 primeras llegadas para una corrida. Se usa la tabla para registrar los eventos conforme ocurren, asignando un renglón de la tabla a cada ciclo.

4.2 Generar 10 números aleatorios entre 0 y 1 ó entre 1 y 100 para cada actividad. Para simular los tiempos de llegadas y los tiempos de servicio.

	Llegadas			*Servicio*		*Operación*			
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Núm	*Número aleatorio*	*Tiempo entre llegadas*	*Tiempo de llegada*	*Número aleatorio*	*Tiempo de servicio*	*Tiempo de inicio de servicio*	*Tiempo de terminación de servicio*	*Tiempo de espera*	*Longitud de la cola*
1	6	0.4	0.4	4	1.0	0.4	1.4	—	—
2	2	0.2	0.6	3	1.0	1.4	2.4	0.8	2
3	8	0.6	1.2	6	1.0	2.4	3.4	1.2	2
4	6	0.4	1.6	6	1.0	3.4	4.4	1.8	2
5	1	0.2	1.8	7	1.5	4.4	5.9	2.6	3
6	4	0.4	2.2	2	1.0	5.9	6.9	3.7	4
7	3	0.2	2.4	7	1.5	6.9	8.4	4.5	4
8	5	0.4	2.8	0	2.0	8.4	10.4	5.6	5
9	7	0.6	3.4	8	1.5	10.4	11.9	7.0	5
10	8	0.6	4.0	7	1.5	11.9	13.4	7.9	6

Columna 1 Núm: Cliente que llega (n).

Columna 2 Número aleatorio: Se genera por alguno de los métodos estudiados.

Columna 3 Tiempo entre llegada: El número aleatorio se transforma en la probabilidad acumulada correspondiente a esa variable aleatoria.

Columna 4 Tiempo de llegada del cliente (n):
Tiempo de llegada del cliente (n) = Tiempo de llegada del cliente anterior(n-1) + tiempo entre llegada del cliente (n).

Columna 5 Número aleatorio: Se genera por alguno de los métodos estudiados.

Columna 6 Tiempo de servicio: El número aleatorio se transforma en la probabilidad acumulada correspondiente a esa variable aleatoria

Columna 7 Tiempo de inicio del servicio del cliente (n):
Tiempo inicio del servicio del cliente (n) = Tiempo de terminación del servicio del cliente anterior (n-1) (**C8**)

Columna 8 Tiempo de terminación del servicio del cliente (n):
Tiempo de terminación del servicio del cliente (n) = Tiempo de inicio del servicio del cliente (n) + Tiempo de servicio del cliente (n). (C7+C6)

Columna 9 Tiempo de espera del cliente (n):
Tiempo de espera del cliente (n) = Tiempo de inicio del servicio del cliente (n) – Tiempo de llegada del cliente (n). (C7-C3)

Columna 10 Longitud de la cola:
Para saber que tan larga es la cola el cliente (n) busca en la columna (7) de inicio del servicio hasta encontrar un tiempo menor que el de llegada de él (n) y se cuenta cuantos clientes hay en ese intervalo esperando incluyéndose él

Paso 5: Evaluar el resultado

$P(x \geq 3) = 5 / 10 = 0.50$ ó 50%

Según lo que se obtuvo la longitud de la cola supera los 3 carros en el 50% de los casos por lo que se puede concluir que con una sola ventanilla no se garantiza los requerimientos establecido de no más de 3 carros en la cola.

Ejercicio No. 5 Simulación para el análisis de ganancias
Supóngase que una firma está considerando la introducción de un nuevo producto. Se sabe, con una confianza razonable, que el precio de venta debe ser de $2 por razones competitivas y que los costos fijos serán de $10 000. La firma quiere por lo menos conocer la probabilidad de superar el punto de equilibrio en el primer año de ventas.
Este problema surge gracias a la incertidumbre en cuanto a los costos variables y a la demanda del producto. Las mejores estimaciones son que los costos variables estarán entre $0.95 y $1.05. Se piensa que la demanda dependerá de la reacción de los competidores. Si reaccionan rápidamente en el primer año, se espera que las ventas sean de 8 000, 9 000 o 10 000 unidades. Si no hay reacción fuerte, entonces las ventas pueden llegar a 10 000, 11 000 o 12 000 unidades. La firma piensa que existe un 60% de posibilidades de que sus competidores reaccionen fuertemente.

Paso 1: Objetivo
La administración desea saber el riesgo de seguir adelante con el producto.

¿Qué posibilidad existe de llegar al punto de equilibrio? Esta situación presenta la oportunidad de una simulación:
Existen varias variables interrelacionadas Algunas variables se comportan aleatoriamente
Se dispone de datos sobre las variables No hay disponibilidad inmediata de una solución analítica Con simulación la administración puede "someter a prueba" el nuevo producto muchas veces. Después pueden graficarse los resultados de cada prueba para observar con qué frecuencia se obtiene el punto de equilibrio.
Por tanto, el objetivo será estimar la probabilidad que se supere el punto de equilibrio en el primer año.

Paso 2: Formulación del modelo
La ecuación básica del modelo es la ecuación de la ganancia:

Ganancia = (Ingresos) – (Costos)
Ganancia = (precio*demanda) – (costo variable*demanda) – (costo fijo)
Ganancia = (precio-costo variable)(demanda) - costo fijo

Datos:
Costo fijo = $10 000
Precio = $2

Las variables aleatorias son:
El costo variable que está entre ($0.95 y $1.05)

La reacción competitiva (60% fuerte reacción y entonces un 40% de reacción débil).

La demanda depende de la reacción del competidor (para una reacción fuerte es de 8000, 9000, 10000; para una demanda débil es de 10000, 11000, 12000)

Paso 3: Diseño del experimento
Para alcanzar el objetivo de obtener la probabilidad de superar al punto de equilibrio, tendrá que repetirse el experimento cierto número de veces. Al aumentar el tamaño de la muestra aumenta la confiabilidad de los resultados se emplearan 100 corridas, será necesario registrar para cada corrida los valores cada variable aleatoria y de las ganancias resultantes

A continuación se muestra un diagrama de flujo para el modelo completo. Al seleccionar en forma aleatoria una reacción del competidor, las posibilidades de demanda se vuelven conocidas. La selección aleatoria de una demanda y un costo variable harán posible calcular la ganancia. Así, se tiene un modelo para simular la introducción de un nuevo producto.



Paso 4: Realización del experimento
Las mejores estimaciones son que los costos variables estarán entre $0.95 y $1.05, si se establecen intervalos de 1 centavo será 11 valores

Código para el costo variable

Número	*Costo variable*
1	$0.95
2	0.96
3	0.97
4	0.98
5	0.99
6	1.00
7	1.01
8	1.02
9	1.03
10	1.04
11	1.05

Se espera que hay un 60% de posibilidades que la reacción competitiva será fuerte y la demanda se corresponderá según la reacción competitiva como se indica en la siguiente tabla

Códigos para la reacción competitiva y la demanda

		Demanda		
Número	*Reacción competitiva*	*Número*	*Reacción fuerte*	*Reacción débil*
1	Fuerte	1	8 000	10 000
2		2	9 000	11 000
3		3	10 000	12 000
4				
5				
6	Fuerte			
7	Débil			
8				
9				
10	Débil			

Ahora se realiza el experimento siguiendo los siguientes pasos

1- Se genera un número aleatorio, se transforma y se selecciona el costo variable.
2- Se genera un número aleatorio, se transforma y se selecciona la reacción competitiva.
3- Se genera un número aleatorio se transforma y se selecciona la demanda, según la reacción competitiva obtenida .
4- Con los valores obtenidos se calculan las ganancias.
5- Se repite el proceso hasta obtener 100 corridas y se tabulan los resultados

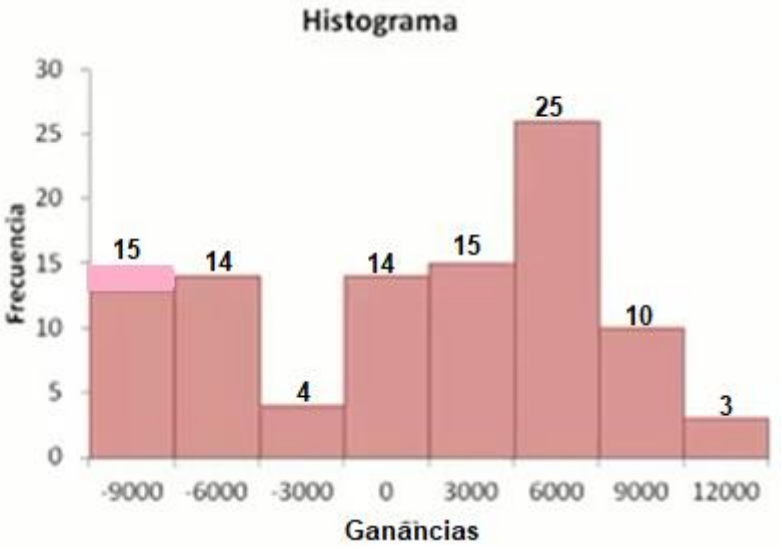
La siguiente tabla muestra las primeras 10 corridas de la simulación

Resultados de la simulación

Costo variable		*Reacción competitiva*		*Demanda*		
Número aleatorio	Costo, $	Número aleatorio	Reacción	Número aleatorio	Demanda	Ganancia, $
2	0.96	9	Débil	3	12 000	2480
8	1.02	10	Débil	2	11000	780
9	1.03	3	Fuerte	3	10 000	-300
10	1.04	2	Fuerte	2	9000	-1360
3	0.97	9	Débil	1	10 000	300
11	1.05	4	Fuerte	2	9000	–1450
10	1.04	2	Fuerte	3	10 000	-400
5	0.99	6	Fuerte	1	8000	-1920
7	1.01	3	Fuerte	2	9000	-1090
11	1.05	6	Fuerte	2	9000	-1450

Paso 5: Evaluación de los resultados
Con una computadora, las 100 repeticiones dieron los siguientes resultados:

Media	878,8
Desviación estándar	6688,9
Mínimo	-11800,0
Máximo	10000,0



Se construye un histograma que da la distribución de probabilidad que resultó del experimento

$$P(x>0) = 53 / 100 = 0.53 \text{ ó } 53\%$$

Después de 100 corridas se obtiene que en un 53% se obtienen ganancias mientras que en un 47% no, existiendo alto riesgo al invertir en el producto.