Clase Teórico Práctica 1

Sistema de Ecuaciones Lineales y Matrices.

Método de Gauss

Ecuaciones lineales.

$$a_1 x_1 + a_2 x_2 + \ldots + a_n x_n = b$$

Ejemplos

$$x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 6x_4 = -5$$

$$2x_1 - 2x_2 + \sqrt{7}x_3 = 0$$

No son lineales.

$x\,y = 2$

$$x - y^2 = 1$$

$\cos x = y$

Solución de una ecuación lineal

Una solución particular de una ecuación lineal es un sistema de números, tales que, al ser sustituidos en la ecuación, se obtiene una identidad.

Sistemas de ecuaciones lineales.

$$\left\{\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots\cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots\cdots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots\cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{array}\right.$$

$$
\begin{cases}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \cdots\cdots + a_{1n}x_n = 0 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \cdots\cdots + a_{2n}x_n = 0 \\
\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \cdots\cdots + a_{mn}x_n = 0
\end{cases}
$$

SEL homogéneo

conjunto solución

El conjunto de todas las soluciones posibles.

Ejemplo

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + x_3 = -16 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$$

$$x_1 = 4,\ \ x_2 = -4 \ y \ x_3 = 3$$

Los sistemas de ecuaciones se clasifican:

compatibles → ***determinado***

→ ***indeterminado***

incompatibles

Sistemas equivalentes.

Dos sistemas de ecuaciones lineales se dicen ***equivalentes*** si ambos poseen el mismo conjunto de soluciones.

Ejemplo:

$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x - y = 5 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x - 4y = -10 \\ 5y = 20 \end{cases}$$

equivalentes

solución x=3, y= 4

Transformaciones elementales

1. Intercambiar dos ecuaciones

2. Sustituir una ecuación por su suma con otra multiplicada por una constante.

3. Multiplicar una ecuación por una constante distinta de cero.

Si sobre un sistema de ecuaciones lineales se realiza una transformación elemental, el sistema resultante es **equivalente** al inicial.

Método de Gauss.

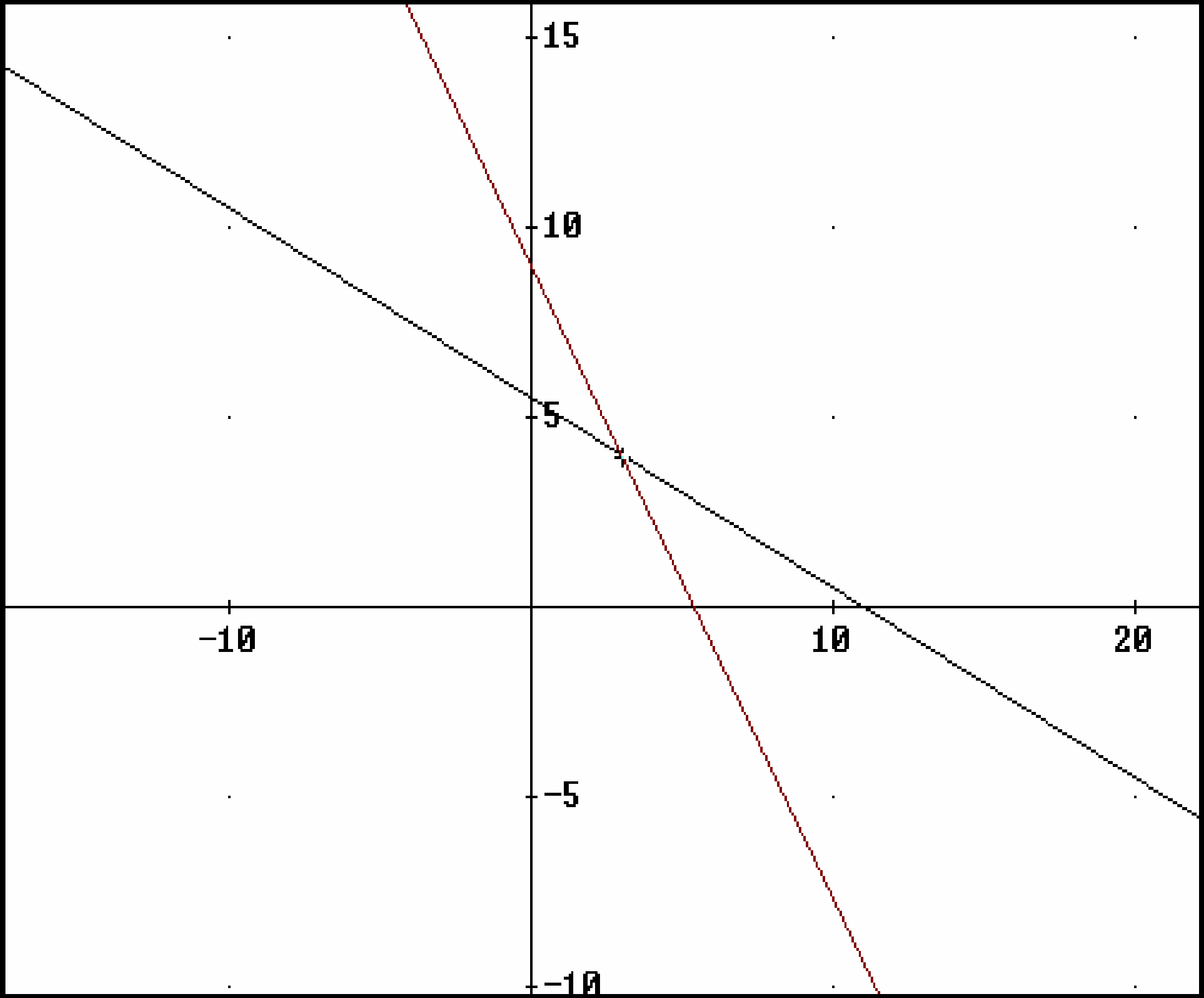
Consiste en transformar el sistema de ecuaciones en un sistema escalón equivalente

Ejemplos:

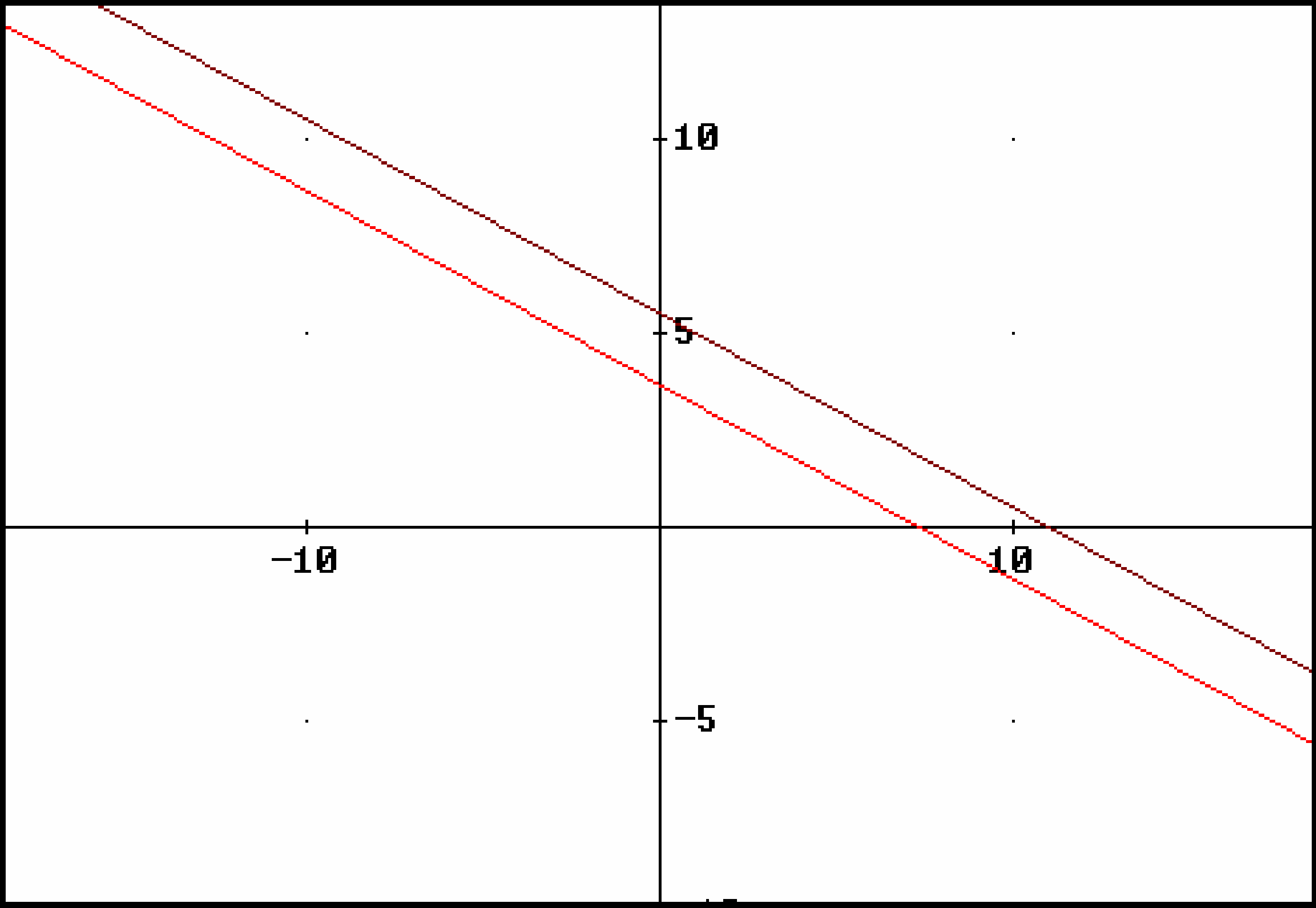
$$\begin{cases} x + y - 2z + 3w = 1 \\ 3x + 2y - z + 2w = 4 \\ 3x + 3y - 3z - 3w = 5 \end{cases}$$

Geométricamente.

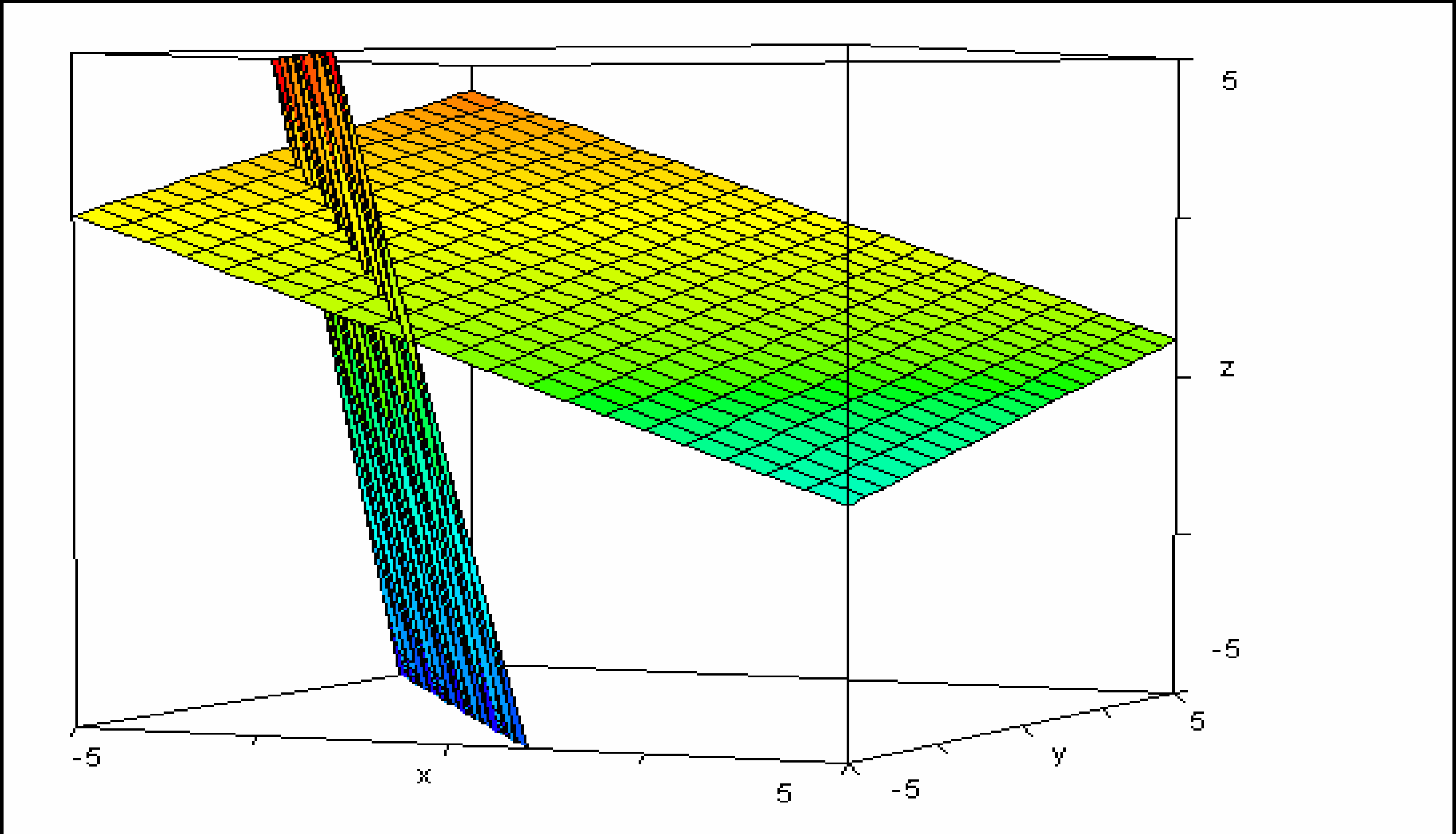
$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 3x + 6y = 22 \end{cases}$$



$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 + x_3 = -16 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 8 \end{cases}$$



$$\left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} & bm \end{array}\right)$$

Ejemplo

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -4 \\ 3x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 2 \end{cases}$$

Concepto de matriz

- ***matriz cuadrada de orden n.***
- ***matriz identidad de orden n***
- ***simétrica***
- ***antisimétrica***

Ejemplos:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}_{2x2}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}_{3x1}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}_{1x3}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 1 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

- ***triangular superior***
- ***triangular inferior***
- **diagonal**
- **escalar**

Ejercicios:

Dados los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} x+5y=1 \\ x+y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1+2x_2+5x_3=-9 \\ x_1-x_2+3x_3=2 \\ 3x_1-6x_2-x_3=25 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x_2 - 2x_4 = 0 \\ 7x_2 + 5x_3 - 11x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$

a) Dé la matriz asociada y la matriz ampliada para cada caso.

b) Aplique el Método de Gauss para resolver los SEL.

c) Clasifique cada SEL en compatible determinado, compatible indeterminado o incompatible de acuerdo al conjunto solución.

Estudio independiente

- Pág. 5 a la Pág. 23. Libro Álgebra Lineal, Colectivo de autores.
- Ver con detalle los ejemplos incluidos en las páginas de la 5 – 23.
- Resolver los SEL 1-19 de las 84-87 del libro de texto