CARRERA INGENIERÍA IDUSTRIAL
Asignatura: Investigación de operaciones **Año: 3er.**
Modalidad de estudio: Curso POR ENCUENTRO.

EJERCICIOS DE LA CLASE PRÁCTICA 1

TEMA 2. Programación Lineal.

Ejercicio 1. En una MIPYME que está encadenada con la Fábrica de Cemento de Artemisa se reparan equipos ligeros y equipos pesados a la población, obteniendo $300 de utilidades por cada equipo ligero reparado y $400 por cada equipo pesado. Tienen la limitante que no se pueden reparar más de 300 equipo ligeros y no más de 200 equipos pesados. La MIPYME cuenta con 900 horas de tiempo disponible cada mes, mientras que el tiempo de reparar los equipos ligeros es de 2 horas y el de los pesados es de 3 horas. ¿Cuántos equipos ligeros y pesados deben repararse para maximizar las utilidades

Datos:

EQUIPOS	**LIGERO**	**PESADO**	**DISPONIBILIDAD**
utilidad	**300**	**400**	
restricción 1	**≤300**		
Restricción 2		**≤200**	
Restricción 3	**2 h**	**3h**	**≤900**

Paso 1: Definición de las variables de decisión.

X_1: Cantidad equipos ligeros que deben reparase.

X_2: Cantidad equipos pesados que deben reparase.

Paso 2: Construcción de la función objetivo.

Máx. $Z = 300X_1 + 400X_2$

Paso 3: Construcción del sistema de restricciones.

$X_1 \leq 300$ para equipos ligeros

$X_2 \leq 200$ para equipos pesados

$2X_1 + 3X_2 = 900$

$X_i \geq 0$ restricción de no negatividad, entero

Ejercicio 2. Unos grandes almacenes encargan a un fabricante pantalones y chaquetas deportivas. El fabricante dispone para la confección de 750 m de tejido de algodón y 1000 m de tejido de poliéster. Cada pantalón precisa 1 m de algodón y 2 m de poliéster, y cada chaqueta precisa 1,5 m de algodón y 1 m de poliéster. El precio del pantalón se fija en 50 $ y el de la chaqueta en 40 $. ¿Qué número de pantalones y chaquetas debe suministrar el fabricante a los almacenes para que éstos consigan una venta máxima?

Datos.

Artículos Restricciones	**Pantalones**	**Chaquetas**	**Disponibilidad**
Precio	**50 $**	**40 $**	
Algodón	**1 m**	**1.5 m**	**≤ 750**

Poliester	**2 m**	**1 m**	**≤ 1000**

Paso 1: Definición de las variables de decisión.

X_1: número de pantalones.

X_2: número de chaquetas

Paso 2: Construcción de la función objetivo.

Máx. $Z = 50X_1 + 40X_2$

Paso 3: Construcción del sistema de restricciones.

$X_1 + 1.5X_2 \leq 750$ para los pantalones

$2X_1 + X_2 \leq 1000$ para las chaquetas

$X_i \geq 0$ restricción de no negatividad, entero

Ejercicio 3. Una Cia. Minera internacional extrae mineral base de dos minas (A y B) .
El mineral de la mina A contiene como promedio 20% de Cobre, 20% de Zinc y 15% de Manganeso.
El mineral de la mina B contiene como promedio 30% de Cobre, 25% de Zinc y 10% de Manganeso.
Extraer una tonelada de mineral de la mina A cuesta $90 y de la mina B cuesta $120.
A la compañía minera le acaban de hacer un pedido y necesita entregar al menos 8 ton. de Cobre, al menos 6 ton de Zinc y al menos 5 ton de Manganeso con el menor costo posible**.**

Datos:

Minas	**A**	**B**	**Solicitud**
Costo	**$90**	**$120**	
Cu	**0.20**	**0.30**	**≥ 8 t**
Zinc	**0.20**	**0.25**	**≥ 6 t**
Mg	**0.15**	**0.10**	**≥ 5 t**

Paso 1: Definición de las variables de decisión.

X_1: Cantidad extraído de la mina A.

X_2: Cantidad extraído de la mina B.

Paso 2: Construcción de la función objetivo.

Min. $Z = 90X_1 + 120X_2$

Paso 3: Construcción del sistema de restricciones.

$0.20X_1 + 0.30X_2 \geq 8$ para el Cobre

$0.20X_1 + 0.25X_2 \geq 6$ para el Zinc

$0.15X_1 + 0.10X_2 \geq 5$ para el Manganeso

$Xi; \geq 0$ restricción de no negatividad

Ejemplo 4. (De mezcla Libro de texto "Métodos cuantitativos para la toma de decisiones en administración" pág. 162.)

Una MIYME que da servicio de limpieza prepara sus propias soluciones mezclando dos ingredientes para preparar una solución que tiene lo que considera de fosfato y cloruro. Un ingrediente tiene un 5% de fosfato y 2% de cloruro y cuesta 25 cent/oz. El otro ingrediente tiene 7% de fosfato y 1% de cloruro y cuesta 20 cent/oz. La MIPYME necesita que la mezcla final tenga no más de 6% de fosfato y no más de 11/2% de cloruro. El objetivo es minimizar costos

Datos

Ingrediente	1	2	limitante
Costo (cent/oz)	25	20	
Restric. 1 Fosfato %	5	7	≤ 6
Restric. 2 Cloruro%	2	1	≤ 1 1/2
Restric. 3 Proporción	1	1	= 1

Paso 1: Definición de las variables de decisión.

X_1: onza del ingrediente 1 por onza de solución

X_2: onza del ingrediente 2 por onza de solución

Paso 2: Construcción de la función objetivo.

MÁX. $Z = 25 X_1 + 20 X_2$

Paso 3: Construcción del sistema de restricciones.

Restricción 1 $5 X_1 + 7 X_2 \geq 6$ para fosfato
Restricción 2 $2 X_1 + X_2 \geq 1.5$ para cloruro
Restricción 3 $X_1 + X_2 = 1$ conformación de la mezcla
Restricción 4 $Xi \geq 0$ $i = 1, 2$ $Xi \geq 0$ $i = 1, 2$ No negatividad de las variables

Ejemplo 5. (De mezcla Libro de texto "Métodos cuantitativos para la toma de decisiones en administración" pág. 164.)

Una empresa cuenta con un fondo de inversión de $10 000 y existen dos proyectos A y B para invertir, para estar seguro se piensa que la inversión en el proyecto A no debe ser superior a 25% del total y debe ser por lo menos el 10%. En el proyecto B se quiere invertir por lo menos $4 000, Se estima que la tasa anual de rendimiento del proyecto A es de 10% y del proyecto B es de 8%. Cuanto se debe invertir el cada proyecto para maximizar las ganancias.

Proyecto	Proy. A (X_1)	Proy. B (X_2)	limitante
Tasa anual de rendimiento	10	8	
Presupuesto 1	1	1	≤ 10 000
Restricción 2	1		≤ 25%($X_1 + X_2$)
Restricción 3	1		≥ 10% ($X_1 + X_2$)
Restricción 4		1	≥ $4 000

Paso 1: Definición de las variables de decisión.

X_1: Dinero invertido en el proyecto A

X_2: Dinero invertido en el proyecto B

Paso 2: Construcción de la función objetivo.

MÁX. $Z = 10X_1 + 8X_2$

Paso 3: Construcción del sistema de restricciones.

Restricción 1 $X_1 + X_2 \leq 10\,000$ dinero máximo a invertir (fondo de inversión)
Restricción 2 $X_1 \leq 0.25 (X_1 + X_2)$ transformando se tiene
$X_1 \leq 0.25 X_1 + 0.25X_2$
$X_1 - 0.25 X_1 - 0.25X_2 \leq 0$
$0.75X_1 - 0.25X_2 \leq 0$
Restricción 3 $X_1 \geq 10\% (X_1 + X_2)$ transformando se tiene

$X_1 \geq 0.1X_1 + 0.1X_2$

$X_1 - 0.1X_1 - 0.1X_2 \geq 0$

$0.9X_1 - 0.1X_2 \geq 0$

Restricción 4 $X_2 \geq \$4\ 000$

Restricción 5 $Xi \geq 0$ $i = 1, 2$ **No negatividad de las variables**

Ejercicio 6. Un fabricante de gasolina de avión vende dos clases de combustible A y B. El combustible A tiene un 25% de gasolina grado 1, un 25% de gasolina grado 2 y un 50% de gasolina grado 3. El combustible B tiene un 50% de gasolina grado 2 y otro 50% de gasolina grado 3. Dispone para producir 500 gl /h de gasolina grado 1 y de 200 gl/h respectivamente de la gasolina grado 2 y grado 3. Los costos son 30 centavos por litro la de grado 1, 50 centavos por litro la de grado 2 y 60 centavos por litro la de grado 3. El combustible A puede venderse a 75 centavos litro y el combustible B a 90 centavos el litro. ¿Qué cantidad debe producirse para obtener las mayores utilidades?

Datos.

Combustible	**A**	**B**	**Disponibilidad**	**Costo**
G 1º	**0.25**	**0.00**	**≤ 500**	**30 cent/l**
G 2º	**0.25**	**0.50**	**≤ 200**	**50 cent/l**
G 3	**0.50**	**0.50**	**≤ 200**	**60 cent/l**
Venta combustible	**75 cent/l**	**90 cent/l**		
Costo Combustible	**0.25(30) +0.25(50) +0.50(60) = 50**	**0.00(30) +0.50(50) +0.50(60) = 55**		
Utilidad	**75 -50 = 25**	**90 – 55 = 35**		

Paso 1: Definición de las variables de decisión.

X_1: cantidad de combustible A.

X_2: cantidad de combustible B.

Paso 2: Construcción de la función objetivo.

Máx. $Z = 25X_1 + 35X_2$

Paso 3: Construcción del sistema de restricciones.

$0.25X_1 \leq 500$ para la G 1º

$0.25X_1 + 0.50X_2 \leq 200$ para la G 2º

$0.50X_1 + 0.50X_2 \leq 200$ para la G 3º

Ejercicio 7 Determine gráficamente la solución óptima al siguiente problema de programación lineal MIN Z = 5 X_1+ 2 X_2 Sujeto a:

3 X_1 + 6 X_2 ≥ 18

5 X_1 + 4 X_2 ≥ 20

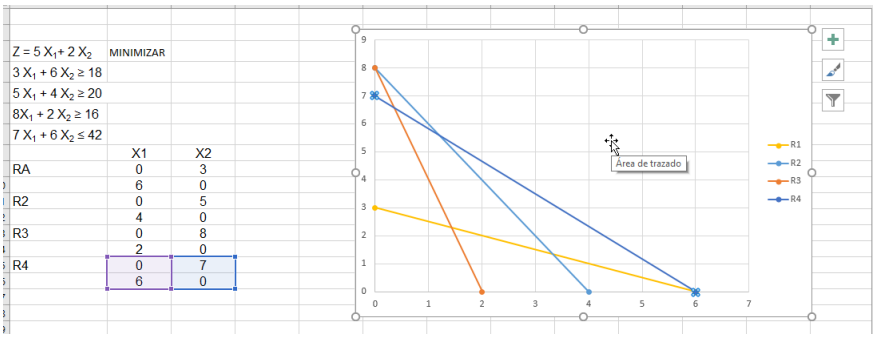
8X_1 + 2 X_2 ≥ 16

7 X_1 + 6 X_2 ≤ 42

X_1, X_2 ≥ 0

Solución

Ejercicio 1 X_1= 6; X_2= 0; Z= 30



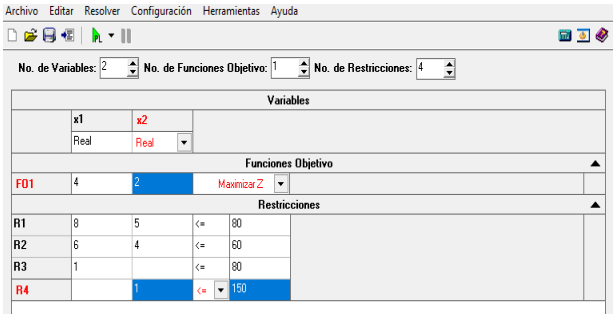
Ejercicio 8 La empresa ELINSEC fabrica dos tipos de insecticidas y cada uno requiere de una técnica diferente de fabricación. Cada litro de insecticida ANTO requiere 8 horas de mezclado, 6 horas de proceso y se obtiene una ganancia de $ 4.00. Cada litro de insecticida BENTO requiere 5 horas de mezclado, 4 horas de proceso y se obtiene una ganancia de $ 2.00. Se dispone de 80 horas para mezclado y 60 horas para proceso cada mes. Se ha pronosticado que la demanda mensual del insecticida ANTO no es más de 80 litros y para el BENTO no más de 150 litros.

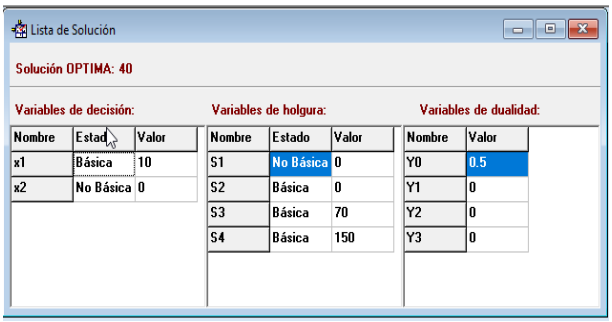
a) Plantee el modelo de programación lineal correspondiente a la situación antes descrita si lo que se quiere es maximizar la ganancia.

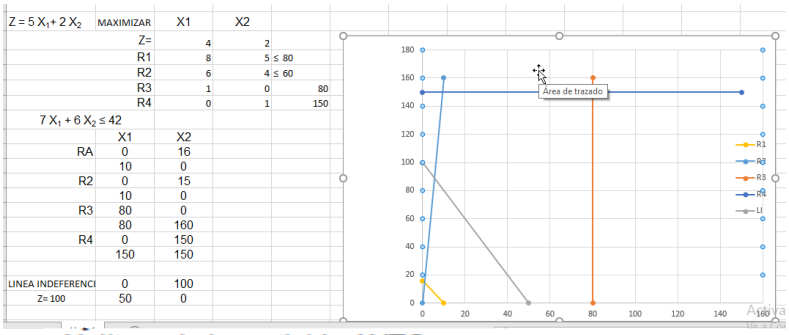
b) Resuelva el problema por el método gráfico.

Solución

VARIABLES	X1 (ANTO)	X2 (BENTO)	DISPONIBLE
R1 MEZCLADO	8	5	≤ 80 HORAS
R2 PROCESO	6	4	≤ 60 HORAS
PRODUCCIÓN ANTO	X1	0	≤ 80
PRODUCCIÓN BENTO	0	X2	≤ 150
MAX Z	2	2	







X_1 litros de insecticida ANTO
X_2 Litros de insecticida BENTO

$8\ X_1 + 5\ X_2 \leq 80$ Horas de mezclado
$6\ X_1 + 4\ X_2 \leq 60$ (horas proceso)
$X_1 \leq 80$
$X_2 \leq 150$
MAX $Z = 4\ X_1 + 2\ X_2$ (GANANCIA)
Se deben producir 10 litros de insecticida ANTO, no se produce el insecticida BENTO y se logra una ganancia de $ 40

Ejercicio 9 Una fábrica elabora 2 tipos de envases, envases plásticos y envases de metal. Cada uno de ellos debe ser procesado en 2 máquinas diferentes. Una máquina tiene capacidad disponible 24 horas/día y la otra 16 horas/día. Cada envase de plástico requiere de 2 horas en cada máquina. Cada envase de metal necesita de 3 horas en la primera máquina y de 1 hora en la segunda. La ganancia que se obtiene es de $2 por envase de plástico y $1 por envase de metal. La fábrica puede vender tantos envases como pueda. El objetivo de la empresa es maximizar las ganancias. ¿Cuántas envases debe producir de cada tipo?
a) Plantee el modelo de programación lineal correspondiente a la situación antes descrita.
b) Resuelva el problema por el método gráfico.

Solución

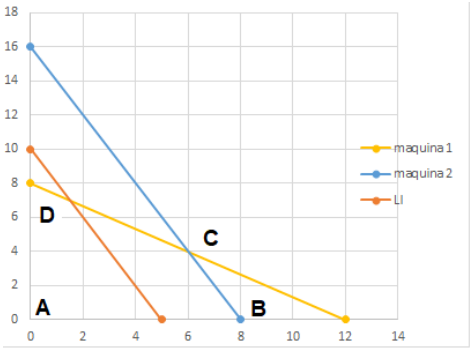
VARIABLES	X1 (plástico)	X2 (metal)	DISPONIBLE
R1 Máquina 1	2	3	≤ 24 HORAS
R2 Máquina 2	2	1	≤ 16 HORAS
MAX Z	$ 2	$ 1	

SOLUCIÓN

Variables: X_1 envases plásticos
X_2 envases de metal

F.O: MAX $Z = 2X_1 + X_2$

$2X_1 + 3X_2 \leq 24$
$2X_1 + X_2 \leq 16$
$X_1, X_2 \geq 0$



SOLUCIONES ACEPTABLES		
Z_A	= 2(0) + 1(0)	= 0
Z_B	= 2(8) + 1(0)	**= 16 S.O**
Z_C	= 2(6) + 1(4)	**= 16 S.O**
Z_D	= 2(0) + 1(8)	= 8

Respuesta: Producir 6 envases plásticos y 4 de metal con una ganancia de $ 16 otra solución puede ser producir 8 envases de plástico y ninguno de metal también con ganacia de $16.

Ejercicio 10 La Constructora Casas Ltda., se ha adjudicado la construcción de 100 casas. El contrato la obliga a construir dos tipos de casas. Para los beneficiarios las casas tienen el mismo costo, pero para la Constructora Casas, éstas tienen un margen de utilidad diferente, así las casas tipo campo arrojan $ 5 100 y las de tipo rancho $ 5 000. El contrato obliga a entregar las casas dentro de los nueve meses de firmado el contrato. Otra información relevante se resume en la siguiente tabla:

Recurso por tipo de casa		Disponibilidad de horas	
Campo	Rancho		
200	100	12000	Carpintero
210	120	16800	Albañil

a) Formule el problema de programación lineal.
b) Encuentre la solución óptima gráficamente.

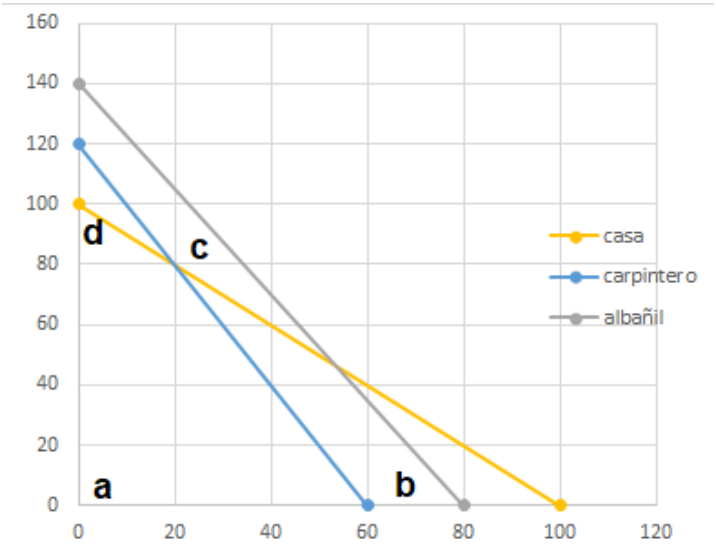
SOLUCIÓN

Variable: X_1 casa campo
X_2 casa rancho

F.O: MAX Z = 5 100 X_1 + 5000 X_2

Restricciones

$X_1 + X_2 = 100$
$200\ X_1 + 100\ X_2 \leq 12\ 000$ carpintero
$210\ X_1 + 120\ X_2 \leq 16\ 800$ albañil
$X_1, X_2 \geq 0$



SOLUCIONES ACEPTABLES		
Z_s	= 5100(0) + 5000(0)	= 0
Z_b	= 5100(60) + 5000(0)	= 306 000
Z_c	= 5100(20) + 5000(80)	**= 502 000 S.O**
Z_d	= 5100(0) + 5000(100)	= 500 000

Respuesta Se deben construir 20 casa de campo y 80 tipo rancho obteniéndose una ganancia de $ 502 000

TEMA 1 PROGRAMACIÓN LINEAL CLASE PRACTICA 1 SEGUNDA PARTE

Ejercicio 5

Considere el siguiente problema de programación lineal

$$\text{MAX } Z = 20X_1 + 25X_2 + 30X_3 + 10X_4$$

$$\begin{aligned} 5X_1 + 3X_2 + 4X_3 + 5X_4 &\leq 1400 \\ 2X_1 + 4X_2 + 3X_3 + 5X_4 &\leq 1200 \\ 1.5X_1 + 2X_2 + X_3 + 4X_4 &\geq 500 \\ 3X_1 + 4X_2 + 6X_3 + 5X_4 &\geq 1100 \\ X_j \geq 0 \qquad j=1\ldots.4 & \end{aligned}$$

Se pide:

a) Agregue las variables necesarias para lograr una solución básica inicial donde B= I
b) Construya la tabla simplex correspondiente a la iteración cero.
c) Diga si la solución del inciso anterior es óptima. Justifique su respuesta.
d) Si la solución hallada en el inciso c) no es óptima, determine el vector que entra a la base y el vector que sale de la base

Solución

a) Solución básica inicial (X_5, X_6, X_9, X_{10}) X_B = (1400; 1200; 500; 1100)

b) Iteración Cero

	Base	Cj	20	25	30	10	0	0	0	0	-w	-w
CB	Variables	XB	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
0	X_5	1400	5	3	4	5	1	0	0	0	0	0
0	X_6	1200	2	4	3	5	0	1	0	0	0	0
-w	X_9	500	1.5	2	1	4	0	0	-1	0	1	0
-w	X_{10}	1100	3	4	6	5	0	0	0	-1	0	1
	Zj - Cj	Z= -1600w	-4.5w -20	-6w-25	-7w-30	-9w-10	0	0	w	w	0	0

c) La solución hallada no es la óptima, todos los Zj – Cj tienen que ser ≥ que 0 para que sea la óptima. No se cumple el criterio de optimalidad.
d) Vector que entra a_4
Vector que sale a_9

Ejercicio 6

Dado el siguiente modelo de programación lineal

Min Z $50X_1 + 25X_2 + 40X_3 + 25X_4$ (GANANCIA)

Sujeto a:

$$\begin{aligned} 3X_1 + 4X_2 + 3X_3 + 5X_4 &\leq 1700 \text{ kg de materia prima B} \\ X_1 + X_2 + 5X_3 + 8X_4 &\leq 1150 \text{ horas en el equipo H} \\ 3X_1 + 4X_2 + 6X_4 &\geq 500 \text{ kg de materia prima F} \\ X_1 + X_2 + X_3 + 6X_4 &\geq 500 \text{ producción total mínima.} \\ X_j \geq 0 \qquad j=1\ldots4 & \end{aligned}$$

Se pide:

a) Agregue las variables necesarias para lograr una solución básica inicial.
b) Construya la tabla simplex correspondiente a la iteración cero
c) Determine el vector entrante y el vector saliente

Solución

a) Solución básica inicial (X_5, X_6, X_9, X_{10}) X_B = (1700; 1150; 500; 500)

b) Iteración Cero

	Base	Cj	50	25	40	25	0	0	0	0	-w	-w
CB	Variables	XB	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10
0	X_5	1700	3	4	3	5	1	0	0	0	0	0
0	X_6	1150	1	1	5	8	0	1	0	0	0	0
-w	X_9	500	3	4	0	6	0	0	-1	0	1	0
-w	X_{10}	500	1	1	1	6	0	0	0	-1	0	1
Zj - Cj		Z= 1000w	4w-50	5w-25	w - 40	12w- 25	0	0	-w	-w	0	0

c) La solución hallada no es la óptima, todos los Zj – Cj tienen que ser ≤ que 0 para que sea la óptima. No se cumple el criterio de optimalidad.

d) Vector que entra a_4
Vector que sale a_9 o a_{10}

Ejercicio 7

Dado el siguiente modelo de Programación Lineal y su iteración óptima, y donde

X_j - unidades a elaborar de los productos I, II y III

$$12X_1 + 6X_2 + 2X_3 \leq 320 \text{ horas del departamento A}$$
$$X_1 + 10X_2 + 2X_3 \leq 100 \text{ horas del departamento B}$$
$$4X_1 + X_2 + \geq 80 \text{ horas del departamento C}$$
$$2X_2 + X_2 + X_3 \geq 60 \text{ horas del departamento D}$$

$$X_j \geq 0 \quad j = 1, 2, 3$$

$$\text{MIN } Z = 10X_1 + 50X_2 + 20X_3 \quad \text{(costo)}$$

Personal Offer

Iteración Optima

BASE		C_J	10	50	20	0	0	0	0
C	X_B	X_B	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7
0	X_6	20	0	1	0	1/2	0	1	1
0	X_5	55	0	19/2	0	3/8	1	0	11/4
10	X_1	25	1	1/2	0	1/8	0	0	1/4
20	X_3	10	0	0	1	-1/4	0	0	-3/2
Z_j - C_j			0	-45	0	-15/4	0	0	-55/2

a. Calcule el valor de la función objetivo y diga su significado económico.
b. Analice el vector solución
c. Diga cuántas horas se utilizaron en el departamento C
d. Si se incrementa en 1 hora el recurso horas del departamento A, cómo se ve afectado el vector solución y la función objetivo.
e. Cuál será el efecto sobre las horas sobre utilizadas en el departamento C, por disminuir en 10 las horas del departamento A y disminuir en 15 las horas en el departamento D, simultáneamente.

Solución:

a. Z = 0(20) + 0(55) + 10(25) + 20(10) = 450 Costo Total Mínimo.
b. X_1 = 25 se elaborarán 25 unidades de producto I
X_2 = 0 no se elaborará el producto II
X_3 = 10 se elaborarán 10 unidades de producto III
X_4 = 0 utilización plena de las horas del departamento A
X_5 = 55 55 horas subutilizadas en el departamento B
X_6 = 20 20 horas sobre utilizadas en el departamento C

X_7 = 0 utilización total del mínimo de horas en el departamento D

Ejercicio 8

Una fábrica de ropa produce tres líneas de productos: trusas, sacos y vestidos para señoras. Definiendo las variables de decisión X1, X2 y X3, que representan la cantidad de lotes de trusas, de sacos y vestidos para señora a fabricar, respectivamente, se ha formulado el siguiente modelo de programación lineal:

$MAXZ = 400X_1 + 200X_2 + 300X_3$ (Ganancia)

$4X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 16$ cortadores
$X_1 + 2X_2 + 2X_3 \leq 41$ máquinas de coser
$X_1 + X_2 + X_3 \leq 20$ empacadores

$X_1, X_2, X_3 \geq 0$

Y su solución óptima obtenida utilizando el paquete computacional WIN QSB aparece en la tabla 1:

Tabla 1

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	0	400.00	0	-800.00	at bound	-M	1200.00
X2	0	200.00	0	-400.00	at bound	-M	600.00
X3	16.00	300.00	4800.00	0	basic	100.00	M
Objective	Function	(Max.) =	4800.00				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	16.00	<=	16.00	0	300.00	0	20.00
C2	32.00	<=	41.00	9.00	0	32.00	M
C3	16.00	<=	20.00	4.00	0	16.00	M

a) ¿Es posible despedir cortadores o empacadores manteniendo el nivel de producción? ¿Cuántos?
b) La ganancia por lote de trusas puede ser aumentada a $ 500 o en $ 850, ¿cuál debe ser la actitud de la empresa? ¿Cómo cambia la solución óptima?

Solución

a) Los cortadores no se pueden despedir, pues se utilizan todos. Se pueden despedir 4 empacadores y se mantiene el nivel de producción.
b) Si la ganancia por metro de trusa aumenta a 500 no sucede nada a la solución óptima. Si aumenta en 850 (400 + 850 = 1250) si se afecta la solución óptima, pues solo puede aumentar hasta 1200. La actitud de la empresa debe ser aumentar a 500.

Ejercicio 9

Una empresa de productos electrónicos fabrica teléfonos celulares.
El objetivo es determinar cuántas unidades del producto se debe vender por sector para maximizar la utilidad total (diferencia entre ganancia total y costo total) de la empresa. Definiendo las variables de decisión X1, X2 y X3 como segmento A, segmento B, segmento C respectivamente, el modelo de programación lineal es el siguiente:

$MAX \quad Z = 80X_1 + 52X_2 + 76X_3$

$10X_1 + 18X_2 + 8X_3 \leq 5\,000$ publicidad
$2.5X_1 + 3X_2 + 1.5X_3 \leq 1\,200$ horas de venta
$X_1 + X_2 + X_3 \leq 600$ capacidad máxima de producción
$Xi \geq 0 \quad j = 1,2,3$

a) La empresa no sabe si gastar $500 más en publicidad o aumentar la capacidad de producción en 20 unidades. La empresa no quiere variar la base óptima. Aconseje usted que debe hacer la empresa.
b) Si la empresa decidiera contratar más personal para aumentar la disponibilidad en el tiempo de venta ¿Sería conveniente? ¿Por qué?
c) La empresa sabe que el sector A está reclamando por el valor del celular, pero no quiere perderlos como clientes. ¿Hasta qué precio estaría dispuesto a rebajar el valor del celular?
d) Si la empresa quiere disminuir los gastos de publicidad sin variar la base óptima. ¿Cuánto es lo máximo que podría ahorrar?

Y su solución óptima obtenida utilizando el paquete computacional WIN QSB aparece en la tabla 2:

Tabla 2

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	100.00	80.00	8000.00	0	basic	76.00	95.00
X2	0	52.00	0	-44.00	at bound	-M	96.00
X3	500.00	76.00	38000.00	0	basic	64.00	80.00
Objective	Function	(Max.) =	46000.00				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	5000.00	<=	5000.00	0	2.00	4800.00	5400.00
C2	1000.00	<=	1200.00	200.00	0	1000.00	M
C3	600.00	<=	600.00	0	60.00	520.00	625.00

Solución

a) La empresa no debe gastar 500 más en publicidad, pues solo puede aumentar la publicidad hasta 5400. La capacidad de producción puede aumentar a 20 u y la base óptima no varia. Se le aconseja a la empresa que aumente la capacidad de producción.

b) Si decidiera aumentar la disponibilidad en el tiempo de venta seria conveniente matemáticamente, pues no se afectaría la solución óptima hallada, pero económicamente esto no le reportaría nada, pues la ganancia se mantendría igual y a las empresas lo que les interesa es aumentar sus ganancias.

c) Estaría dispuesto a rebajar hasta $76.

d) Podría ahorrar solo $ 200. Se puede disminuir a $ 4800.

Ejercicio 10

Considere el siguiente modelo de programación lineal:

$$Máx.Z=8X_1 + 14X_2 + 30X_3 + 50X_4$$

$$X_1 + 2X_2 + 10X_3 + 16X_4 \leq 800 \quad \text{Disponibilidad de Materia Prima en Kgs.}$$
$$1.5X_1 + 2X_2 + 4X_3 + 5X_4 \leq 1000 \quad \text{Minutos del Equipo Principal}$$
$$0.5X_1 + 0.6X_2 + X_3 + 2X_4 \leq 340 \quad \text{Horas-Hombre}$$
$$X_j \geq 0 \quad j=1,4$$

Donde: X_1: cantidad de ladrillos de tipo 1 a producir
X_2: cantidad de ladrillos de tipo 2 a producir
X_3: cantidad de ladrillos de tipo 3 a producir
X_4: cantidad de ladrillos de tipo 4 a producir

Y su solución óptima obtenida utilizando el paquete computacional WIN QSB aparece en la tabla 3:

Tabla 3

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	400.00	8.00	3200.00	0	basic	7.00	9.82
X2	200.00	14.00	2800.00	0	basic	11.89	16.00
X3	0	30.00	0	-28.00	at bound	-M	58.00
X4	0	50.00	0	-40.00	at bound	-M	90.00
Objective	Function	(Max.) =	6000.00				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	800.00	<=	800.00	0	5.00	666.67	1000.00
C2	1000.00	<=	1000.00	0	2.00	800.00	1050.00
C3	320.00	<=	340.00	20.00	0	320.00	M

Con esta información a usted se le pide:

a) Interprete económicamente la solución óptima indicando que ladrillos conviene producir y en qué cantidades, así como la ganancia que se obtendría con esa producción.
b) Diga cuáles son los recursos críticos e interprete el valor que toma la variable X_7.
c) Plantee la primera restricción del dual y fundamente mediante el dual la razón por la cual no resulta conveniente producir ladrillos del tipo 4.
d) Si las horas Hombres disminuyen a 300 horas. ¿Se afectaría la optimalidad de la actual solución hallada?

Solución

a) Conviene producir 400 ladrillos tipo 1
Conviene producir 200 ladrillos tipo 2
Con esta producción se obtendría una ganancia de $ 6000.

b) Recursos críticos
- Disponibilidad de materia prima
- Minutos en el equipo principal

X7 = 20 Se subutilizan 20 horas - hombre

c) Primera restricción de dual $Y1 + 1.5\,Y2 + 0.5\,Y3 \geq 8$

X4 → Y7 = 40 como hay diferencia entre la ganancia calculada y la real por cantidad de ladrillos tipo 4 a producir, no conviene su producción.

d) Si se afecta la optimalizad, pues las horas hombres solo pueden disminuir a 320.

Ejercicio 11

Considere el siguiente modelo de programación lineal:

$$\text{MIN } Z = 2X_1 + 3X_2 + 5X_3 + 6X_4 + 5X_5 \text{ (Costo)}$$

Sujeto a:

$$0.15X_1 + 0.2X_2 + 0.12X_3 + 0.1X_4 + 0.18X_5 \leq 1020 \text{ (Minutos Equipo Principal)}$$
$$0.04X_1 + 0.05X_2 + 0.03X_3 + 0.05X_4 + 0.025X_5 \leq 900 \text{ (Kgs de hojalata)}$$
$$0.02X_1 + 0.018X_2 + 0.015X_3 + 0.02X_4 + 0.016X_5 \leq 300 \text{ (Litros de laca)}$$
$$X_1 \geq 1500 \text{ (Producción mínima envases A)}$$
$$X_2 + X_3 \geq 2500 \text{ (Producción mínima envases B)}$$
$$X_4 + X_5 \geq 1800 \text{ (Producción mínima envases C)}$$

Donde:

X_1 -> Envases tipo A para el consumo nacional
X_2 -> Envases tipo B para el consumo nacional
X_3 -> Envases tipo B para la exportación
X_4 -> Envases tipo C para el consumo nacional
X_5 -> Envases tipo C para la exportación

Y su solución óptima obtenida utilizando el paquete QSB aparece en la tabla 4. Con esta información se le pide:

a) A partir de la solución óptima diga que envases conviene producir y en que cantidades así como el costo total que implica esa producción. Señale además la utilización de recursos que esta solución implica.
b) Plantee el dual correspondiente
c) Diga el valor de la segunda variable esencial del dual y su significado económico
d) Diga el valor de la cuarta variable de holgura del dual y su significado económico
e) Fundamente mediante el dual la razón par la cual no resulta conveniente la producción del envase B para la exportación
f) Diga en cuánto puede disminuir el costo del envase A para el consumo nacional. ¿Considera usted que en la práctica el costo de ese producto puede disminuir hasta el extremo inferior del intervalo?
g) Si el costo del envase C para la exportación fuera realmente de 6.5 ¿Se afectaría la solución óptima hallada? ¿Por qué?
h) Determine un valor apropiado para la disminución del costo del envase C para el consumo nacional que no implique cambio en los tipos de producto que recomienda la solución óptima
i) Determine en cuánto puede disminuir o aumentar los minutos en el equipo principal.
j) ¿Que efecto tendría sobre la solución óptima hallada la disminución en 300 del requerimiento mínimo de producción del envase A para el consumo nacional?
k) Si se aumenta en 1000 la producción mínima de envases tipo C. Se afectaría el plan de producción que implica la solución óptima.

Tabla 4

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	1500.00	2.00	3000.00	0	basic	-1.88	M
X2	2500.00	3.00	7500.00	0	basic	-2.50	4.00
X3	0	5.00	0	1.00	at bound	4.00	M
X4	362.50	6.00	2175.00	0	basic	5.00	7.00
X5	1437.50	5.00	7187.50	0	basic	4.00	6.00
Objective	Function	(Min.) =	19862.50				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	1020.00	<=	1020.00	0	-12.50	905.00	1049.00
C2	239.06	<=	900.00	660.94	0	239.06	M
C3	105.25	<=	300.00	194.75	0	105.25	M
C4	1500.00	>=	1500.00	0	3.88	1306.67	2266.67
C5	2500.00	>=	2500.00	0	5.50	2355.00	3075.00
C6	1800.00	>=	1800.00	0	7.25	1638.89	2950.00

Solución

a) Conviene producir

X1 - Envase tipo A para el consumo nacional = 1500 e

X2 - Envases tipo B para el consumo nacional = 2500 e

X4 - envases tipo C para el consumo nacional = 362.50 e

X5 - Envases tipo C para la exportación = 1437.5 e

Se obtiene un costo total mínimo de $19862.50

Se consumen 1020 minutos en el equipo principal (X6)

Se consumen 239.06 kilogramos de hojalata (X7)

Se consumen 105.25 litros de laca (X8)

Se producen 1500 envases de A (X9)

Se producen 2500 envases de B (X10)

Se producen 1800 envases de C (X11)

b)
$$
\begin{array}{rrrrrrr}
-0.15Y_1 & -0.04Y_2 & -0.02Y_3 & +Y_4 & & \leq & 2 \\
-0.2Y_1 & -0.05Y_2 & -0.018Y_3 & +Y_5 & & \leq & 3 \\
-0.12Y_1 & -0.03Y_2 & -0.015Y_3 & +Y_5 & & \leq & 5 \\
-0.1Y_1 & -0.05Y_2 & -0.02Y_3 & & +Y_6 & \leq & 6 \\
-0.18Y_1 & -0.025Y_2 & -0.016Y_3 & & +Y_6 & \leq & 5
\end{array}
$$

Max $V = -1020Y_1 -900Y_2 -300Y_3 +1500Y_4 +2500Y_5 +1800Y_6$

c) $Y_2 = 0$ Costo calculado por kilogramo de hojalata

d) $Y_{10} = 0$ Diferencia entre el costo calculado y el costo real por unidad de producto tipo C para el consumo nacional.

e) Como toma un valor diferente de cero (1.00) la variable de holgura del DUAL eso significa que en el primal no conviene producir los envases tipo C para la exportación.

f) Puede disminuir en $3.88.

En la práctica no tiene sentido el intervalo inferior de variación, pues el costo no puede ser negativo y de producirse el producto tendría algún costo.

g) Si se afectaría la solución óptima hallada, este costo solo puede aumentar hasta $6.00 sin que se afecte la optimalidad.

h) El valor apropiado de disminución es $1.00 para que no cambie la solución óptima

i) Los minutos en el equipo principal solo pueden disminuir en 115 minutos y aumentar en 29 minutos sin que se afecte la optimalidad de la solución.

j) Se afectaría la optimalidad de la actual solución pues esta solo puede disminuir en 193.33

k) No se afecta la optimalidad de la solución hallada pues esta puede aumentar en 1150.

Ejercicio 12

Considere el siguiente modelo de programación lineal:

MAX Z= $2X_1 + 3X_2 + X_3 + 2X_4 + X_5$ (Ganancia)

Sujeto a:

$4X_1 + 5X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 \leq 4000$ (Minutos Equipo Principal)

$2X_1 + X_2 + 0.5X_3 + 1.2X_4 + 0.8X_5 \leq 1040$ (Kgs de Fibra Nacional)

$4X_1 + 3X_2 + 2X_3 + X_4 + 2X_5 \leq 3000$ (Kgs de Fibra importada)

$X_1 + X_2 \geq 200$ (Producción mínima Tejido A)

$X_3 \geq 800$ (Producción mínima Tejido B)

$X_4 + X_5 \geq 300$ (Producción mínima Tejido C)

Donde:

X_1-> Metros de Tejido A para el consumo nacional

X_2-> Metros de Tejido A para la exportación

X_3-> Metros de Tejido B para el consumo nacional

X_4-> Metros de Tejido C para el consumo nacional

X_5-> Metros de Tejido C para la exportación

Y su solución óptima obtenida utilizando el paquete QSB aparece en la tabla 5. Con esa información se le pide:

a) Interprete económicamente la solución óptima indicando que tejidos conviene producir y en que cantidades así como la ganancia que se obtendría con esa producción

b) Diga la utilización de los recursos.

c) Plantee el dual correspondiente.

d) Fundamente mediante el dual la razón por la cual no resulta conveniente la producción del tejido A para el consumo nacional

e) Diga como se afectaría la solución óptima si se incrementa en 60 la disponibilidad de la fibra nacional

f) ¿En cuanto tendría que aumentar la ganancia por metro del Tejido A destinado al consumo nacional para que fuese conveniente su producción?

g) Si la ganancia por metros del Tejido B para el consumo nacional fuese cero ¿Seria aun conveniente su producción en las cantidades que se indica en la solución óptima?

h) Si se dispusiese de 30 horas adicionales en el Equipo Principal ¿Seria conveniente continuar con la producción de los tejidos que indica la solución óptima? ¿Por qué?

i) ¿Que efecto tendría sobre la solución óptima hallada la disminución en 100 del requerimiento mínimo de producción del Tejido C?

j) En cuanto puede disminuir o aumentar el requerimiento mínimo establecido para la producción del tejido B e interprete la misma

k) Si la ganancia por metro de Tejido C para la exportación aumenta a 5 ¿Se afectaría la optimalidad de la actual solución hallada? ¿Por qué?

Tabla 5

Decision Variable	Solution Value	Unit Cost or Profit c(j)	Total Contribution	Reduced Cost	Basis Status	Allowable Min. c(j)	Allowable Max. c(j)
X1	0	2.00	0	-0.60	at bound	-M	2.60
X2	200.00	3.00	600.00	0	basic	2.40	3.60
X3	800.00	1.00	800.00	0	basic	-M	2.20
X4	80.00	2.00	160.00	0	basic	1.57	3.00
X5	360.00	1.00	360.00	0	basic	0.67	4.00
Objective	Function	(Max.) =	1920.00				
Constraint	Left Hand Side	Direction	Right Hand Side	Slack or Surplus	Shadow Price	Allowable Min. RHS	Allowable Max. RHS
C1	4000.00	<=	4000.00	0	0.60	3800.00	4175.00
C2	984.00	<=	1040.00	56.00	0	984.00	M
C3	3000.00	<=	3000.00	0	0.20	2650.00	3233.33
C4	200.00	>=	200.00	0	-0.60	157.58	257.14
C5	800.00	>=	800.00	0	-1.20	740.43	900.00
C6	440.00	>=	300.00	140.00	0	-M	440.00

Solución

a) Conviene producir
- X_2 - Metros de tejido A para la exportación = 200 u
- X_3 - Metros de tejido B para el consumo nacional = 800 u
- X_4 - Metros de tejido C para el consumo nacional = 80 u
- X_5 - Metros de tejido C para la exportación = 360 u

Se obtiene una ganancia máxima de $ 1920

b) Se consumen 4000 minutos en el equipo principal (X_6)
Se consumen 984 kilogramos de fibra nacional (X_7)
Se consumen 3000 kilogramos de fibra nacional (X_8)

Se producen 200 metros de tejido A (X_9)
Se producen 800 metros de tejido B (X_{10})
Se producen 440 metros de tejido C (X_{11})

c) $4Y_1 + 2Y_2 + 4Y_3 - Y_4 \geq 2$
$5Y_1 + Y_2 + 3Y_3 - Y_4 \geq 3$
$3Y_1 + 0.5Y_2 + 2Y_3 - Y_5 \geq 1$
$3Y_1 + 1.2Y_2 + Y_3 - Y_6 \geq 2$
$Y_1 + 0.8Y_2 + 2Y_3 - Y_6 \geq 4$
$\text{Min } V = 4000Y_1 + 1040Y_2 + 3000Y_3 - 200Y_4 - 800Y_5 - 300Y_6$

d) La variable de holgura del DUAL correspondiente a la producción de tejido A para el consumo nacional (X1) tiene un valor = 0.6 y cuando toma un valor diferente de cero es que en el PRIMAL, no conviene producirlo.

e) No le sucede nada a la Solución Óptima si se incremente en 60 la disponibilidad de la fibra nacional, pues la fibra nacional puede aumentar hasta infinito.

f) Tendría que aumentar en $0.6 la ganancia para que fuese conveniente la producción de tejido A para el consumo nacional.

g) Si es conveniente su producción (Tejido B para el consumo nacional) pues esta ganancia puede disminuir hasta - infinito, esto es matemáticamente, pero económicamente no tendrá sentido producirlo si la ganancia es cero.

h) Si tengo 30 horas adicionales en el equipo principal = 30 • 60 = 1800 min. No es conveniente la producción que indica la solución óptima pues los minutos en este equipo pueden aumentar hasta 4175 min y si aumenta 30 h se pasa de esto, sería 4000 + 1800 = 5800 min

i) No sucederá nada pues esta producción puede disminuir hasta – M, es decir hasta - infinito. La solución óptima seguirá teniendo las mismas variables básicas.

j) El requerimiento mínimo de B puede disminuir en 59.57 metros y aumentar en 100 metros y se mantiene la optimalidad planteada.

k) Si se afecta la optimalidad de la actual solución pues la ganancia por metro de tejido C para la exportación solo puede aumentar hasta $4.00.