**CARRERA INGENIERÍA INDUSTRIAL**

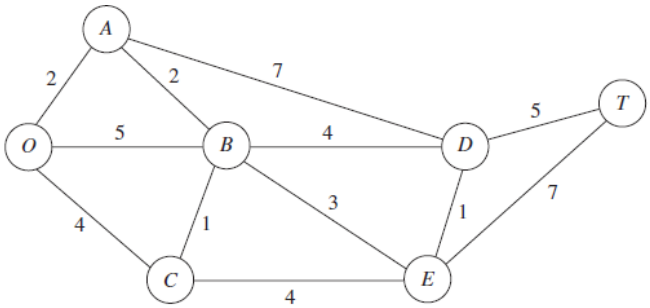
**ASIGNATURA: INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES I** **Año: 3ro.**

**Tema 4. Optimización de Redes.**

**Clase Practica 4**

**Ejercicio 1.**

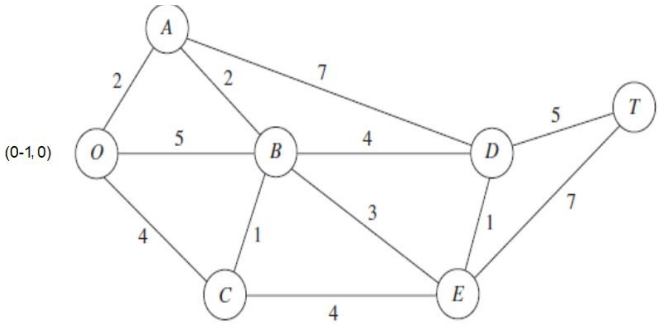
Determinar qué ruta, desde la entrada O del parque a la estación *T*, es la *distancia total más corta* para la operación de los ómnibus. **(Éste es un ejemplo del problema de la ruta más corta).**



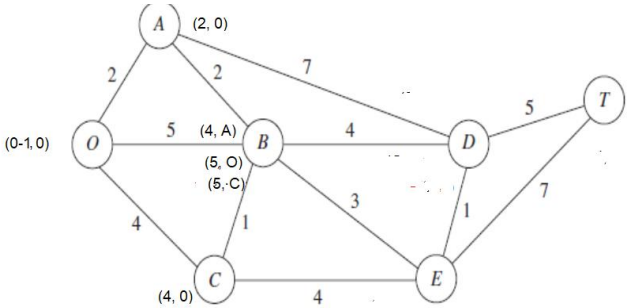

**SOLUCIÓN**

**Se crean etiquetas a cada nodo que pueden ser temporales o permanentes, con el siguiente formato: (a, b) donde "a" es la distancia acumulada hasta el nodo y "b" el nodo predecesor**

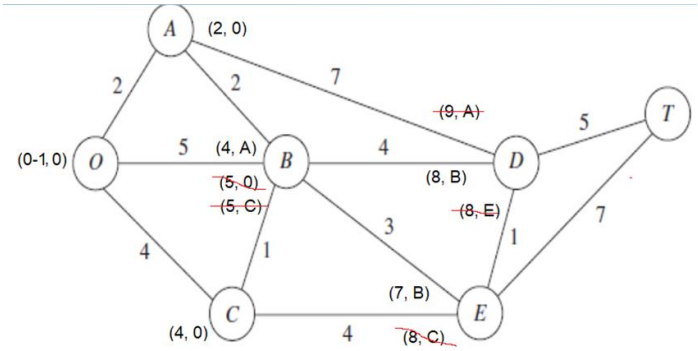
**1. Comenzar etiquetando el primer nodo de la red, su distancia es cero y no tiene preceden**



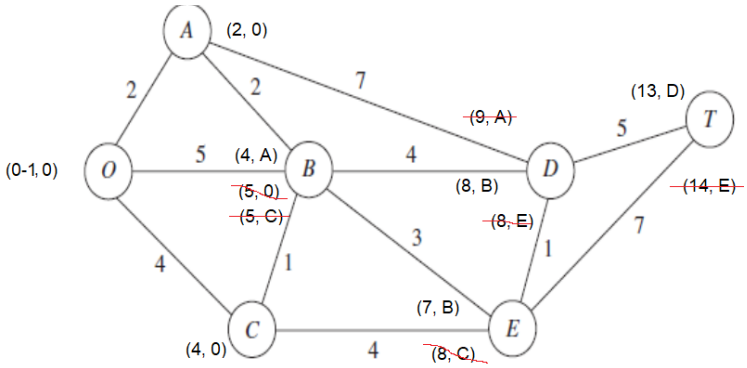

**2. A partir de este nodo se ramificar hacia afuera y a cada nodo de la red se le asigna una etiqueta temporal para cada distancia y nodo precedente.**



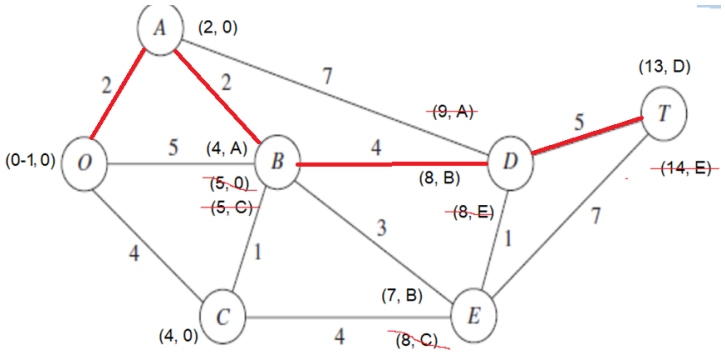
**3. Se selecciona de cada nodo la etiqueta temporal menor y se convierte en la etiqueta permanente**




**Se repiten los pasos hasta que todas las etiquetas sean permanentes**

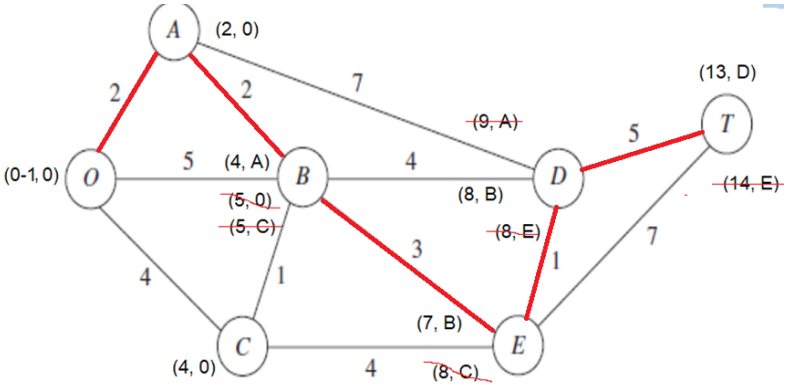



**Ahora se puede determinar la ruta más corta comenzando por el nodo destino: del nodo T al nodo D; al nodo B; al nodo A; al nodo O**




**(O, A, B, D, T) = 13 km**

**También está la ruta: del nodo T al nodo D; al nodo E; al nodo B; al nodo A, al nodo O**

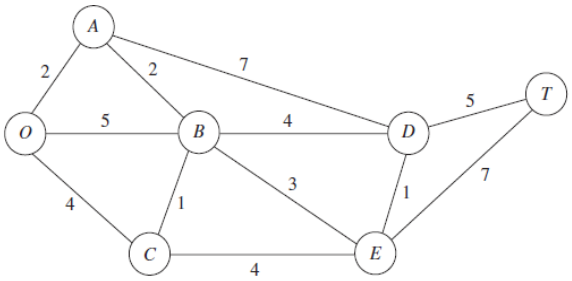



**(O, A, B, E, D, T) = 13 km**

**Otra método de hallar la Ruta Más Corta es con Programación Lineal (PL)**

**<u>Definición de las variables</u>**

**$X_{ij}$: distancia desde el nodo i hasta el nodo j**

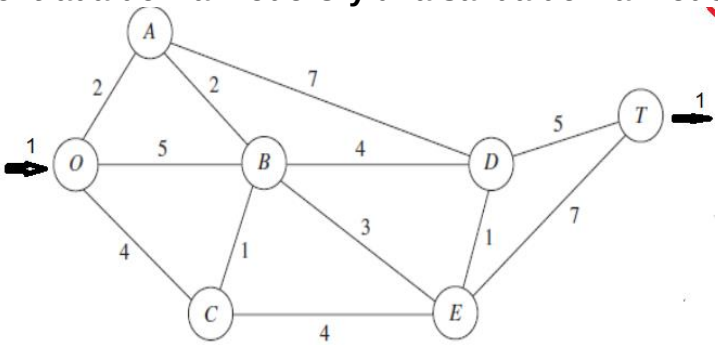



**<u>Función objetivo</u>**

**Min Z = $2X_{OA} + 5X_{OB} + 4X_{OC} + 2X_{AB} + 7X_{AD} + X_{BC} + 4X_{BD}\ 3X_{BE} + 4X_{CE} + X_{DE} + 5X_{DT} + 7X_{ET}$**

**<u>Sujeto a las restricciones</u>**

**(Se debe equilibrar los nodos, lo que entra es igual a lo que sale, se adiciona ficticiamente una entrada de 1 al nodo O y una salida de 1 al nodo T)**




**Restricción O** $1 = X_{OA} + X_{OB} + X_{OC}$ $X_{OA} + X_{OB} + X_{OC} = 1$

**Restricción A** $X_{OA} = X_{AB} + X_{AD}$ $X_{OA} - X_{AB} - X_{AD} = 0$

**Restricción B** $X_{OB} + X_{AB} + X_{BC} - X_{BD} - X_{BE} = 0$

**Restricción C** $X_{OC} = X_{CB} + X_{CE}$ $X_{OA} - X_{CB} - X_{CE} = 0$

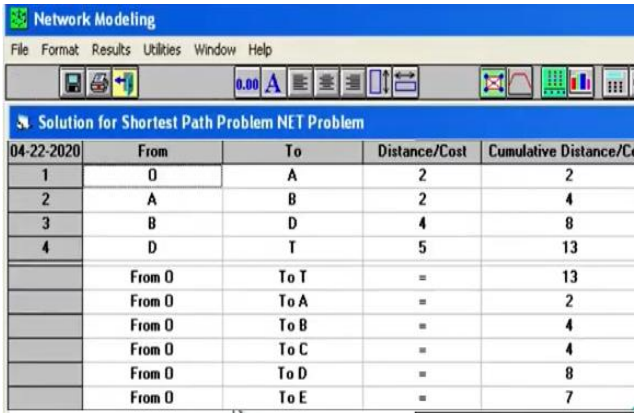
**Restricción D** $X_{AD} + X_{BD} + X_{ED} - X_{DT} = 0$

**Restricción E** $X_{CE} + X_{BE} = X_{ED} + X_{ET}$ $X_{CE} + X_{BE} - X_{ED} - X_{ET} = 0$

**Restricción T** $X_{DT} + X_{ET} = 1$

**No negatividad** $Xij \geq 0$

**Con el empleo de WINQSB se obtiene el siguiente resultado:**


Network Modeling

File Format Results Utilities Window Help

Solution for Shortest Path Problem NET Problem

| 04-22-2020 | From | To | Distance/Cost | Cumulative Distance/C |
|---|---|---|---|---|
| 1 | O | A | 2 | 2 |
| 2 | A | B | 2 | 4 |
| 3 | B | D | 4 | 8 |
| 4 | D | T | 5 | 13 |
| | From O | To T | = | 13 |
| | From O | To A | = | 2 |
| | From O | To B | = | 4 |
| | From O | To C | = | 4 |
| | From O | To D | = | 8 |
| | From O | To E | = | 7 |

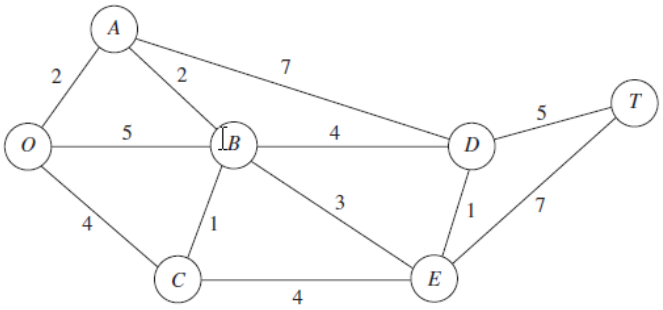
**Solución**

**La Ruta Más Corta es del nodo O, al nodo A, al nodo B, al nodo D y al nodo T, con un recorrido de respectivo de**

**2 + 2 + 4 + 5 = 13 km.**

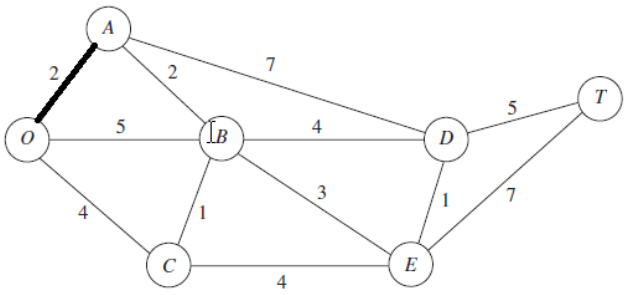
**Ejercicio 2.**

El segundo problema consiste en que deben instalarse líneas telefónicas subterráneas para establecer comunicación entre todas las estaciones, incluso la entrada. La pregunta es por dónde deben tenderse las líneas para lograr este objetivo con el *mínimo* número total de km de cable instalado. **(Éste es un ejemplo del problema del árbol de mínima expansión)**




**SOLUCIÓN**

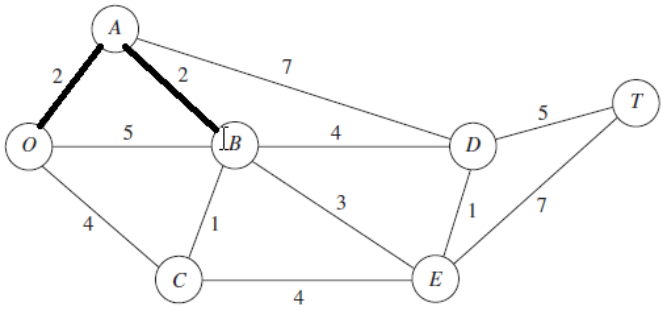
1. Comenzar con cualquier nodo y unir a este el nodo más cercano. Comenzando por el nodo A el más cercano es el nodo O.



2. Los dos nodos forman ahora un conjunto conectados y el resto de los nodos un conjunto desconectado.

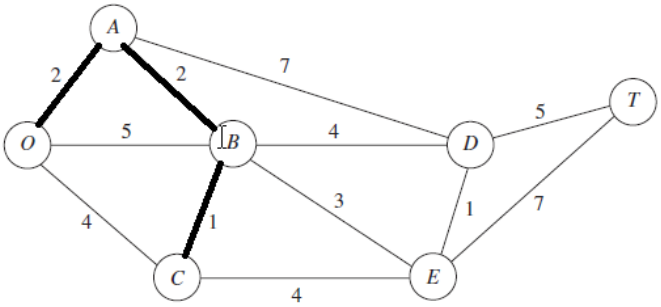
3. Elegir el nodo desconectado más cercano al conjunto conectado y agregarlo al conjunto conectado.

El nodo desconectado más cercano al conjunto conectado O, A es el B y se agrega al conjunto conectado.

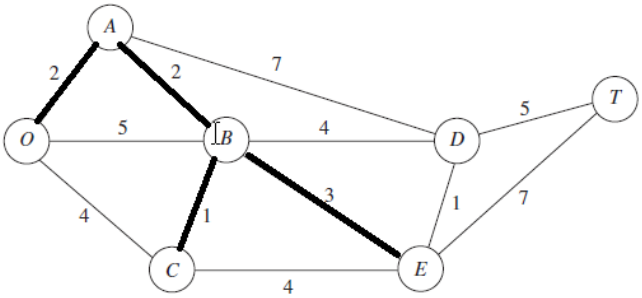



4. Se repite el algoritmo hasta conectar todos los nodos sin ciclos.

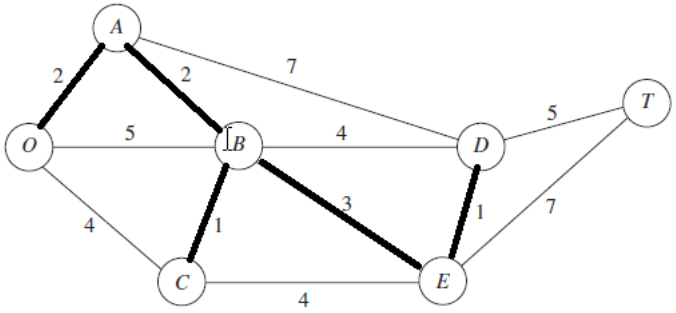
El nodo desconectado más cercano al conjunto conectado O, A, B es el C y se agrega al conjunto conectado



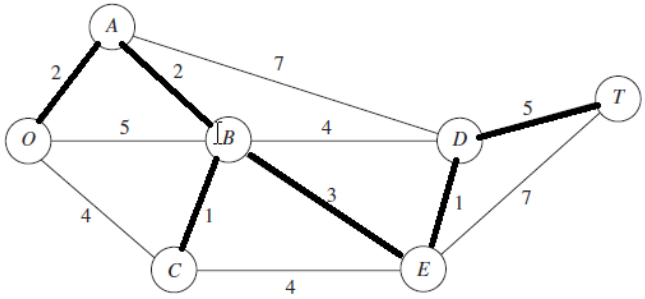

El nodo desconectado más cercano al conjunto conectado O, A, B, C es el E y se agrega al conjunto conectado.



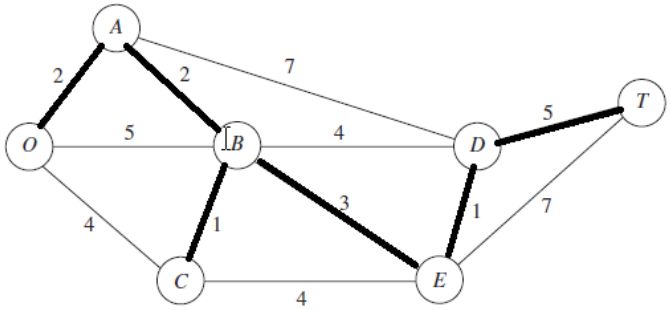

El nodo desconectado más cercano al conjunto conectado O, A, B, C, E es el D y se agrega al conjunto conectado.




El único nodo desconectado T se conecta al nodo D que es el más cercano.




Todos los nodos quedan conectados entonces esta es la red de tubería mínima que conecta a todos las viviendas.

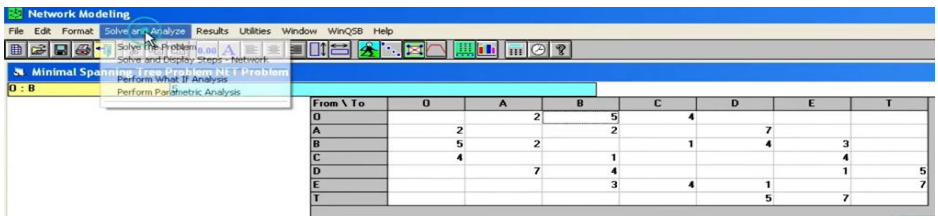



**R/ Árbol de expansión mínimo: OA, AB, BC, BE, ED, DE con una extensión de**

2 + 2 + 1 +3 + 1 + 5 = 14 km

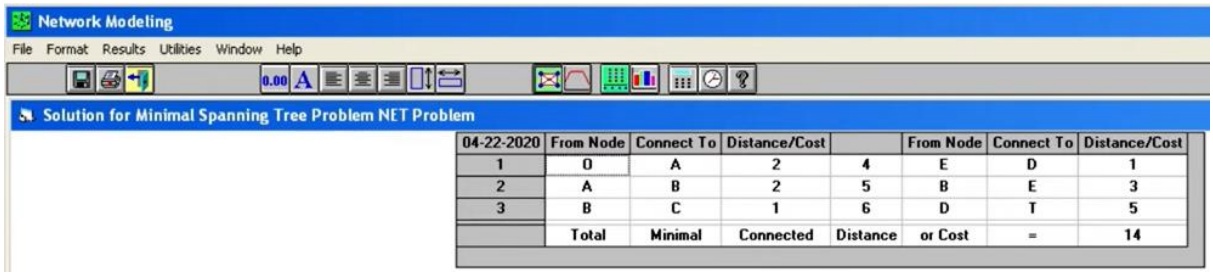
**MÉTODO DE PROGRAMACIÓN LINEAL CON WINQSB PARA LA SOLUCIÓN DE PROBLEMAS DEL ÁRBOL DE EXPANSIÓN MÍNIMA.**

Se siguen los pasos del programa, se completa la matriz de datos con los valores de las distancias entre cada nodo.
(Nota: si no hay arco o ligadura entre dos nodos, se deja en blanco).



Se obtienen los resultados y se interpretan.

La distancia mínima para conectar todas las estaciones es de 14 km

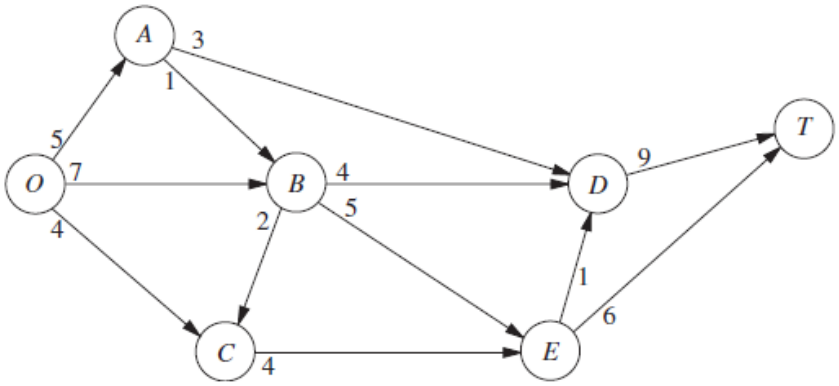



| 04-22-2020 | From Node | Connect To | Distance/Cost | | From Node | Connect To | Distance/Cost |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | O | A | 2 | 4 | E | D | 1 |
| 2 | A | B | 2 | 5 | B | E | 3 |
| 3 | B | C | 1 | 6 | D | T | 5 |
| | Total | Minimal | Connected | Distance | or Cost | = | 14 |

**R/ La red iría de OA, AB, BC, ED, BE, DT con 14 km**

**Ejercicio 3.**

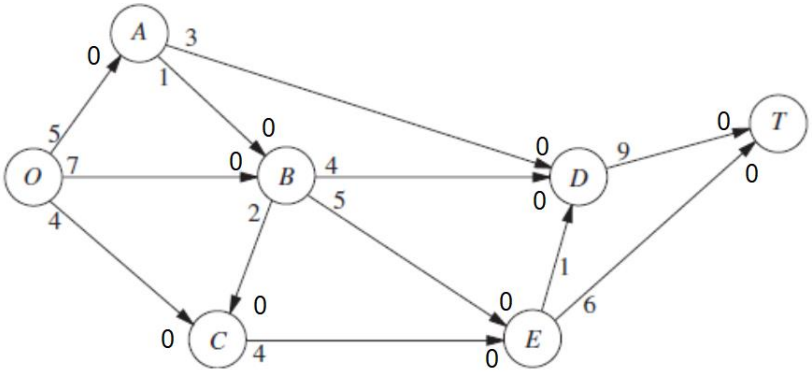
Durante la temporada pico, hay más personas que quieren tomar un ómnibus a la estación *T* que aquellas a las que se les puede dar servicio. Los caminos tienen limitados el número de viajes diarios que se pueden dar por ellos. La pregunta es cómo planear las rutas de los distintos viajes, de manera que se *maximice* el número total de viajes que se pueden hacer al día, sin violar los límites impuestos sobre cada camino. **(Éste es un ejemplo del problema de flujo máximo)**



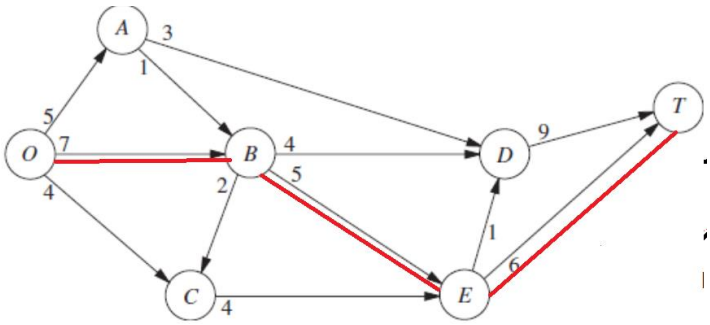
**SOLUCIÓN**

**Algoritmo de trayectoria aumentada (Ford-Fulkerson) para problemas de Flujo Máximo**

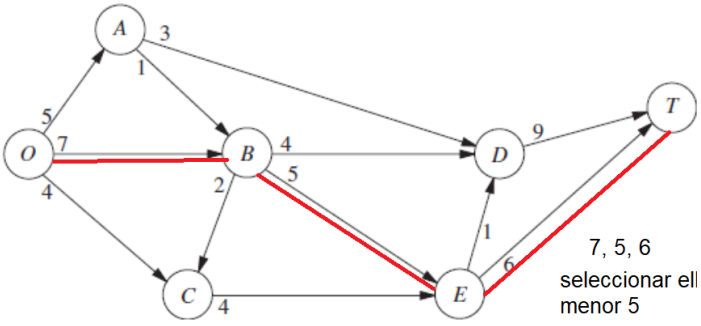
**1. Preparar la red colocando flechas en el sentido del flujo y se colocan cero las capacidades de todos los nodos.**



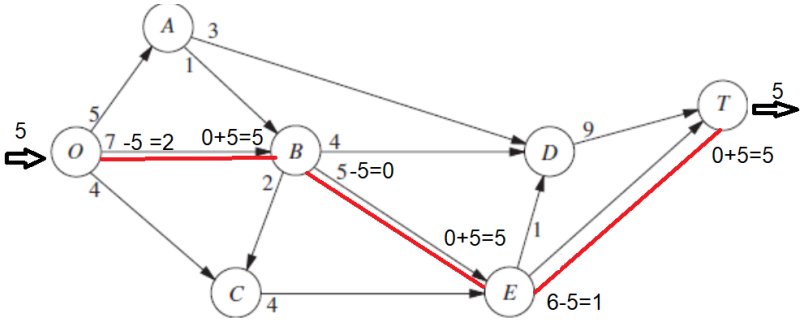

**2. Obtener una trayectoria de aumento, empleando el criterio de ir siempre por la trayectoria que proporcione una mayor capacidad residual por cada nodo.**



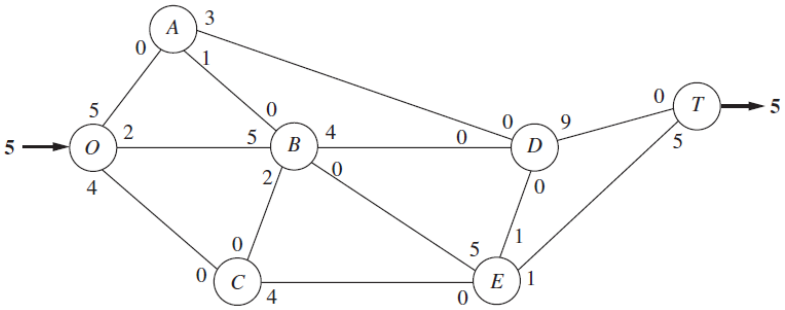

**3. Determinar el flujo de la trayectoria de aumento que corresponderá al valor mínimo de las capacidades residuales de los arcos que la forman.**



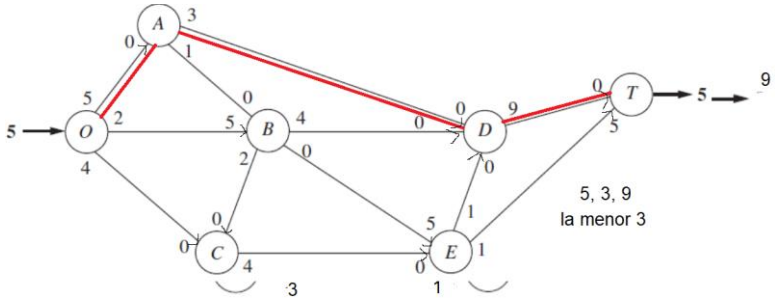

**4. Se modifican las capacidades residuales de cada arco, restando al inicio del arco y sumando al final del arco la capacidad residual mínima de la trayectoria aumentada.**

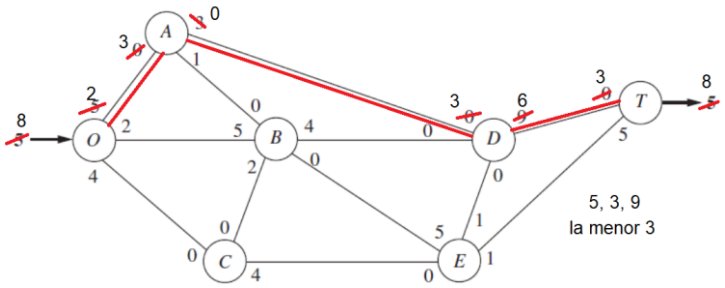


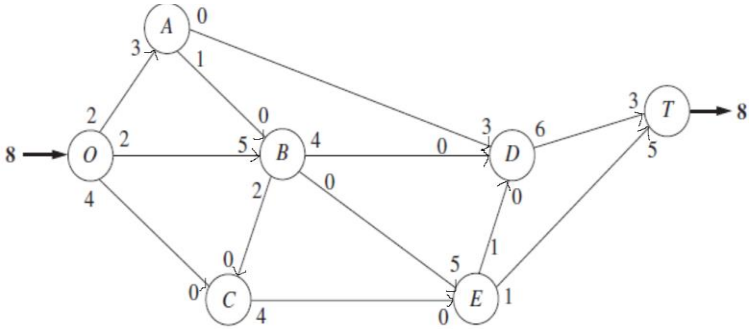

**5. Actualizar la red.**



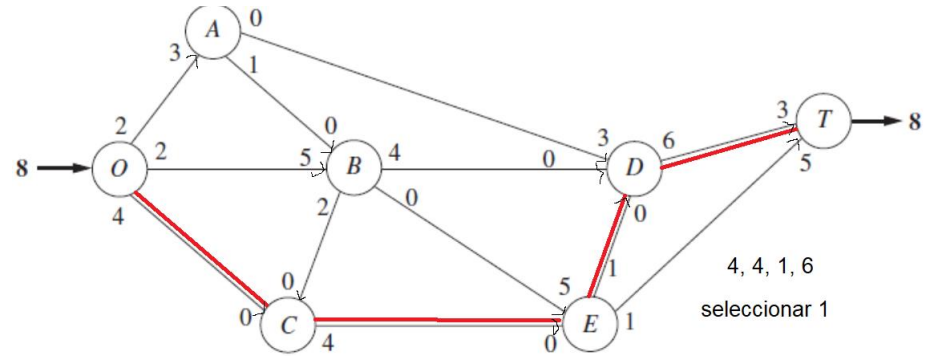

**Se repite el proceso desde el paso 2 nuevamente**

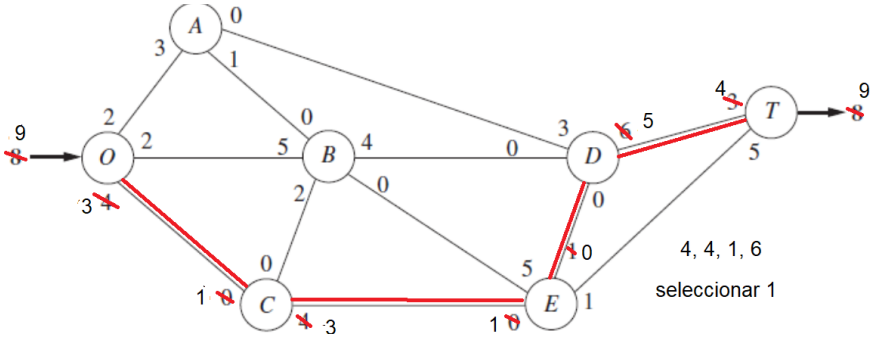


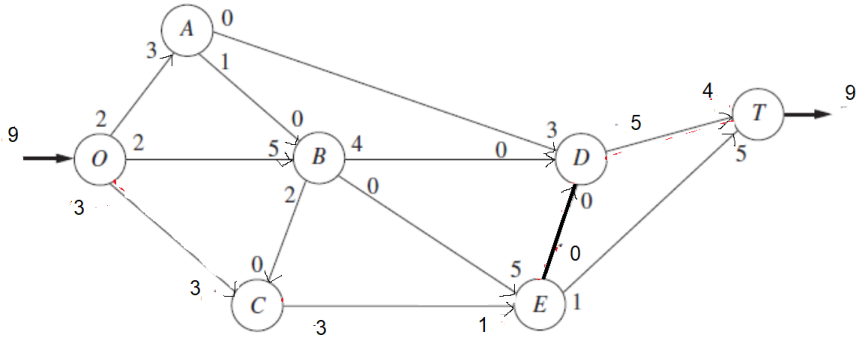



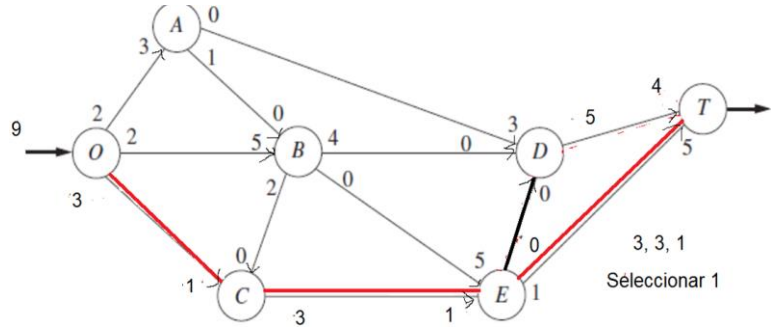
**Se repite el proceso desde el paso 2 nuevamente**

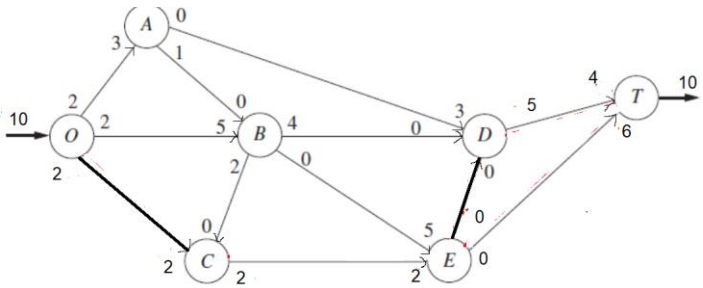


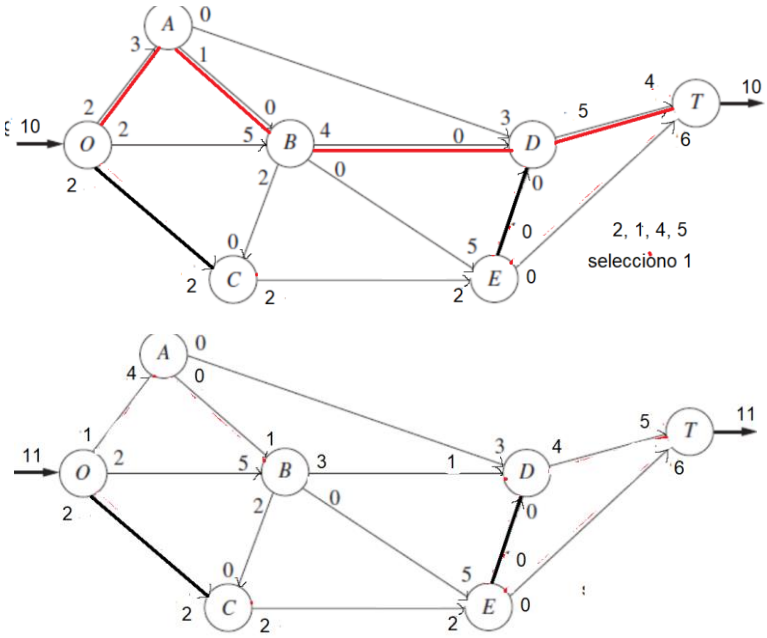




**Se repite el proceso desde el paso 2 nuevamente**

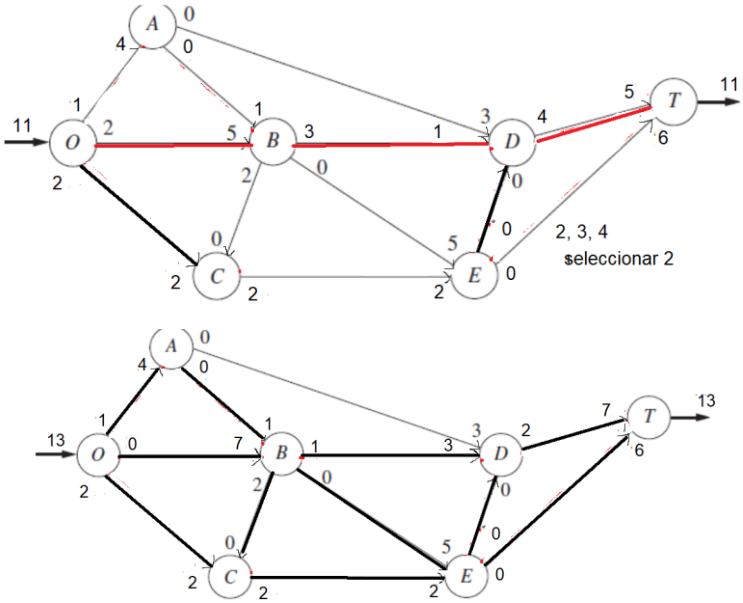


**Se repite el proceso desde el paso 2 nuevamente**

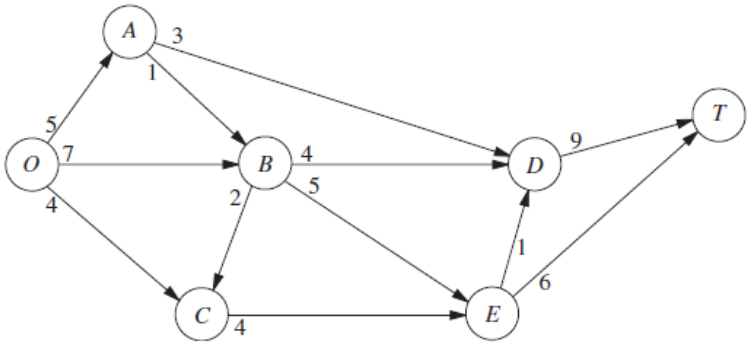



**Se repite el proceso desde el paso 2 nuevamente**




Como no existe otra trayectoria porque los nodos están bloqueados entonces esta es la solución del problema, el flujo máximo es de 13, y por cada arco circula la cantidad obtenida en el extremo del arco por ejemplo en el arco OA circulan 4 ómnibus por el OB circulan 7 ómnibus.

**Solución del problema de flujo Máximo con Programación Lineal (PL)**




**En este problema solo hay un origen y un destino no es necesario crear un origen ficticio.**

**Definición de las variables**

**$X_{ij}$:** Flujo que circula desde el nodo i hasta el nodo j

**$X_{OA}$, $X_{OB}$, $X_{OC}$, $X_{AB}$, $X_{AD}$, $X_{BC}$, $X_{BD}$, $X_{BE}$, $X_{CE}$, $X_{DT}$, $X_{ED}$, $X_{ET}$**

**Función objetivo**

**Max Z = $X_{OA}+X_{OB}+X_{OC}$** Maximizar la entrada o **Max Z = $X_{DT}+X_{ET}$** Maximizar la salida

**Sujeto a restricciones**

**Ecuaciones de balance en los nodos de trasbordo**

| | |
|---|---|
| Nodo A: $X_{OA} = X_{AB}+ X_{AD}$ | Nodo D: $X_{AD}+X_{BD}+X_{ED}=X_{DT}$ |
| Nodo B: $X_{AB}+X_{OB} = X_{BC}+X_{BD}+X_{BE}$ | Nodo E: $X_{BE}+ X_{CE}= X_{ED}+X_{ET}$ |
| Nodo C: $X_{OC}+X_{BC} = X_{CE}$ | |

**Restricciones de capacidad**

| | | | |
|---|---|---|---|
| $X_{OA} \leq 5$ | $X_{AB} \leq 1$ | $X_{BD} \leq 4$ | $X_{DT} \leq 9$ |
| $X_{OB} \leq 7$ | $X_{AD} \leq 3$ | $X_{BE} \leq 5$ | $X_{ED} \leq 1$ |
| $X_{OC} \leq 4$ | $X_{BC} \leq 2$ | $X_{CE} \leq 4$ | $X_{ET} \leq 6$ |

**Restricción de no negatividad**

**$X_{ij} \geq 0$**

**CONCLUSIONES**

En la clase se resolvieron problemas de optimización de redes

- Se estudiaron diferentes algoritmos para estos problemas.
    - DIJKSTRA para determinar la ruta más corta
    - Algoritmo de PRIM para la solución de problemas del Árbol de Expansión Mínima
    - Algoritmo de Trayectoria Aumentada para problemas de flujo máximo.
- Se formularon los Modelos de Programación Lineal (PL) para la solución de estos problemas

**ESTUDIO INDIVIDUAL**

**a) Determine la ruta mas corta aplicando el algoritmo de DIJKSTRA y la PL,**

**b) Determine el árbol de expansión.**

**c) Halle el Flujo máximo aplicando el algoritmo de Trayectoria Aumentada y la PL**

