

CONCEPTOS TEORICOS

2011

CURSO DE AUXILIAR TÉCNICO DE TOPOGRAFIA



José Luis Ballesteros Matesanz
TRAINING GESTION

Prologo

Este manual nace bajo la necesidad de reunir, en una forma clara y resumida, todos los conceptos necesarios para la comprensión de las enseñanzas impartidas en el curso de auxiliar de topografía. Los contenidos, a veces, exceden de la finalidad del curso, pero se incluyen con la esperanza de que puedan ser consultados por los alumnos si tuviesen necesidad de ello.

Este manual se ha realizado en un corto espacio de tiempo. Es posible, por tanto, que pueda contener alguna errata ó pequeño error, que será subsanado en sucesivas revisiones.

Algunas de las imágenes empleadas para explicar conceptos teóricos han sido obtenidas de manuales descargados de Internet. Creo que la totalidad de ellas son de libre distribución. En especial, se han obtenido de las paginas de Leica Geosystem, Topcon, Escuela de Ingenieros técnicos en topografía y libro de prácticas de la universidad de rioja.

Por ultimo, quiero agradecer a los alumnos que han cursado este primer modulo de auxiliar de topografía, la paciencia que han tenido para con el docente así como el esfuerzo que han realizado para el conocimiento de esta materia.

José Luis Ballesteros
Docente de Training gestion
Centro de Formación de Paracuellos del Jarama
Noviembre – Febrero 2011

INDICE TEMATICO

TEMA 1	CONCEPTOS BASICOS DE TOPOGRAFIA. UNIDADES DE MEDIDA. CONCEPTOS BASICOS DE GEOMETRIA. CONCEPTOS BASICOS DE TRIGONOMETRIA. TEORIA DE ERRORES. SISTEMAS DE COORDENADAS. ESCALAS	8-44
TEMA 2	INSTRUMENTOS EMPLEADOS EN TOPOGRAFIA. DESCRIPCION DE LOS DIVERSOS TIPOS. ELEMENTOS ESTRUCTURALES, ELEMENTOS DE SUJECCION Y CENTRADO. ELEMENTOS DE NIVELACION. FORMA DE ESTACIONAR UN APARATO. MEDICION DIRECTA DE DISTANCIAS. CINTAS. MEDICION INDIRECTA DE DISTANCIAS. ESTADIAS. MIRAS TAQUIMETRICAS ELEMENTOS PARA LA MEDIDA DE ANGULOS. LIMBOS. ELEMENTOS DE SEÑALIZACION.	46-67
TEMA 3	INSTRUMENTOS EMPLEADOS PARA LA MEDIDA DE ANGULOS. DESCRIPCION Y TIPOS: TEODOLITO, TAQUIMETRO, TEODOLITO ELECTRONICO, ESTACION TOTAL. EL TEODOLITO: DESCRIPCION. FORMA DE MEDIR ANGULOS. TIPOS DE TEODOLITO. ERRORES SISTEMATICOS Y ACCIDENTALES EN EL TEODOLITO. EL TAQUIMETRO. DESCRIPCION Y USO. FORMA DE MEDIR DISTANCIAS CON TAQUIMETRO. NIVELACION TAQUIMETRICA. ERRORES. ESTACION TOTAL. DESCRIPCION.	68-90
TEMA 4	NIVELACION. EQUIALTIMETRO Ó NIVEL TOPOGRAFICO. DESCRIPCION TIPOS DE NIVEL. MIRAS DE NIVELACION. TIPOS. LECTURAS SOBRE MIRAS DE NIVELACION. METODOS DE NIVELACION. FORMA DE RELLENAR UNA LIBRETA DE NIVELACION. DETERMINACION DEL ERROR EN UN NIVEL. ERROR KILOMETRICO. ERROR DE CIERRE DE UNA NIVELACION. TOLERANCIA Y COMPENSACION.	92-104
TEMA 5	METODOS TOPOGRAFICOS. METODOS PLANIMETRICOS. REDES TOPOGRAFICAS. METODO DE ITINERARIOS O POLIGONACION. INFLUENCIA DE LOS ERRORES ANGULARES. ERROR LINEAL. ERROR TOTAL. ELIPSE DE TOLERANCIA. METODOLOGIA DE OBSERVACION. CALCULO DE UNA POLIGONAL. CORRIDA DE AZIMUTES. METODO DE RADIACION.	106-130
TEMA 6	REPRESENTACION DEL TERRENO. SISTEMA DE REPRESENTACION DE PLANOS ACOTADOS. CURVAS DE NIVEL. COMO DIBUJAR CURVAS DE NIVEL. PROPIEDADES DE LAS CURVAS DE NIVEL. CALCULO DE PENDIENTES. TRAZADO DE CAMINOS CON PENDIENTE DADA. FORMAS DEL TERRENO EN FUNCION DE SU REPRESENTACION CON CURVAS DE NIVEL. PERFIL LONGITUDINAL DEL TERRENO.	132-143

CURSO AUXILIAR TOPOGRAFÍA - 2011

TEMA 7	<p>REPLANTEO TOPOGRAFICO DE OBRAS. DEFINICION Y TIPOS DE OBRA. PROYECTO DE UNA OBRA. DOCUMENTACION QUE INTEGRA EL PROYECTO DE UNA OBRA. ENTIDADES QUE ACTUAN EN UN PROYECTO. REPLANTEO TOPOGRAFICO. DEFINICION. TIPOS. MATERIALIZACION DE PUNTOS. REFERENCIACION DE PUNTOS. ENCAMILLADO DE EJES. ERRORES PRODUCIDOS AL MARCAR ALINEACIONES A PARTIR DE DETERMINACIONES ANGULARES. MARCADO DE ALINEACIONES RECTAS, ANGULOS Y PUNTOS. REPLANTEO DE PUNTOS A UNA CIERTA DISTANCIA SOBRE UNA ALINEACION RECTA. DETERMINACION DE INTERSECCIONES. FORMA DE AFINAR EL MARCADO DEL PUNTO SOBRE LA ESTACA. REPLANTEO DE PERPENDICULARES. DISTINTOS METODOS. TRAZADO DE PARALELAS. DISTINTOS METODOS. TRAZADO DE BISECTRICES.</p>	144-171
TEMA 8	<p>REPLANTEOS PLANIMETRICOS. METODOS DE REPLANTEO. CONCEPTOS DE PLANTA, TRAZA Y RASANTE. CONCEPTO DE COTA ROJA. DESARROLLO DE UN PROYECTO DE OBRA. CALCULO DE UN REPLANTEO. METODOS DE REPLANTEO PLANIMETRICOS. EJEMPLO CALCULO ANALITICO DE UN REPLANTEO PLANIMETRICO. ERRORES Y PRECISIONES DE UN REPLANTEO. TRANSFORMACION DE UN REPLANTEO GRAFICO EN ANALITICO. PLANIMETRIA DE OBRAS. TIPOS DE COORDENADAS EMPLEADAS EN REPLANTEOS DE OBRAS. TRANSFORMACION DE COORDENADAS. CALCULO DE UN ESTADO DE ALINEACIONES. CURVAS EMPLEADAS EN LA DEFINICION EN PLANTA DE UN PROYECTO. CURVA CIRCULAR. ELEMENTOS DE LAS CURVAS CIRCULARES. CALCULO DE LOS MISMOS. METODOS DE REPLANTEO INTERNO POR TRAZA DE UNA CURVA CIRCULAR. CURVAS CONICAS. CURVAS DE TRANSICION. LA CLOTOIDE. ESTUDIO DE LA CLOTOIDE. TIPOS DE ENLACES</p>	172-208
TEMA 9	<p>ALTIMETRIA DE OBRAS. CONSIDERACIONES GENERALES. DETERMINACION DE UNA RASANTE RECTA. CONCEPTO DE MOVIMIENTO DE TIERRAS. PERFILES LONGITUDINALES. METODOS DE OBTENCION DE PERFILES LONGITUDINALES. PERFILES TRANSVERSALES. OBTENCION DE PERFILES TRANSVERSALES. RASANTE DE UN PROYECTO. PROYECTO DE RASANTES RECTAS. ACUERDOS VERTICALES ENTRE RASANTES RECTAS. ACUERDOS VERTICALES EN FORMA PARABOLICA. CAJEJO DE UN PEFIL TRANSVERSAL. REPLANTEO DE RASANTES. REFINO DE RASANTES. REPLANTEO DE TALUDES. SECCION DE UNA CARRETERA. PERALTES. TRANSICION AL PERALTE. REPLANTEO DE ZANJAS</p>	210-235
TEMA 10	<p>MEDICIONES DE OBRA. MEDICION DE VOLUMENES. CUBICACION DE TIERRAS. ESTADILLOS DE CUBICACION. CERTIFICACION DE OBRA</p>	236-242

CURSO AUXILIAR TOPOGRAFÍA - 2011

TEMA 11	PROYECCIONES CARTOGRAFICAS. FORMA DE LA TIERRA. PROYECCION CARTOGRAFICA. CLASIFICACION DE LAS PROYECCIONES. PROYECCIONES CONFORMES. PROYECCIONES EQUIVALENTES. PROYECCIONES EQUIDISTANTES. PROYECCIONES AFILACTICAS. PROYECCIONES CILINDRICAS. PROYECCIONES CONICAS. PROYECCIONES AZIMUTALES. PROYECCION UNIVERSAL TRANSVERSA MERCATOR (UTM).	244-257
TEMA 12	SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL GPS. GENERALIDADES. EL GPS EN TOPOGRAFIA. FUNDAMENTOS DEL SISTEMA G.P.S. TRILATERACION SATELITAL. ERRORES DEL G.P.S. DOP. MEDICION TOPOGRAFICA. SISTEMA DIFERENCIAL. METODO ESTATICO. METODO CINEMATICO. SISTEMA RTK EN TIEMPO REAL. DISTINTOS APARATOS GPS. VENTAJAS E INCONVENIENTES DEL GPS. OTRAS CONSTELACIONES DE SATELITES.	258-272

**TEMA 1 CONCEPTOS BASICOS DE TOPOGRAFIA. UNIDADES DE MEDIDA.
CONCEPTOS BASICOS DE GEOMETRIA. CONCEPTOS BASICOS DE
TRIGONOMETRIA. TEORIA DE ERRORES. SISTEMAS DE COORDENADAS.
ESCALAS**

1.1 TOPOGRAFIA. CONCEPTOS Y DEFINICIONES

Ciencia que engloba todos los métodos y procedimientos técnicos que nos permiten obtener una representación gráfica de la superficie terrestre, con todos sus detalles, naturales y artificiales. Este proceso se denomina también **LEVANTAMIENTO**. Cuando lo que se obtienen son datos para representar el terreno sobre un plano horizontal, prescindiendo del relieve, se denomina **LEVANTAMIENTO PLANIMETRICO**. Cuando lo que se obtienen son los datos que nos permiten representar la altura de los distintos puntos del terreno, se denomina **LEVANTAMIENTO ALTIMETRICO**.

En topografía, cada punto queda definido por tres coordenadas: X, Y, Z. Las coordenadas X é Y definen la posición planimétrica de un punto, y la coordenada Z define la posición altimétrica del mismo. El sistema es un sistema de ejes coordenados. Por convenio, la dirección del eje Y se toma como la dirección del Norte geográfico.

1.2 FORMA APROXIMADA DE LA TIERRA. DIFERENCIA ENTRE PLANOS Y MAPAS

En primera aproximación, podemos considerar que la tierra tiene la forma de una esfera de radio medio 6371 km. Por este motivo, cuando queremos representarla sobre una superficie plana (un papel), se producirán errores.

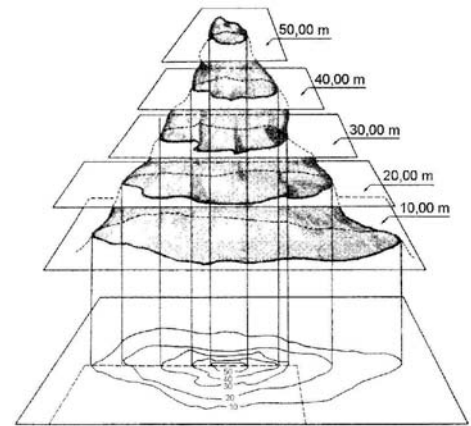
PLANO: Representación grafica de una porción de terreno, lo suficientemente pequeña para poder suponer que los errores producidos por la esfericidad de la tierra es despreciable. En general, este será el ámbito en el que se moverán la mayoría de los trabajos que se realizan en la topografía de obras.

MAPA.– Cuando el tamaño de la superficie a representar es muy grande, ya no podemos considerar los errores de la esfericidad de la tierra despreciables, y para obtener una representación gráfica, habrá que recurrir a la **GEODESIA**, y obtener dicha representación mediante proyecciones cartográficas.

GEODESIA.– Ciencia que engloba todos los métodos necesarios para obtener una representación real (con su curvatura) de la superficie terrestre. Tienen una gran relación con las matemáticas.

1.3 SISTEMA DE REPRESENTACION EMPLEADO EN TOPOGRAFIA DE OBRAS. SISTEMA DE PLANOS ACOTADOS

En topografía, proyectaremos todos los puntos del terreno sobre un plano horizontal, llamado plano de referencia. Así, obtendremos la representación de los puntos del terreno sobre un plano horizontal, definidos por sus coordenadas X é Y, y además, a su lado figurara la ALTITUD DEL PUNTO sobre el plano de referencia ó COTA del punto. En los planos, se suelen unir los puntos que tienen la misma cota (siempre un número entero y exacto), definiéndose así una líneas curvas, que podrán ser ó no cerradas, que se denominan CURVAS DE NIVEL, y que nos representan gráficamente el relieve.

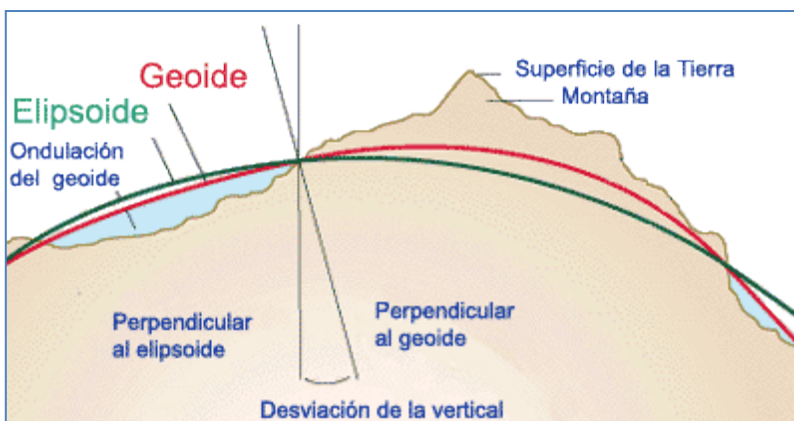


El plano horizontal de referencia puede ser elegido arbitrariamente, en cuyo caso siempre hablaremos de COTAS, ó bien, emplear el plano de referencia elegido por el país, en cuyo caso hablaremos de ALTITUDES. En España, el plano de referencia oficial, es decir, el origen de altitudes, se toma como el del nivel medio del mar en Alicante.

1.4 FORMA REAL DE LA TIERRA. GEODESIA

La forma real de la tierra es irregular y se denomina GEOIDE

GEOIDE: Superficie que coincide con la de los mares y océanos en calma, sin corrientes ni mareas, supuestos estos prolongados por debajo de los continentes. Es una superficie equipotencial, es decir, que en todos sus puntos es perpendicular a la dirección de la gravedad.



Como ya hemos dicho, la geodesia es la ciencia que se ocupa del estudio y representación de la tierra con sus verdaderas dimensiones y forma.

Para poder realizar cálculos matemáticos que nos permitan obtener la representación de

la tierra, hay que recurrir a una superficie, lo más aproximada posible al geoide, y que tenga formulación matemática. Dicha superficie es el ELIPSOIDE DE REVOLUCION. Es la superficie que se obtiene al hacer girar una elipse alrededor de uno de sus ejes.

Nota.- El sistema de coordenadas UTM, empleadas hoy en día con gran profusión en la topográfica, son coordenadas obtenidas según el sistema de proyección cartográfica "Universal Transversal Mercator". Se obtienen al proyectar el elipsoide de revolución sobre un cilindro tangente al ecuador. Se han empleado multitud de elipsoides. Hoy en día, el elipsoide utilizado como referencia es el WGS84.

1.5 UNIDADES DE MEDIDA

En topografía, se emplea el SISTEMA INTERNACIONAL DE UNIDADES, conocido por sus siglas S.I., que fija las unidades básicas de medida para la longitud, tiempo y masa.

UNIDADES DE LONGITUD.-

METRO. (m).- Unidad básica de longitud en el sistema internacional. Antiguamente se definía como la diezmillonésima parte del arco de paralelo entre el ecuador y el polo norte. Su materialización, en una barra de platino é iridio, se encuentra en la oficina de Pesas y Medidas de Sévres (Paris).

En la actualidad, se define como la longitud que recorre en el vacío la luz, durante un tiempo igual a $1/299792428$ de segundo.

Unidades múltiplos del metro utilizados son:

Decámetro (Dm) = 10 metros = 10^1 metros.

Hectómetro (Hm) = 100 metros = 10^2 metros.

Kilómetros (Km) = 1000 metros = 10^3 metros.

Unidades submúltiplos del metro empleados:

Decímetro (dm) = 0.1 metros = 10^{-1} metros.

centímetro (cm) = 0.01 metros = 10^{-2} metros.

milímetro (mm) = 0.001 metros = 10^{-3} metros.

Nota.- Es interesante conocer la equivalencia del sistema internacional de unidades (empleado en toda Europa) con el Sistema Inglés de unidades, empleado en los países de base anglosajona.

1 milla (mi) = 1609.344 metros

1 yarda (yd) = 0.914 metros

1 pie (ft) = 30.48 centímetros

1 pulgada (in) = 2.54 centímetros

UNIDADES DE SUPERFICIE– (unidad derivada del SI). En topografía, la unidad básica para la medida de superficies es el **METRO CUADRADO** (m^2). Sin embargo, dado el tamaño de las superficies a medir y/o representar, se emplean los siguientes múltiplos:

AREA.– (a) = 100 metros cuadrados

HECTAREA.– (Ha) = 10.000 metros cuadrados

KILOMETRO CUADRADO.– (Km^2) = 1.000.0000 metros cuadrados.

Algunas equivalencias con el sistema ingles son:

1 YARDA CUADRADA.– (yd^2) = 0.836 metros cuadrados

1 ACRE.– (Ac) = 4.046,856 metros cuadrados.

1 MILLA CUADRADA ($sq\ mi$ ó mi^2) = 2.59 kilómetros cuadrados.

UNIDADES DE VOLUMEN.– La unidad básica de volumen para sólidos es el **METRO CUBICO** (m^3). Corresponde al volumen encerrado en un cubo de 1 metro de lado. En el caso de los líquidos, la unidad básica en el sistema internacional es el **LITRO** (l), que equivale a 1 decímetro cúbico ($0,001\ m^3$).

1 metro cubico = 1000 litros

Para la capacidad de los embalses, se emplea el múltiplo **HECTOMETRO CUBICO** que equivale A 10^9 LITROS.

UNIDADES DE MASA.– La unidad de masa básica en el sistema internacional de volumen es el **KILOGRAMO** (Kg). Se define como el peso de un cilindro de platino é iridio que se encuentra en la oficina de pesos y medidas de Sèvres (Paris).

Una unidad múltiplo muy empleada es la **TONELADA** (t), que equivale a 1000 kilogramos.

UNIDAD DE TIEMPO.– En el sistema internacional, la unidad básica para la medida del tiempo es el **SEGUNDO** (s). Se define como la duración de 9.192.631.770 periodos de la radiación correspondiente a la transición entre dos niveles hiperfinos del estado fundamental del átomo cesio 133.

UNIDADES ANGULARES.

La unidad (derivada) empleada por el sistema internacional es el **RADIAN**. (rad). Es la unidad de medida para los ángulos planos. Se define como el ángulo

correspondiente a un arco de circunferencia cuya longitud es igual al radio de la circunferencia.

Una circunferencia tiene 2π radianes ($2\pi \text{ rad} = 2 \cdot 3,14 = 6,28 \text{ rad}$).

Sin embargo, en topografía, se emplean comúnmente otros dos sistemas para la medición de ángulos, según dividamos la circunferencia en 360 ó 400 grados.

SISTEMA SEXAGESIMAL.– Divide la circunferencia en 360 grados sexagesimales, que se representa 360° .

A su vez, cada grado se divide en 60 minutos ($60'$), y cada minuto en 60 segundos ($60''$).

Ej.: $153^\circ 25' 38''$ se lee: 153 grados, 25 minutos, 38 segundos. Esto es la expresión COMPLEJA.

Si el ángulo se expresa en grados y fracciones de grado, se dice que la expresión es INCOMPLEJA ($153,4272^\circ$).

¿Cómo se pasa de forma compleja a incompleja?

- Los grados se quedan como están (153)
- Dividimos el número de minutos entre 60 ($25/60 = 0.4166666$)
- Dividimos el número de segundos entre 3600, y se lo sumamos al número obtenido anteriormente. ($38/3600=0.0105555$; $0.416666+0.010555 = 0.4272222$)
- Así, la expresión incompleja será: $153,4272222^\circ$

¿Cómo se pasa de expresión incompleja a compleja?

- Los grados se quedan como están (153°)
- Multiplicamos la parte decimal de la expresión por 60 ($0.4272222 \cdot 60 = 25.63332$). La parte entera serán los minutos ($25'$).
- Multiplicamos la parte decimal que nos queda por 60 ($0.63332 \cdot 60 = 37.9992$) El número entero serán los segundos (redondeando = $38''$)

En la actualidad, el sistema sexagesimal se usa poco. Tan solo en algunos planos de proyecto de elementos industriales.

SISTEMA CENTESIMAL.– Es el más empleado en los aparatos de topografía, así como en los planos generales de las obras de construcción.

Divide la circunferencia en 400 grados, que se representa 400^g . Cada grado se divide en 100 minutos (100^m) y cada minuto en 100 segundos (100^s).

Ej.: $153^g 86^s 93^s$ se lee: 153 grados, 86 minutos, 93 segundos.

TRANSFORMACION DE GRADOS SEXAGESIMALES A CENTESIMALES

Vamos a ver esta transformación con un ejemplo:

Pasaremos $56^{\circ} 37' 48''$ a centesimal.

1º.- Transformamos la expresión sexagesimal compleja a incompleja: Ponemos todo en segundos:

$$48 + (37 \times 60) = 2268''$$

Pasamos todos los segundos a fracción de grado: $2268''/3600 = 0.63^{\circ}$

La expresión a compleja queda: $56,63^{\circ}$

2º.- Transformamos ahora la expresión sexagesimal incompleja en centesimal incompleja. Para ello, plantamos una regla de tres:

$$90^{\circ} \text{ ----- } 100^g$$

$$56,63^{\circ} \text{ ---- } X^g$$

Y obtenemos 62.9222^g

En centesimal complejo: $62^g 92^m 22^s$

TRANSFORMACION DE CENTESIMAL A SEXAGESIMAL

Transformar $62^g 92^m 22^s$ a sexagesimal complejo.

1º.- Ponemos la expresión centesimal compleja en incompleja: 62.9222^g .

2º.- Transformamos el ángulo centesimal a sexagesimal incomplejo.

$$100^g \text{ ----- } 90^{\circ}$$

$$62.9222^g \text{ ---- } x^{\circ}$$

Y obtenemos: $56,6298^{\circ}$

Ahora, pasamos de sexagesimal incompleja a sexagesimal compleja:

- El número de grados entero se queda igual. 56°
- La parte decimal, la multiplicamos por 60 y obtenemos minutos y fracciones de minuto: $0.6298 \times 60 = 37.7880'$
- Tomamos la parte decimal de los minutos y la multiplicamos por 60, obteniendo los segundos: $0.7880 \times 60 = 47,28'' = 47''$
- La expresión sexagesimal compleja será: $56^{\circ} 37' 47''$

TRANSFORMACION DE SEXAGESIMALES Y CENTESIMALES A RADIANES Y VICEVERSA

Para pasar de sexagesimal y centesimal a radianes:

$$2\pi \text{ rad} = 360^{\circ} = 400^g$$

De aquí. $1 \text{ rad} = 360^{\circ} / 2\pi$. Es decir: $1 \text{ rad} = 57,2958^{\circ}$

Y para centesimales: $1 \text{ rad} = 400^g / 2\pi$. Es decir: $1 \text{ rad} = 63,6620^g$.

En resumen:

$$\text{ANGULO EN RADIANES} = \text{ANGULO SEXAGESIMAL} / (180 * \pi)$$

$$\text{ANGULO EN RADIANES} = \text{ANGULO CENTESIMAL} / (200 * \pi)$$

Para pasar de radianes a sexagesimal ó centesimal, se realizara la operación contraria:

$$\text{ANGULO EN SEXAGESIMAL} = \text{ANGULO EN RADIANES} * (180/\pi)$$

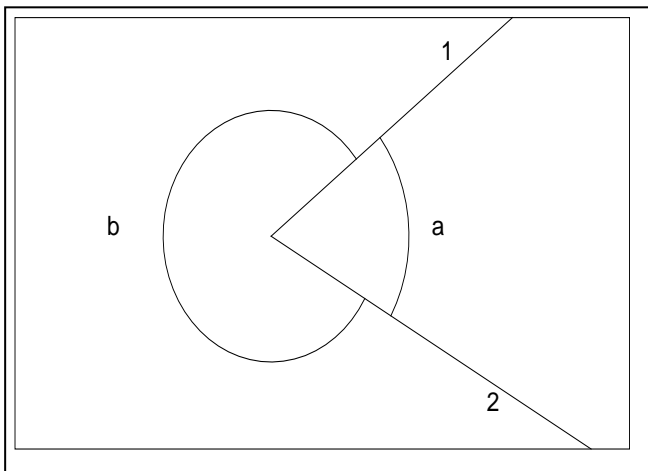
$$\text{ANGULO EN CENTESIMAL} = \text{ANGULO EN RADIANES} * (200/\pi)$$

1.6 GEOMETRIA. CONCEPTOS BASICOS

Para el correcto desarrollo de la topografía, es necesario tener unos amplios conocimientos de geometría, pues muchos problemas que nos surjan en el campo podrán ser resueltos fácilmente mediante el uso de la geometría. De igual forma, la mayoría de los cálculos de topografía están basados en razonamientos geométricos y trigonométricos.

ANGULO. DEFINICION. MEDICION DE ANGULOS

Un ángulo es la porción de un plano que queda comprendido entre dos semirrectas, denominadas lados, que se cortan en el mismo punto, llamado VERTICE.



Como vemos, tenemos dos posibles ángulos formados por las semirrectas dadas. El ángulo “a”, más pequeño, se denomina CONVEXO. El ángulo mayor, “b”, se denomina CONCAVO. La suma de los dos vale 360° ó 400^g . De tal forma que:

$$a = 400^g - b, \text{ y } b = 400^g - a.$$

Los ángulos, en topografía, se miden siempre en sentido de las agujas del reloj (sentido dextrosorum). Es decir, el ángulo a, por ejemplo, se obtendrá restando a la lectura angular de la semirrecta 2, la lectura angular de la semirrecta 1. En el caso en que la lectura angular de la semirrecta 2 sea menor que la de la semirrecta 1, habrá que sumar a la semirrecta 2 una circunferencia completa, es decir, 400^g . (ó 360° en el caso de sexagesimales).

Algunas denominaciones particulares de los ángulos:

ANGULO RECTO.– Cuando las dos semirrectas son perpendiculares entre sí, es decir, que forman 90° (ó 100^g).

ANGULO LLANO.– Cuando las dos semirrectas se encuentran en la misma dirección. Es decir, que forman 180° (ó 200^g)

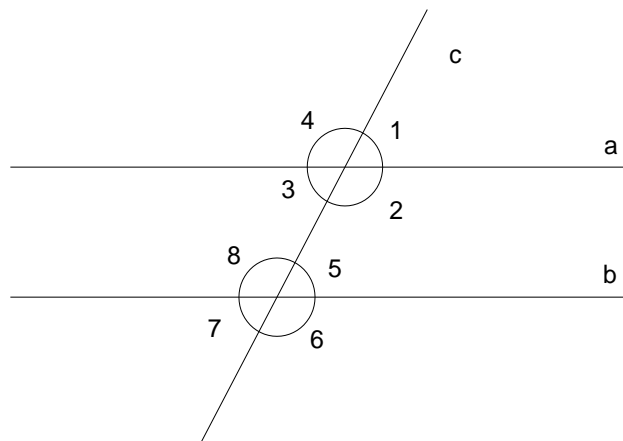
ANGULO AGUDO.– Los ángulos que son menores que un ángulo recto.

ANGULO OBTUSO.– Los ángulos que son mayores que un ángulo recto.

RECTAS PARALELAS

Se dicen que dos rectas son paralelas cuando se cortan en el infinito, es decir, entre ellas, siempre existirá la misma distancia.

Si cortamos dos rectas a y b paralelas por una tercera recta c, secante a ambas, se nos definen una serie de ángulos:



Según la figura:

1=5; 2=6; 4=8; 3=7 Son ángulos semejantes ó correspondientes

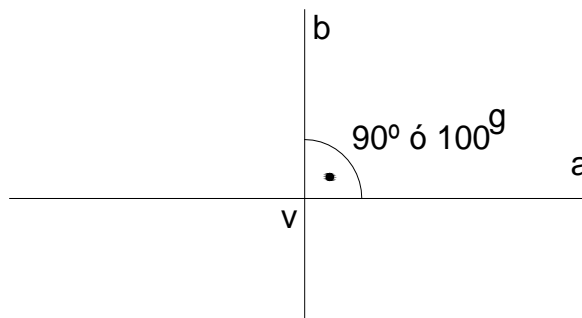
1=3; 5=7; 4=2; 8=6 Son ángulos opuestos por el vértice

4=6; 1=7; Son ángulos alternos externos

3=5; 2=8. Son ángulos alternos internos

RECTAS PERPENDICULARES

Son aquellas rectas que al cortarse definen un ángulo de 90° (ó 100^g).



POLIGONOS

Los polígonos son figuras planas determinadas por una serie de segmentos que conforman un recinto cerrado. A cada uno de dichos segmentos, se le denomina LADO. Al punto donde coinciden dos lados, se le denomina VERTICE.

Así pues, un polígono queda definido por:

- El número de lados
- El número de vértices
- Los ángulos formados por cada dos lados consecutivos en el vértice.

Si todos los lados del polígono tienen la misma longitud, les denominaremos POLIGONOS REGULARES. Por el contrario, cuando la dimensión de los lados es distinta, se tratará de POLIGONOS IRREGULARES.

CLASIFICACION DE LOS POLIGONOS SEGÚN EL NÚMERO DE LADOS

NUMERO DE LADOS	DENOMINACION
TRES	TRIANGULO
CUATRO	CUADRADO, RECTANGULO Y ROMBO
CINCO	PENTAGONO
SEIS	HEXAGONO
SIETE	HEPTAGONO
OCHO	OCTOGONO
NUEVE	ENEAGONO
DIEZ	DECAGONO
ONCE	UNDECAGONO
DOCE	DODECAGONO

En topografía, los que más vamos a emplear son: el TRIANGULO y EL CUADRADO (con sus variantes irregulares RECTANGULO Y ROMBO).

Otra línea importante en los polígonos es la DIAGONAL, que se define como la línea que une dos vértices no consecutivos.

En función de cómo sean sus ángulos:

POLIGONO CONVEXO.– Todos sus ángulos interiores son menores de 180° (200°). Además, todas sus diagonales quedarán dentro del polígono.

POLIGONO CONCAVO.– Cuando uno de sus ángulos interiores es mayor de 180° (200°). En este caso, alguna diagonal quedará por fuera del polígono.

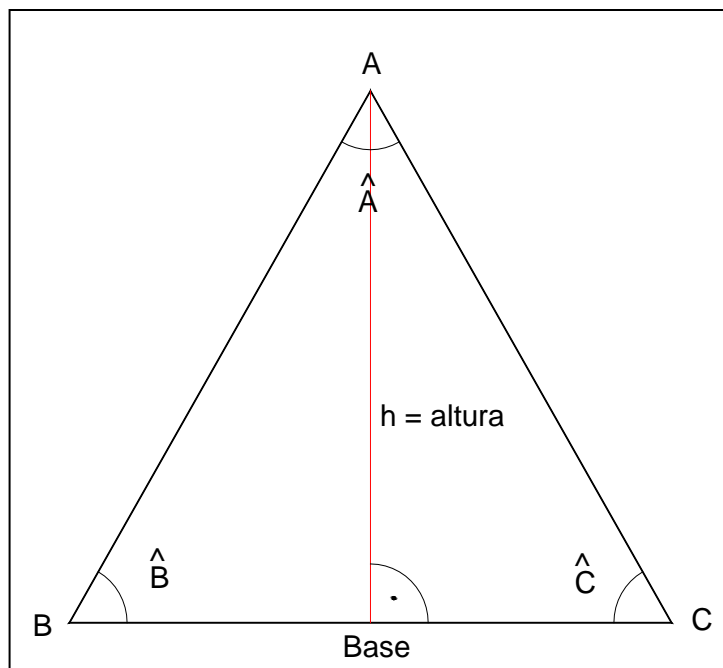
IMPORTANTE: La suma de los ángulos interiores de un polígono cualquiera es:
 $180^\circ * (n - 2)$ Donde: n = número de vértices.

La suma de los ángulos exteriores de un polígono cualquiera es: $180^\circ * (n + 2)$

TRIANGULO

Es uno de los polígonos más empleados en topografía, tanto para realizar cálculos, como para las operaciones de replanteo, pues muchas están basadas en las propiedades de esta figura. Por tanto, es muy importante conocerlo muy bien.

Un TRIANGULO es un polígono de 3 LADOS. Por lo tanto, tendrá TRES VERTICES, y TRES ANGULOS INTERIORES, cuya suma valdrá 360° (ó 400g).



En la figura tenemos un triángulo definido por tres vértices A, B y C, y los tres lados \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CA} . Los ángulos, como vemos, se representan como \hat{A} , \hat{B} , \hat{C} .

Se denomina ALTURA (h) a la línea trazada por uno de sus vértices perpendicularmente al lado opuesto, que llamaremos BASE. En un triángulo pues, tendremos tantas alturas como vértices, es decir, tres.

AREA DEL TRIANGULO.– Para calcular el área ó superficie de un triángulo (S), basta multiplicar un medio de la base por la altura.

$$S = \frac{1}{2} B * h$$

PERIMETRO DEL TRIANGULO.– Es igual a la suma de las longitudes de los tres lados del triangulo.

$$P = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA}$$

CALCULO DEL AREA DE UN TRIANGULO EN FUNCION DE LA LONGITUD DE SUS LADOS.

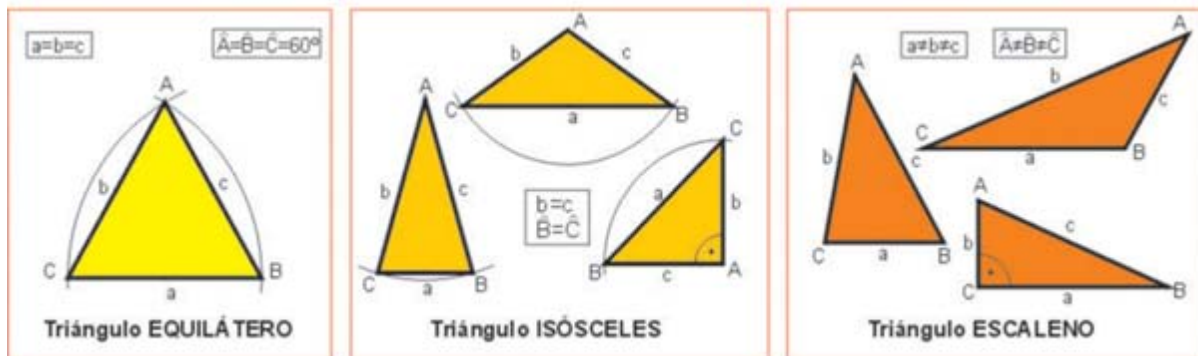
Este método, muy usado en topografía, es conocido como METODO DE HERÓN

$$S = \sqrt{p * (p - a) * (p - b) * (p - c)}$$

Donde: p = semiperímetro = $P/2 = (AB + BC + CA) / 2$

TIPOS DE TRIANGULOS

SEGÚN LOS LADOS:

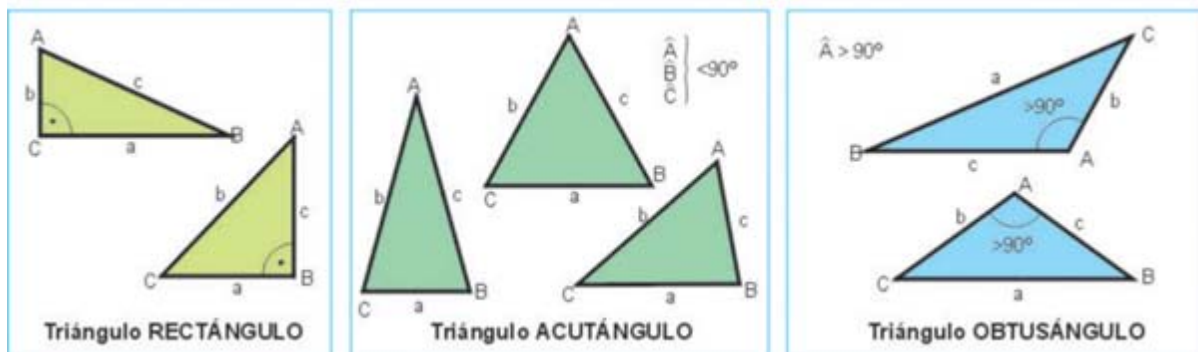


EQUILATERO: Tiene los tres lados iguales. Por tanto, sus tres ángulos interiores son iguales y valen 60° .

ISOSCELES: Tienen dos lados iguales.

ESCALENO: Sus tres lados son desiguales

SEGÚN LOS ANGULOS:



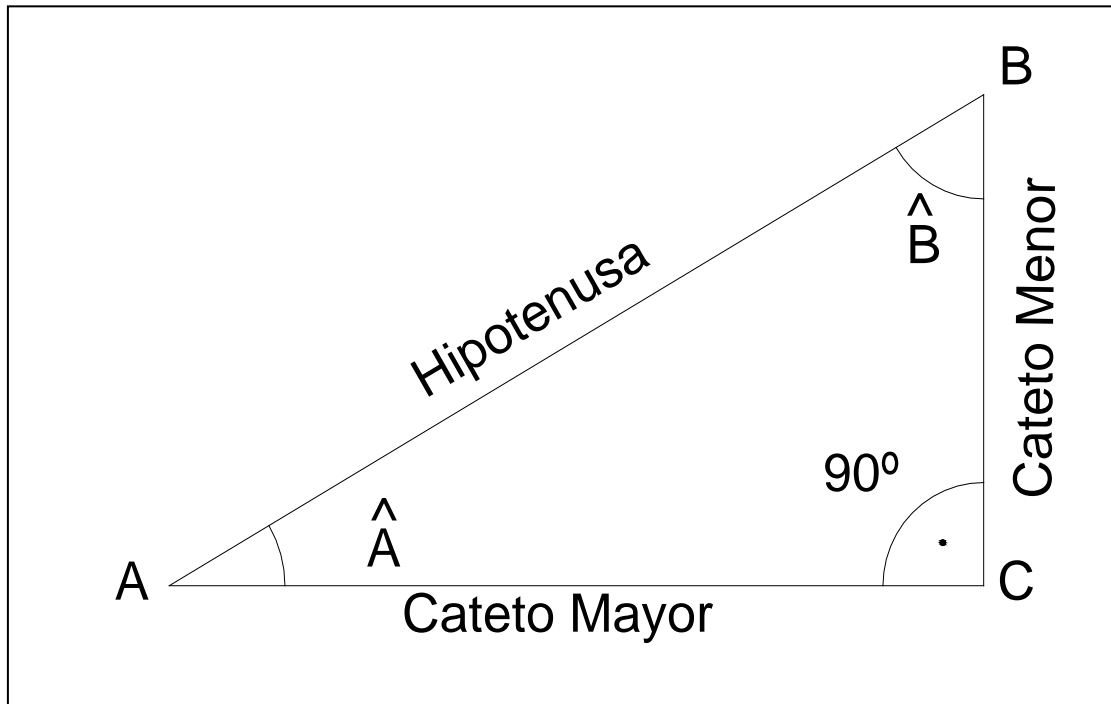
RECTANGULO: Uno de sus ángulos es de 90°. Este triángulo tiene mucha importancia, por lo que se realizara un estudio aparte.

ACUTANGULO: Todos sus ángulos son menores de 90°.

OBSTUSANGULO: Uno de los ángulos interiores es mayor de 90°.

TRIANGULO RECTANGULO.:

Como ya hemos dicho, un triángulo rectángulo es aquel en el que uno de sus ángulos interiores vale 90°.



En el triángulo rectángulo se cumple el **TEOREMA DE PITAGORAS**, que dice que “la hipotenusa elevada al cuadrado es igual a la suma del cuadrado de los catetos”. Su expresión matemática es:

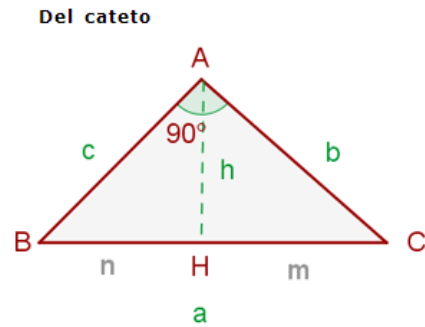
$$a^2 = b^2 + c^2$$

Donde: a = hipotenusa; b y c = catetos.

Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen un Angulo agudo igual.
 Dos triángulos rectángulos son semejantes si tienen los dos catetos proporcionales.

Otros teoremas de interés en el triángulo rectángulo:

Teorema del cateto:



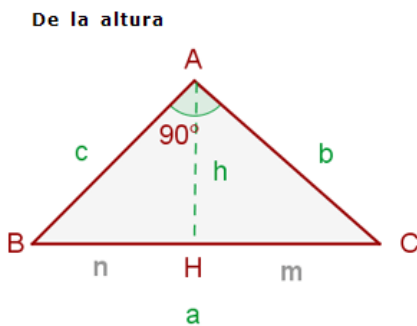
$$\frac{a}{b} = \frac{b}{m}$$

$$b^2 = a \cdot m$$

$$\frac{a}{c} = \frac{c}{n}$$

$$c^2 = a \cdot n$$

Teorema de la altura



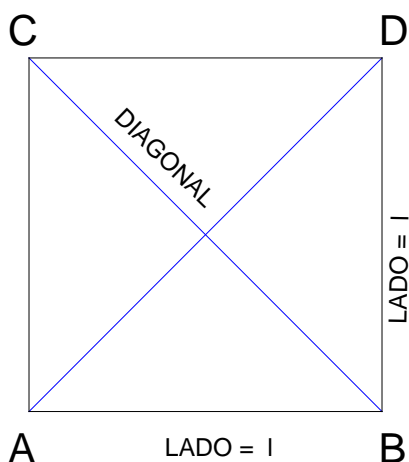
$$\frac{m}{h} = \frac{h}{n}$$

$$h^2 = m \cdot n$$

Nota de Interés: El triángulo es muy utilizado en topografía: Para replanteos por bisección, para calcular bases por el sistema de triangulación, intersección directa, cubicación de pequeñas superficies, etc.

CUADRADO

Polígono regular de cuatro lados iguales, y cuatro vértices. Sus ángulos interiores son de 90°.



El área del cuadrado:

$$S = l * l = \text{lado} * \text{lado} = \text{lado}^2 = l^2.$$

El perímetro: $P = 4 * l$

La longitud de la diagonal, se obtiene por aplicación del teorema de Pitágoras:

$$CB^2 = CA^2 + AB^2$$

$$Y: CB = \sqrt{(CA^2 + AB^2)} = \sqrt{l^2 + l^2} = l * \sqrt{2}$$

Nota de interés: El replanteo de zapatas en edificación u obra civil, muchas veces se basa en replantear cuadrados. Es muy importante, una vez marcados los cuatro vértices, comprobar la longitud de los lados y de las diagonales.

RECTANGULO

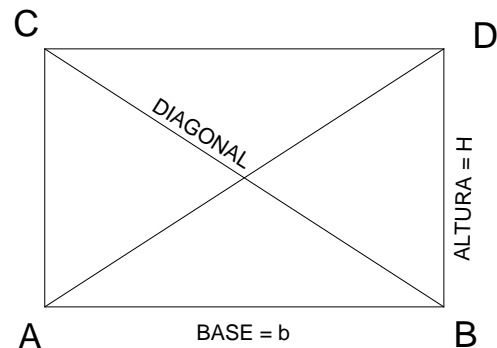
El rectángulo es un polígono de cuatro lados, iguales dos a dos. Cada uno de sus ángulos interiores vale 90°.

Su área:

$$S = b * h$$

Su perímetro:

$$P = 2*b + 2*h$$



OTROS POLIGONOS EMPLEADOS EN TOPOGRAFIA

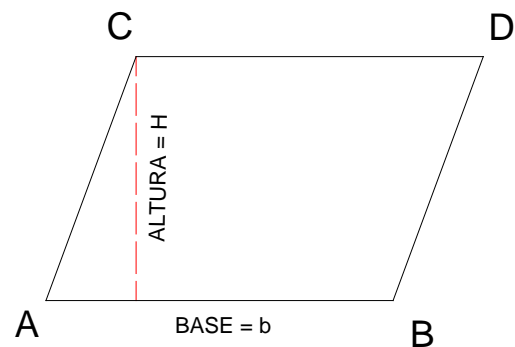
PARALELOGRAMO

Es un polígono de cuatro lados, de forma que son paralelos dos a dos, pero sus ángulos interiores ya no valen 90°. No obstante, el área se calcula igual que en el cuadrado.

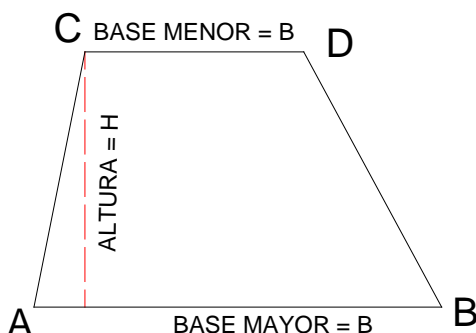
El área, por tanto:

$$S = b * h$$

Y el perímetro:



$$P = AB + BD + DC + CA$$



TRAPECIO

Un trapecio es un polígono de cuatro lados, en el cual, dos lados son paralelos entre sí, mientras que los otros dos no son paralelos.

El área de un trapecio es igual a la semisuma de la base multiplicada por la altura.

$$S = \frac{B + b}{2} * h$$

Si tiene un ángulo recto se denomina trapecio rectángulo.

CIRCUNFERENCIA

Es otra de las figuras geométricas más empleadas en topografía.

Se define como el lugar geométrico de todos los puntos que equidistan de otro punto interior llamado CENTRO. La distancia del centro a cualquier punto de la circunferencia se denomina RADIO (r).

La línea que atraviesa la circunferencia de parte a parte, pasando por el centro se denomina DIAMETRO (D).

$$\text{DIAMETRO} = 2 * \text{RADIO}$$

En el centro de la circunferencia, se define un Angulo que vales 360° (ó 400g).

La parte de circunferencia comprendida entre dos radios se denomina ARCO

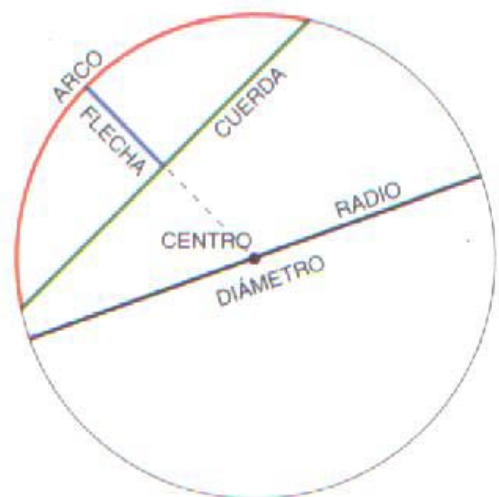


Otras líneas notables en la circunferencia

Cuerda (c).– Segmento que une dos puntos de la circunferencia y que no pasa por su centro.

Flecha (f).– Para una cuerda determinada, es la perpendicular trazada por el punto medio del arco a la cuerda.

Tangente.– Recta que solo tiene un punto en común con la circunferencia.



LONGITUD DE LA CIRCUNFERENCIA

(Perímetro)

$$L = 2 * \pi * R$$

Donde: π = número PI. Es una constante que relaciona la longitud de la circunferencia (perímetro) con su diámetro. $\pi = L/D$. Su valor, para cálculos aproximados es 3,1416.

R = radio de la circunferencia.

La circunferencia es una línea cerrada. El área encerrada en su interior se denomina CÍRCULO.

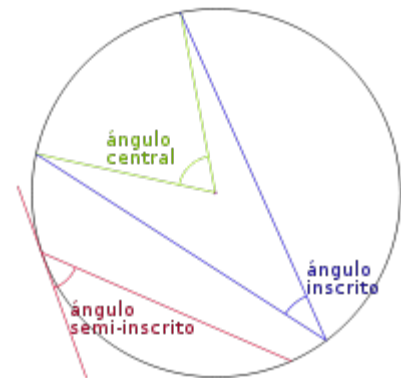
AREA DEL CIRCULO: $S = \pi \cdot R^2$

ANGULOS EN UNA CIRCUNFERENCIA

Angulo Central.– El vértice del Angulo esta en el centro de la circunferencia. Sus lados serán radios. La amplitud del Angulo central es igual a la del arco que abarca.

Angulo Inscrito.– El vértice es un punto de la circunferencia, y sus lados son dos diámetros. El valor del Angulo central es igual a la mitad del Angulo central correspondiente al arco determinado por los dos diámetros.

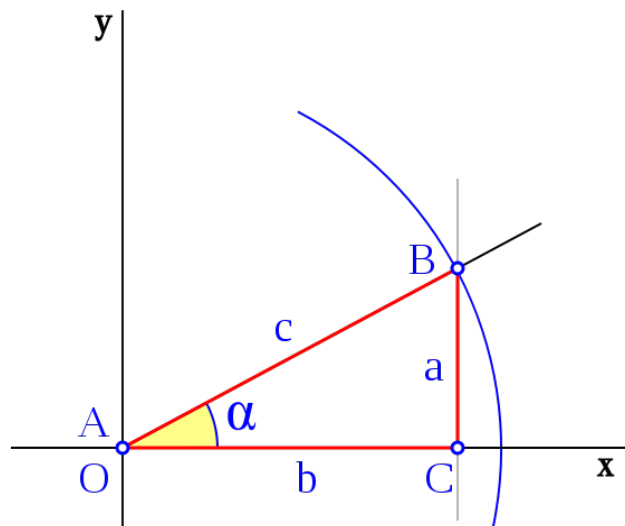
Angulo Semi-inscrito.– Su vértice es un punto de la circunferencia. Uno de sus lados es una cuerda y el otro, una recta tangente a la circunferencia (en el vértice). El valor del Angulo semi-inscrito es la mitad de la del Angulo central que abarca el arco definido por él.



1.7 NOCIONES DE TRIGONOMETRIA

La trigonometría es la ciencia que estudia las relaciones entre los lados y los ángulos de un triángulo, pudiéndose calcular unos en función de los otros. Para ello, se vale de las razones trigonométricas, que ahora veremos.

Supongamos un triángulo ABC rectángulo en A. Vamos a tomar un sistema de ejes coordenados de referencia. Uno, que será horizontal, que llamaremos eje de ABCISAS ó eje X, y que contendrá al lado AC. El otro, vertical, pasará por A, y le llamaremos eje de ORDENADAS ó eje Y, y será paralelo al lado BC.



Con esta disposición, definiremos las **RAZONES TRIGONOMETRICAS FUNDAMENTALES**, correspondientes al Angulo α correspondiente al vértice A, que son SENO α (sen α), COSENO α (cos α) y TANGENTE α (tg α).

SENO.- Razón entre el cateto opuesto y la hipotenusa.

$$\text{sen } \alpha = \frac{a}{c}$$

COSENO.- Razón entre el cateto adyacente y la hipotenusa.

$$\text{cos } \alpha = \frac{b}{c}$$

TANGENTE.- Razón entre el cateto opuesto y el cateto adyacente.

$$\text{tg } \alpha = \frac{a}{b}$$

Suponiendo que AB (c), sea el radio de una circunferencia igual a la unidad, nos quedaría:

$$\text{sen } \alpha = \frac{a}{1} = a \quad \text{cos } \alpha = \frac{b}{1} = b \quad \text{tg } \alpha = \frac{a}{b}$$

RAZONES TRIGONOMETRICAS RECIPROCAS

COSECANTE.- Reciproca del seno.

$$\text{csc } \alpha = \frac{1}{\text{sen } \alpha} = \frac{c}{a} = AG$$

SECANTE.- Reciproca del coseno.

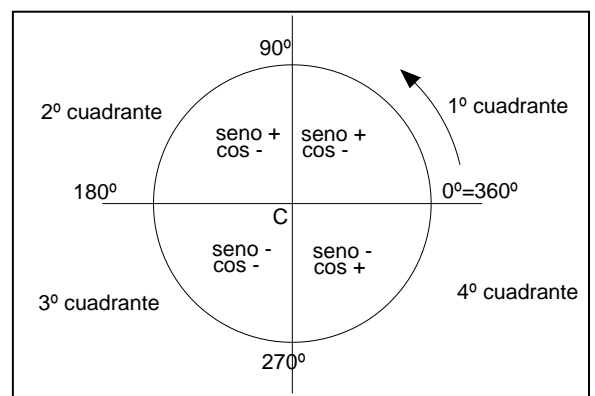
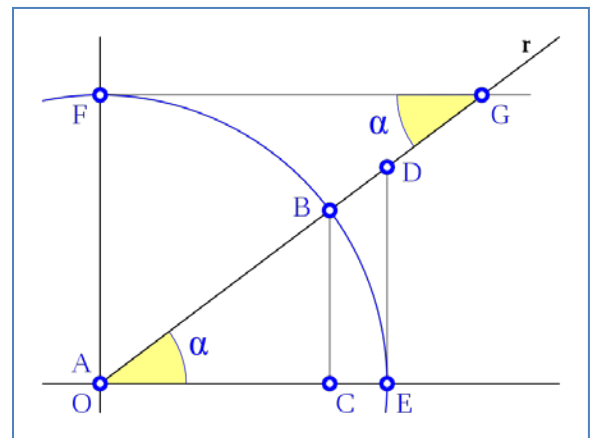
$$\text{sec } \alpha = \frac{1}{\text{cos } \alpha} = \frac{c}{b} = AD$$

COTANGENTE.- Reciproca de la tangente.

$$\text{cot } \alpha = \frac{b}{a} = GF$$

No obstante, las funciones reciprocas no son muy utilizadas en topografía.

En trigonometría, el círculo se divide en cuatro cuadrantes, según la figura. Se acompaña además el signo de las razones trigonométricas seno y coseno en los distintos cuadrantes. Los ángulos se miden en sentido contrario a las agujas del reloj.



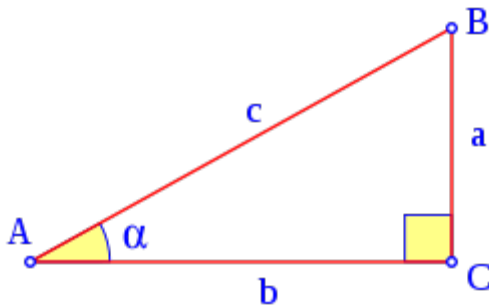
Los valores de las razones trigonométricas de los ángulos más usuales son.

GRADOS	RADIANES	SENO	COSENO	TANGENTE
0	0	0	1	0
30	$1/6 \pi$	$1/2$	$\sqrt{3}/2$	$1/\sqrt{3}$
45	$1/4 \pi$	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60	$1/3 \pi$	$\sqrt{3}/2$	$1/2$	$\sqrt{3}$
90	$1/2 \pi$	1	0	∞

RELACION FUNDAMENTAL DE LA TRIGONOMETRIA

$$\text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha = 1$$

Se obtiene a partir de la aplicación del teorema de Pitágoras.



Del teorema de Pitágoras:

$$C^2 = a^2 + b^2$$

$$\text{Como: } \text{sen } \alpha = a/c$$

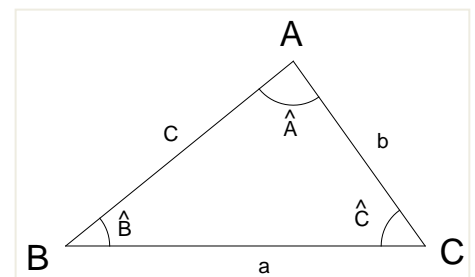
$$\text{y: } \text{cos } \alpha = b/c$$

$$\begin{aligned} \text{sen}^2\alpha + \text{cos}^2\alpha &= (a/c)^2 + (b/c)^2 = (a^2 + b^2)/c^2 \\ &= c^2/c^2 = 1 \end{aligned}$$

TEOREMAS DEL SENO Y DEL COSENO

Estos teoremas son muy importantes en topografía, pues nos van a permitir la resolución de triángulos, es decir, obtener todos los datos que los definen, a partir de otros conocidos.

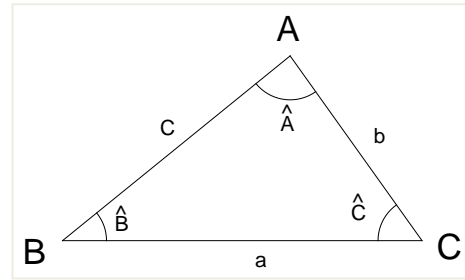
TEOREMA DEL SENO.: Establece la relación existente en un triángulo entre los senos y los lados opuestos.



$$\frac{\text{sen } A}{a} = \frac{\text{sen } B}{b} = \frac{\text{sen } C}{c}$$

TEOREMA DEL COSENO.: Es una generalización del teorema de Pitágoras para los triángulos no rectángulos.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos C$$



En todo triángulo obtusángulo, el cuadrado de uno de los lados es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble producto de dichos lados por el coseno que forman.

A continuación, se consignan una serie de relaciones trigonométricas (aunque son muy poco empleadas en topografía).

Suma y diferencia de dos ángulos

$$\text{sen}(\alpha + \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta + \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\text{sen}(\alpha - \beta) = \text{sen}\alpha \cos\beta - \cos\alpha \text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta + \text{sen}\alpha \text{sen}\beta$$

Tangente de la suma y la diferencia

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

Suma y diferencia del seno y coseno de dos ángulos

$$\text{sen}\alpha + \text{sen}\beta = 2\text{sen}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\text{sen}\alpha - \text{sen}\beta = 2\text{sen}\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\text{sen}\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \text{sen}\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

Producto del seno y coseno de dos ángulos

$$\cos(\alpha) \cos(\beta) = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}(\alpha)\operatorname{sen}(\beta) &= \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2} \\ \operatorname{sen}(\alpha)\cos(\beta) &= \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta) + \operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{2} \\ \cos(\alpha)\operatorname{sen}(\beta) &= \frac{\operatorname{sen}(\alpha + \beta) - \operatorname{sen}(\alpha - \beta)}{2}\end{aligned}$$

Ángulo doble

$$\operatorname{sen}2\alpha = 2\operatorname{sen}\alpha \cdot \cos\alpha$$

$$\cos2\alpha = \cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha$$

$$\cos2\alpha = 1 - 2\operatorname{sen}^2\alpha$$

$$\cos2\alpha = -1 + 2\cos^2\alpha$$

$$\tan2\alpha = \frac{2\tan\alpha}{1 - \tan^2\alpha}$$

$$\begin{aligned}\operatorname{sen}^2\alpha &= \frac{1 - \cos2\alpha}{2} \\ \cos^2\alpha &= \frac{1 + \cos2\alpha}{2}\end{aligned}$$

Ángulo mitad

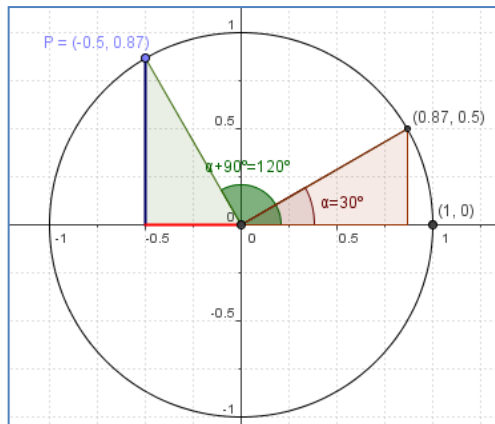
$$\operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{2}}$$

$$\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 + \cos\alpha}{2}}$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \sqrt{\frac{1 - \cos\alpha}{1 + \cos\alpha}}$$

RELACIONES ENTRE RAZONES TRIGONOMETRICAS DE ALGUNOS ANGULOS

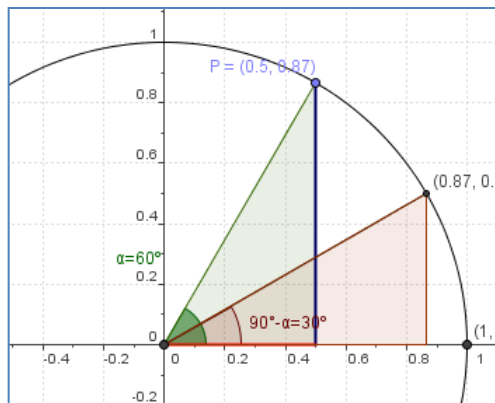
Ángulos que difieren en 90°.



$$\sin (90+\alpha)=\cos \alpha$$

$$\cos (90+\alpha)=-\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg} (90+\alpha)=-\cotg \alpha$$



Angulos complementarios.

$$\sin (90-\alpha)=\cos \alpha$$

$$\cos (90-\alpha)=\sin \alpha$$

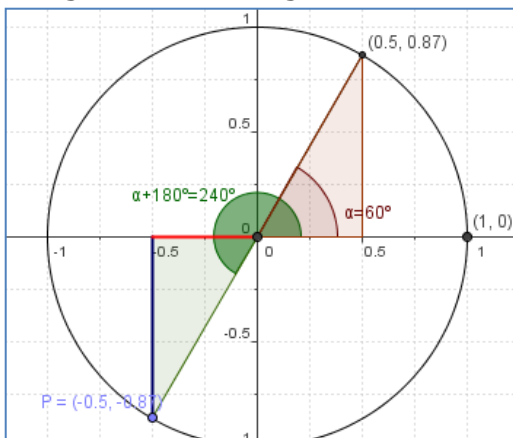
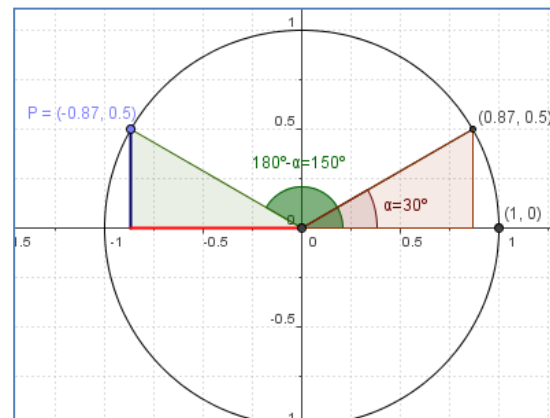
$$\operatorname{tg} (90-\alpha)=\cotg \alpha$$

Angulos suplementarios.

$$\sin (180-\alpha)=\sin \alpha$$

$$\cos (180-\alpha)=-\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} (180-\alpha)=-\operatorname{tg} \alpha$$



Ángulos que difieren en 180°.

$$\sin (180+\alpha)=-\sin \alpha$$

$$\cos (180+\alpha)=-\cos \alpha$$

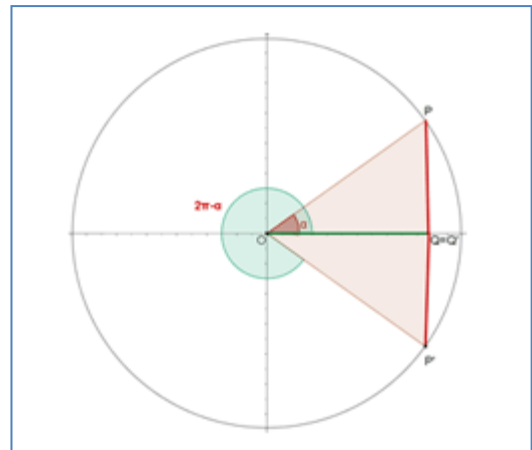
$$\operatorname{tg} (180+\alpha)=\operatorname{tg} \alpha$$

Ángulos opuestos.

$$\sin (360-\alpha)=-\operatorname{sen} \alpha$$

$$\cos (360-\alpha)=\cos \alpha$$

$$\operatorname{tg} (360-\alpha)=-\operatorname{tg} \alpha$$

**1.8 NOCIONES DE TEORIA DE ERRORES**

Cualquier operación que realicemos en topografía va a estar compuesta de mediciones, ya sean lineales ó angulares. Medir una magnitud consiste en compararla con un patrón de medida. De la imperfección de dicho patrón de medida, así como de las condiciones en que se realice dicha medida, surgirán diferencias con la medida real, que denominaremos **ERRORES**. Es muy importante saber evaluar la magnitud de dichos errores, para poder determinar si son tolerables, y entonces procederemos a su compensación, ó si por el contrario, su magnitud es tan grande que deberemos repetir la medición.

Es decir, cuando realicemos una medición, tan sólo obtendremos valores más ó menos aproximados.

ERRORES Y EQUIVOCACIONES

Error.– Pequeña discrepancia entre la medida realizada y el valor real del elemento medido. Su valor es muy pequeño en comparación con la magnitud a medir. Los errores serán siempre inevitables, pero deberemos conocerlos.

$$\text{Error} = \text{Valor medido} - \text{Valor verdadero}$$

Equivocación.– También llamado “Error Grosero”. Se producen por faltas de atención del operador. Su valor es grande con respecto de la magnitud medida y son perfectamente evitables.

ERRORES SISTEMATICOS Y ERRORES ACCIDENTALES

Errores Sistemáticos.–Son errores que se producen siempre, porque se deben a una causa permanente que, bien afecta al aparato de medición, porque se aplican métodos de observación inadecuados ó por efecto de agentes externos (variación de temperatura, refracción atmosférica, etc.).

Una vez conocidas las causas que los producen, podremos eliminarlos empleando aparatos ó métodos de observación calculo adecuados.

Errores accidentales.– Se producen por causas fortuitas, manifestándose bien por exceso ó por defecto. Se deben fundamentalmente a las imperfecciones de nuestros sentidos ó a otras causas sobre las que no podremos actuar.

Compensación de errores.– Operación mediante la cual podremos minimizar el efecto de los errores accidentales.

Cuando realizamos muchas mediciones de la misma magnitud, se producirán errores accidentales que actuaran en ambos sentidos (positivo y negativo), de tal forma que estos tienden a anularse.

En topografía, los errores más importantes son los ACCIDENTALES, ya que no conoceremos las causas que los producen y por tanto, no los podremos corregir (pero si compensar).

Ejemplo: Supongamos que tenemos un teodolito perfectamente estacionado. Si el aparato esta correctamente corregido, al determinar un Angulo, cometeremos un error de puntería accidental, y un error de lectura en el limbo. Lo mismo ocurrirá en el otro extremo del ángulo. En este caso, la medida del ángulo vendrá afectada de ERRORES ACCIDENTALES.

Ahora bien, si el limbo del aparato no estuviese perfectamente graduado, todas las lecturas vendrán afectadas del mismo error de lectura, que será un ERROR SISTEMATICO CONSTANTE.

Si además, durante la medición, el aparato permanece largo rato al sol, la temperatura dilatara las piezas metálicas, desnivelándose el aparato imperceptiblemente, lo que será un ERROR SISTEMATICO VARIABLE.

FORMA DE ATENUAR LOS ERRORES. MEDIA ARITMETICA Y MEDIA PONDERADA

Está claro que si solo realizamos una medición, sabremos que esta estará afectada de un error, que en general, no conoceremos. Pero si realizamos más mediciones, tendremos varias mediciones de la misma magnitud, que diferirán entre sí en pequeñas magnitudes.

VALOR MÁS PROBABLE DE UNA MEDICION

Si realizamos n mediciones de una misma magnitud, todas ellas con la misma precisión y realizadas en las mismas condiciones, definiremos el valor más probable de dicha medición a LA MEDIA ARITMETICA de todas las mediciones realizadas.

Si $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ son las mediciones realizadas (n veces).

$$M = \frac{m_1 + m_2 + \dots + m_n}{n}$$

Una vez conocido el valor más probable, podemos obtener los errores accidentales aparentes, denominados también errores residuales, residuos ó desviaciones.

$$\epsilon_1 = M - m_1$$

$$\epsilon_2 = M - m_2$$

.....

Error más probable (e_p).– Si ordenamos los errores residuales (en valor absoluto, es decir, sin tener en cuenta su signo), por orden de magnitud, el error más probable será aquel que se encuentre en el centro de la serie (tiene tantos errores por encima como por debajo).

Error medio aritmético (e_a).– Es la media aritmética de los errores residuales en valor absoluto.

Error medio cuadrático (e_c).– Es el más empleado en topografía. Se define como la raíz cuadrada del cociente de los errores residuales y el número de observaciones menos uno)

$$e_c = \sqrt{\frac{\epsilon^2}{n-1}}$$

Este error también se denomina “Erro medio cuadrático de una observación aislada”.

El **Error Medio Cuadrático del Valor más probable (e_{cM})** (es decir, de la media aritmética), se define como:

$$e_{cM} = \frac{e_c}{\sqrt{n}}$$

ERROR MAXIMO O TOLERANCIA.

Es el error máximo que podemos admitir al realizar una medición para no desecharla.

En el caso de que el error (sea del tipo que sea) sobrepase el valor del error máximo, deberán ser desechadas.

Podemos expresar el error máximo en función de los errores mencionados hasta ahora.

$$e_m \leq 4e_p$$

$$e_m \leq 3e_a$$

$$e_m \leq 2,5e_c$$

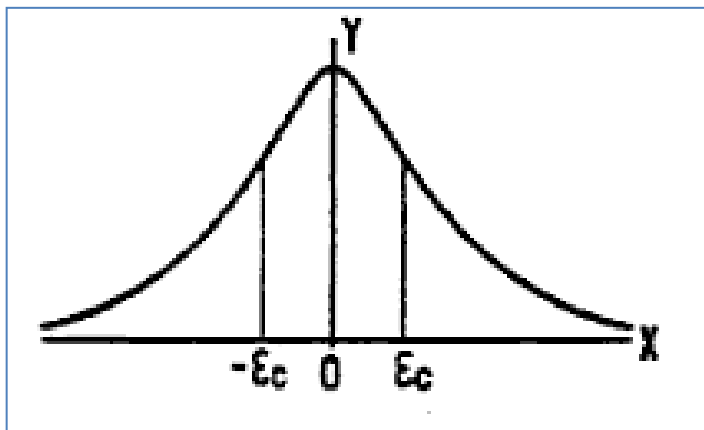
DISTRIBUCION GRAFICA DE LOS ERRORES. CURVA DE GAUSS. PRECISION Y EXACTITUD

Si tuviésemos un número lo suficientemente grande de mediciones realizadas sobre la misma magnitud y calculásemos los errores accidentales (residuos), si los representásemos sobre unos ejes de coordenadas cartesianas, de forma que sobre el eje X (abscisas) nos llevásemos el valor de los errores obtenidos, y sobre el eje Y (ordenadas), el número de veces que aparece cada error, obtendríamos un dibujo con forma de campana invertida, que se asemeja a una curva teórica denominada

CURVA DE GAUSS.

El error medio cuadrático se sitúa en los puntos de inflexión (puntos donde cambia la curvatura de las ramas de la curva). La probabilidad de cometerlo varía entre 0,66 y 0,68.

El error probable será aquel cuya ordenada divida en dos partes de igual área a cada rama de la curva.

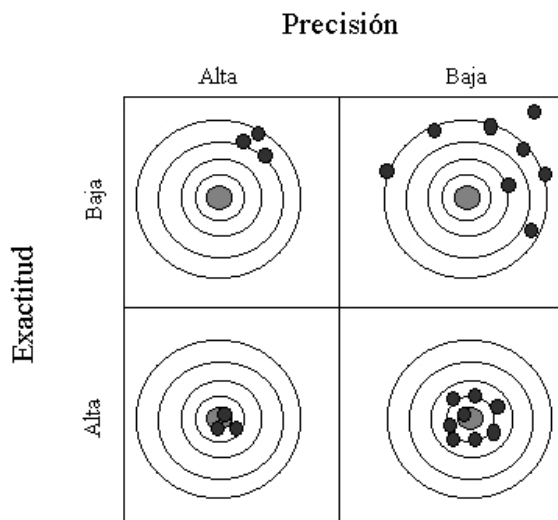


La probabilidad de cometerlo se sitúa en el 0,5.

El error medio aritmético, se sitúa entre los dos primeros, con una probabilidad de ser cometido de entre 0,57 y 0,60.

Como se desprende de la observación de la curva, serán mayores los errores residuales de menor valor, que se sitúan en el centro de la curva.

PRECISION Y EXACTITUD



Exactitud.– Nos indica lo cerca que nuestras medidas se encuentran de la medida real. Los errores obtenidos serán muy pequeños con respecto al valor más probable. La curva representativa se encontrará centrada en el eje de ordenadas.

Precisión.–Las medidas obtenidas están muy cerca unas de otras, pero no necesariamente tienen que estar cerca del valor real. Obtendremos una curva con una campana muy estrecha. Si esta campana está además centrada con el eje de ordenadas, habremos realizado una

serie de medidas muy precisas y muy exactas. Si por el contrario, el eje de la campana se encuentra separada del eje de ordenadas, el resultado será una gran precisión de las medidas, pero poca exactitud.

MEDIA PONDERADA

Cuando las medidas realizadas no han sido realizadas en las mismas condiciones, ó se han realizado con distintos instrumentos ó por distintos operadores, no se puede aplicar, para obtener el valor más probable la media aritmética, sino que habrá que tener en cuenta la mayor ó menor precisión con que se ha obtenido cada medición. Tendremos entonces que utilizar la MEDIA PONDERADA, en donde se les da MAYOR PESO (mayor influencia) a las medidas de mayor precisión

PESO.– Es el número de observaciones ficticias de la misma precisión que habría que realizar para que su media aritmética tuviese el mismo valor que la media dada.

Su expresión matemática es:

$$M_p = \frac{m_1 * p_1 + m_2 * p_2 + \dots + m_n * p_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n}$$

Donde: m_1, m_2, \dots, m_n son las distintas medidas efectuadas y p_1, p_2, \dots, p_n son los pesos (factor de confianza) de las mismas.

1.9 ESCALAS

Es evidente que cuando nosotros obtengamos datos de un terreno para su posterior representación gráfica, tendremos que realizar una representación más pequeña que el terreno obtenido. La relación entre el tamaño de una misma magnitud medida en el plano y medida en el terreno, es lo que se denomina ESCALA.

Supongamos que tenemos una longitud ab sobre un plano, que se corresponde con la longitud AB del mismo elemento en el terreno.

ESCALA NUMERICA.

La representación numérica de la escala será:

$$E = \frac{ab}{AB} = \frac{\text{distancia en el plano}}{\text{distancia en el terreno}}$$

Como norma general:

- El numerador de la escala siempre será la unidad.
- El denominador de la escala será un numero entero, terminado en cero

Ej: 1/500; 1/25000; 1/100000

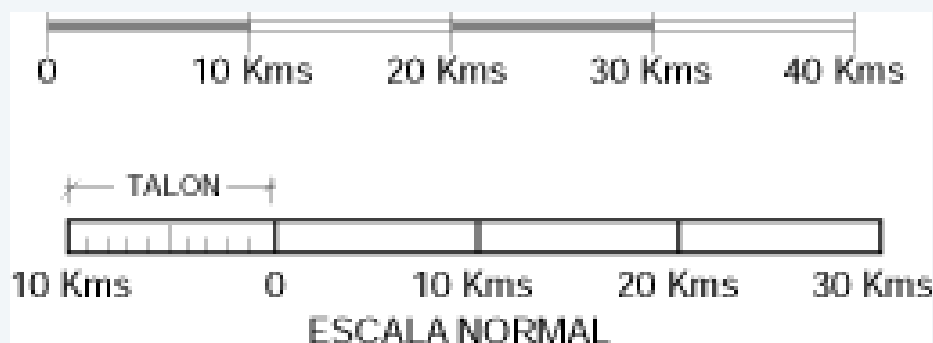
En el caso de la escala 1/25000, significa que 1 cm del plano equivale a 25000 cm del terreno, es decir, 250 metros.

Cuando el denominador es un número grande, se dice que la escala es pequeña, y cuando el denominador es pequeño, se dice que la escala es grande.

La escala siempre permanece constante en el plano ó mapa considerado.

Las distancias que se miden sobre un plano ó mapa, son siempre Distancias Reducidas (es decir, distancias horizontales).

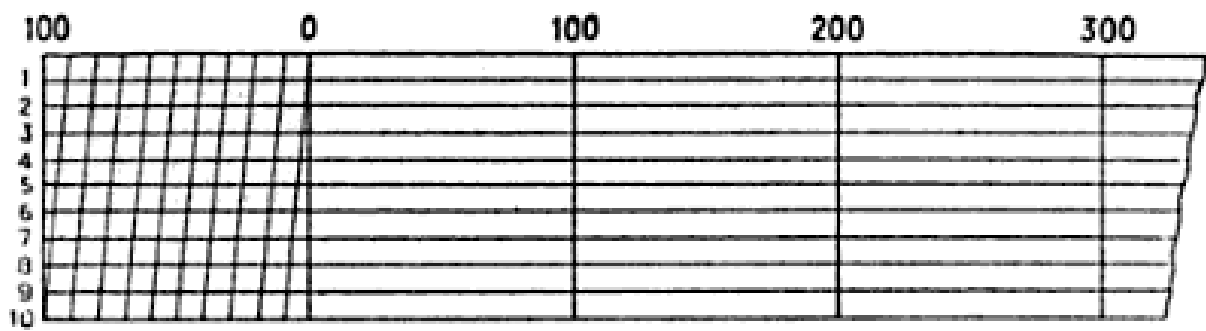
ESCALA GRAFICA.



Es una representación gráfica de la escala numérica, que se suele incluir en los márgenes de los mapas. Consiste en un segmento graduado en varias partes que equivalen a la escala numérica. Con ellas se pueden realizar mediciones sobre el plano sin tener que realizar ningún cálculo. El Talón es una división de la escala graduada en segmentos más pequeños.

ESCALA DE TRANSVERSALES

Es una variante de la escala gráfica, con la finalidad de obtener mayor precisión. Para construirla, se colocan 11



escalas graficas normales una encima de otra, con los ceros alineados.

En la primera y última escala, dividimos, a la izquierda del cero, una unidad en 10 partes iguales. Ahora, unimos el cero de la primera escala con la primera división a la izquierda de la última escala, y así sucesivamente.

Cuando tratamos con superficies, la relación con la escala es:

$$\frac{1}{E^2} = \frac{\text{superficie en el plano}}{\text{Superficie en el terreno}}$$

APRECIACION GRAFICA. LIMITE DE PERCEPCION VISUAL

La precisión con que se consigue medir una longitud sobre un plano ó mapa, ó la precisión con que conseguimos situar un punto con un lápiz sobre el plano, se estima en 0,2 mm, que es el límite de percepción visual.

La apreciación gráfica será el mínimo tamaño que podremos apreciar en un plano. Es decir, si multiplicamos 0.2 mm por el denominador de la escala, obtendremos el tamaño mínimo de cualquier detalle del terreno. Cualquier detalle del terreno cuyas

dimensiones sean inferiores a dicho valor, no tendrán representación como tal, y habrá que recurrir a símbolos convencionales

Por ejemplo, en un mapa a escala 1/5000, la apreciación gráfica será: $0,2 \text{ mm} \times 50000 = 10000 \text{ mm} = 10 \text{ metros}$.

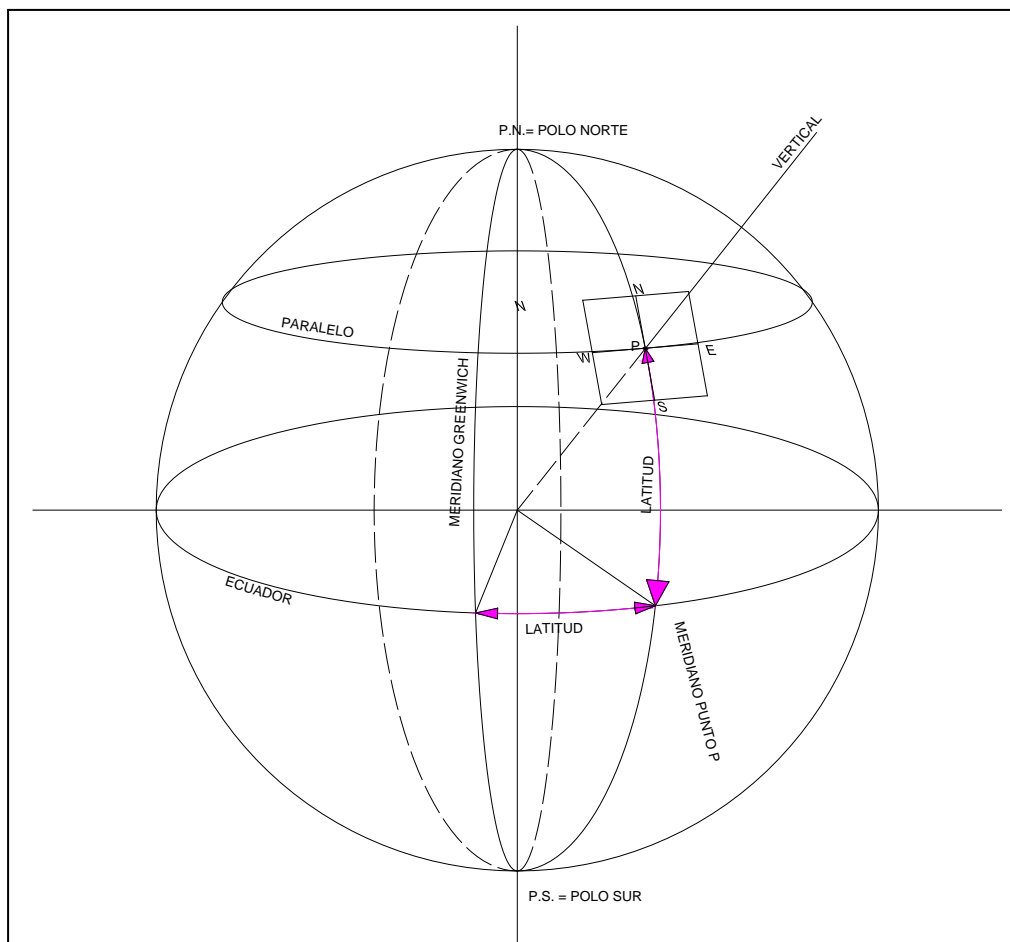
Así, cualquier elemento del terreno igual ó menor a dicha longitud, ó no es necesario levantarlo por no tener representación gráfica, ó se empleara, como ya se ha dicho, un símbolo convencional.

De igual forma, cuando la diferencia entre el arco y su cuerda, es decir, la flecha, sea igual ó menor que el límite de percepción visual, podremos sustituir el arco por la cuerda, sin cometer error aparente.

1.10 SISTEMAS DE COORDENADAS USADAS EN TOPOGRAFIA

Un sistema de coordenadas es un conjunto de valores que nos permiten reflejar la posición de un punto de manera inequívoca. Esos valores numéricos, o coordenadas, estarán referidos a unos ejes ó planos, denominados de referencia.

ELEMENTOS DE LA ESFERA. COORDENADAS GEOGRAFICAS DE UN PUNTO.



Suponiendo la tierra esférica, definiremos:

–Meridiano: Circulo máximo de la esfera que pasa por los extremos del eje de rotación de la tierra ó línea que une los polos.

–Ecuador: Circulo máximo. Intersección del la esfera terrestre con el plano horizontal que pasando por el centro de la tierra, es perpendicular al eje de la misma.

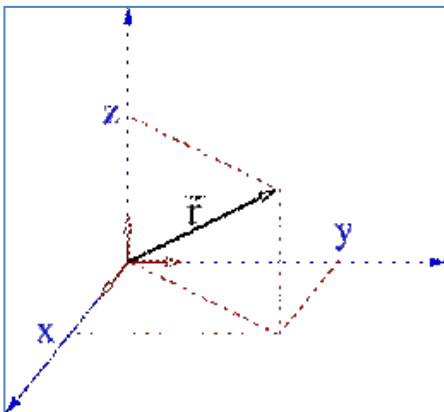
– Paralelos: Son cirulos menores de la esfera, paralelos al ecuador.

Las coordenadas geográficas, es decir, las coordenadas que definen la posición del cualquier punto de la superficie terrestre sobre la misma, son:

LONGITUD (λ).–de un punto. Valor angular, expresado en sexagesimales, del arco medido entre el meridiano que pasa por el punto considerado y el meridiano que se toma como origen, denominado Meridiano de Greenwich. A partir del él, se miden las longitudes hacia el este ó positiva (entre 0° y 180°), y longitudes hacia el oeste ó negativa (entre 0° y 180°).

LATITUD (ϕ).–de un punto. Valor angular, expresado en sexagesimales, del arco medido sobre el meridiano que pasa por el punto, entre el paralelo que pasa por el punto y el ecuador. Se cuenta a partir del ecuador, desde 0° a 90° hacia el Norte (longitud septentrional ó positiva), ó hacia el Sur (Meridional ó negativa).

ALTITUD (Z).–de un punto. Es la distancia, medida sobre la vertical, existente entre el punto de la superficie terrestre considerado y el Geoide tomado como referencia.

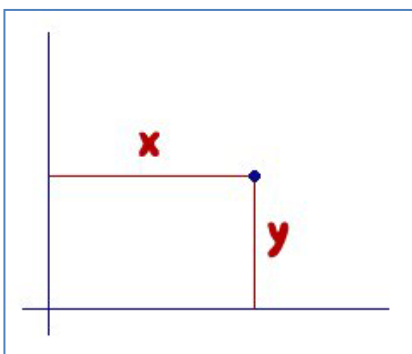


Nota.: Estas coordenadas son muy empleadas en Astronomía y en Geodesia. Para calcular coordenadas UTM, se parte de las coordenadas geográficas.

COORDENADAS CARTESIANAS.

Denominamos coordenadas cartesianas de un punto a las proyecciones de dicho punto sobre 3 planos, perpendiculares entre sí, de forma que al cortarse dos a dos, definen los ejes de coordenadas X, Y, Z. Es decir, que un punto en el espacio quedará definido por sus tres coordenadas cartesianas: X_A , Y_A y Z_A .

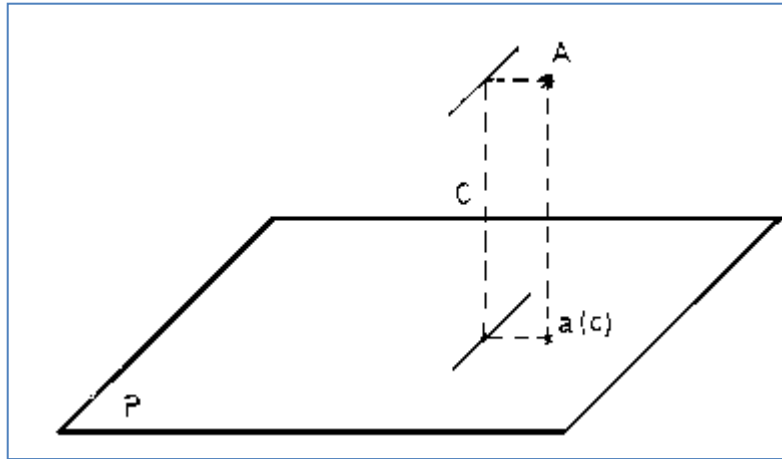
En topográfica, como ya dijimos, se emplea el sistema de representación de planos acotados, donde la representación del punto se obtiene proyectando perpendicularmente el punto sobre un plano horizontal, tendremos el punto representado por dos coordenadas:



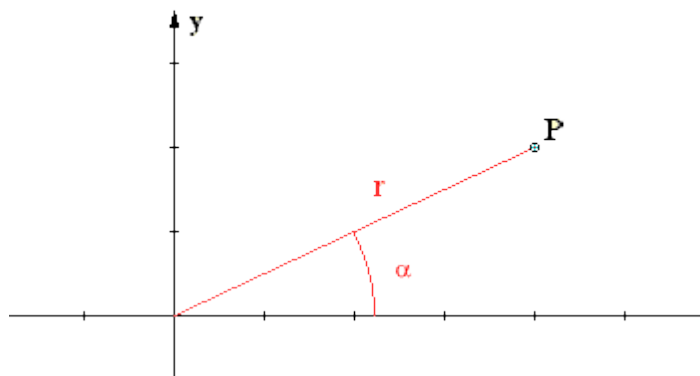
X.- Coordenada horizontal u abcisa del punto.

Y.- Coordenada vertical u ordenada del punto.

La cota se representará entre paréntesis, al lado del punto.



COORDENADAS ESFERICAS Ó POLARES



En este sistema, la posición del punto queda definida por:

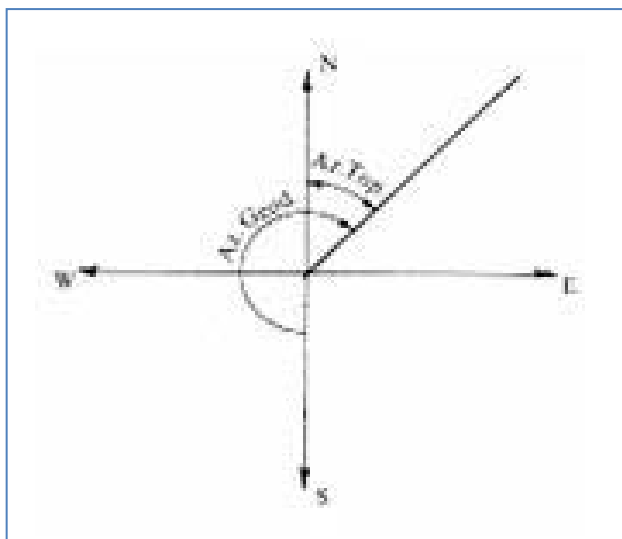
Distancia Polar: Distancia existente entre el punto considerado y el origen de coordenadas (intersección de los ejes X e Y).

Angulo Polar.– Angulo que forma la distancia polar con el eje X.

Este sistema es el empleado en

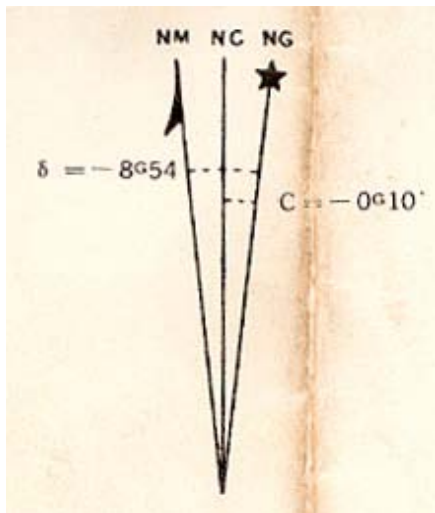
topografía, para obtener las coordenadas de un punto. La única salvedad es que el origen para tomar los ángulos polares se toma en el eje Y, que, por convenio, suponemos que coincide con la dirección del norte geográfico. El ángulo así medido, contado como positivo cuando crece en sentido de las agujas del reloj, se denomina AZIMUT.

AZIMUT TOPOGRAFICO.– Angulo medido en el plano horizontal que una dirección forma con el Norte Geográfico.



Si se toma como origen la dirección Sur, el azimut se denomina **AZIMUT GEODESICO**.

Algunos aparatos utilizan, para determinar los ángulos horizontales ó acimutales, las propiedades del campo magnético terrestre. Estos aparatos se denominan **BRUJULAS**, y se auto-orientan con respecto al **NORTE MAGNETICO TERRESTRE (NM)**. El Angulo medido con las brújulas se denomina **RUMBO**, que es el ángulo que una dirección forma con el norte magnético.



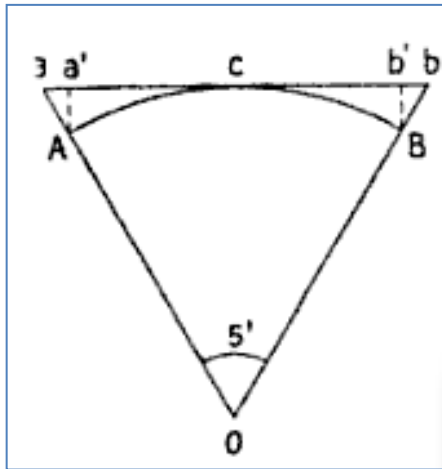
El Norte Geográfico no coincide con el Norte Magnético, variando su posición relativa según el lugar considerado y la época en que se realice la medición. El polo norte magnético rota alrededor del polo norte geográfico, variando 7,4' por año hacia el este. El Angulo que forman ambas direcciones se denomina **Declinación Magnética**.

En los mapas, se suele incluir la representación del norte geográfico (NG), norte magnético (NM) y norte de la cuadrícula (NC).

1.11 INFLUENCIA DE LA ESFERICIDAD TERRESTRE.

Como ya dijimos, el límite entre plano y mapa se encontraba en el tamaño para el que podíamos considerar ó no que la esfericidad terrestre influía en la representación. Como ya hemos dicho, en topografía emplearemos como sistema de representación el sistema de planos acotados en donde el terreno se proyecta sobre un plano horizontal. Interesa pues saber el límite a partir del cual ya no podremos emplear dicho sistema, teniendo que recurrir a proyecciones cartográficas.

La influencia de la esfericidad de la tierra depende de si hablamos de trabajos de planimetría ó de altimetría.

INFLUENCIA DE LA ESFERICIDAD TERRESTRE EN LA PLANIMETRIA**a.- En medidas radiales (longitudinales)**

Supongamos que queremos obtener la representación plana del arco de círculo máximo AB de la superficie terrestre. Suponemos que las líneas que unen A y B con el centro de la tierra O, forman entre si un Angulo de 5'. Nosotros, en el campo el punto C y definiremos un plano de referencia horizontal. Los puntos A y B se proyectarán sobre dicho plano perpendicularmente, obteniendo los puntos a' y b'. Pero la representación real debería ser aquella donde se cortan las verticales que pasan por

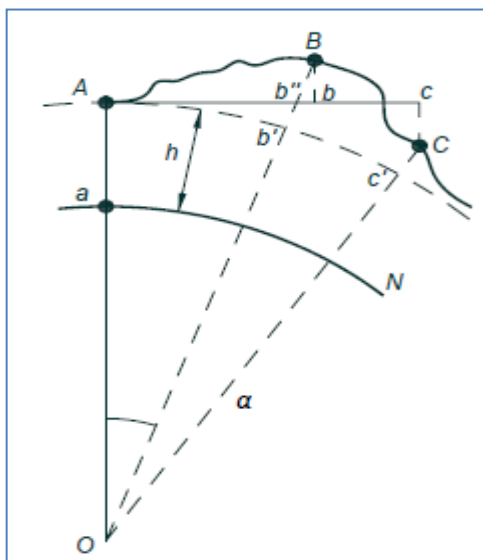
A y B con el plano horizontal, es decir, a y b. Es decir, la longitud real ab será mayor que la obtenida al proyectar sobre el plano, a'b'. Ahora bien, la diferencia, para un arco central de 5' es mínima (menor de 1 mm), por lo que el arco se confunde con la cuerda y con la tangente.

Si la amplitud del arco fuese más extensa, siempre podremos dividirlo en tramos más pequeños (de 5' ó menos).

Por tanto, y es importante, en el caso de obtener el levantamiento de una línea (vías férreas, carreteras, tendidos eléctricos, etc.), no se cometerá un error apreciable al prescindir de la esfericidad terrestre.

b.- En medidas superficiales.

En este caso, si queremos representar el casquete esférico ACB, ya no podremos prescindir de la esfericidad. Sólo se podrán emplear métodos topográficos mientras se pueda considerar que la relación entre el arco terrestre y su cuerda es igual a la unidad.

**INFLUENCIA DE LA ESFERICIDAD TERRESTRE EN ALTIMETRIA**

En levantamientos altimétricos, sólo es posible prescindir de la esfericidad terrestre para zonas de muy pequeña extensión. Supongamos un aparato estacionado en A y desde el, queremos calcular la cota del punto B. La proyección de B sobre el plano horizontal que pasa por A ese punto b, pero la proyección real de la vertical sería el punto b''.

Pero la altitud del punto en topografía se refiere a la superficie equipotencial de nivel (geoide) que pasa por A, por lo que, en realidad, la cota real del punto B respecto al punto A sería el segmento Bb' , mientras que el que obtenemos por topografía será el Bb . El error que se produce es:

$$Bb' = Bb'' + b''b': \text{ pero } Bb'' = Bb/\cos \alpha$$

Por otra parte: $b''b' = Ob'' - Ob'$. Si R = radio terrestre y h = altitud punto A, nos queda:

$$Ob'' = (R+h)/\cos \alpha \text{ y } Ob' = R+h$$

$$\text{Luego: } Bb' = (Bb/\cos \alpha) + ((R+h)/\cos \alpha) - (R+h)$$

Y el error producido será:

$$\text{Error} = Bb - Bb'$$

En general, para un Angulo central de $10''$, que correspondería a una distancia media de 309 metros en el arco, se cometerá un error de 7,5 mm, que es un error bastante grande para la mayoría de los casos.

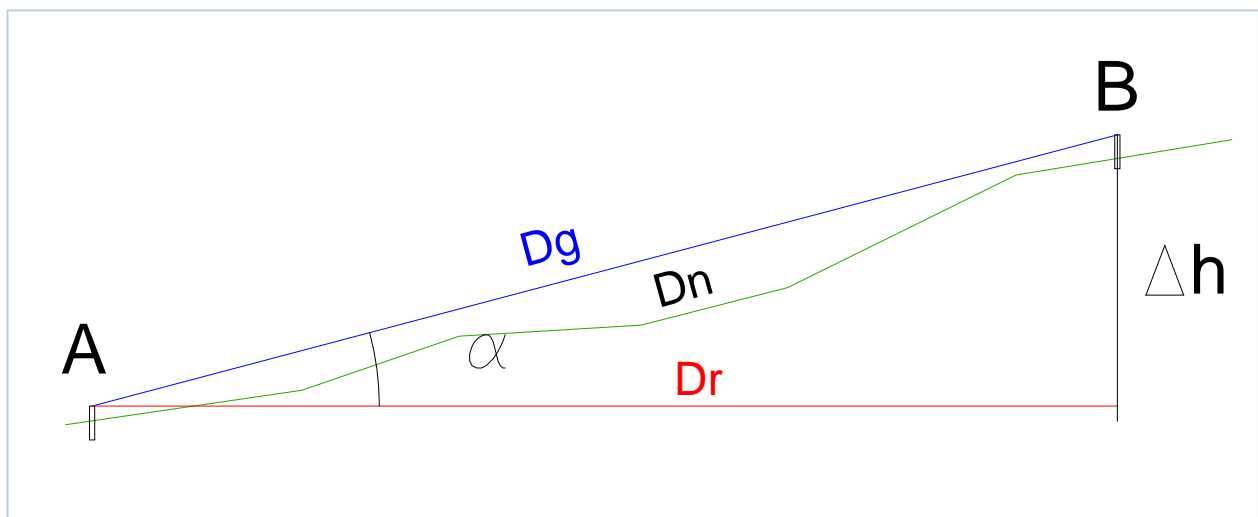
1.12 TIPOS DE DISTANCIAS USADAS EN TOPOGRAFIA. PENDIENTE DE UNA RECTA. SUPERFICIE AGRARIA

Supongamos que tenemos, según la figura dos puntos A y B materializados en el terreno con sendas estacas, y que queremos determinar la distancia existente entre ellos. Según el procedimiento, podremos definir 3 distancias distintas:

DISTANCIA GEOMETRICA. (D_g).– Es la distancia obtenida al medir la línea que une A con B.

DISTANCIA REDUCIDA Ó DISTANCIA HORIZONTAL. (D_r).– Es la distancia existente entre las proyecciones horizontales de A y B.

DISTANCIA NATURAL. (D_n).– Es la distancia existente entre A y B, teniendo en cuenta la forma del terreno.



Siempre: $D_r < D_g < D_n$

Importante. En topografía siempre trabajaremos con distancias reducidas u horizontales.

El **DESNIVEL** entre los puntos A y B será el segmento vertical Δh .

Las relaciones, fundamentales en topografía, que se obtienen entre estas distancias y desniveles son:

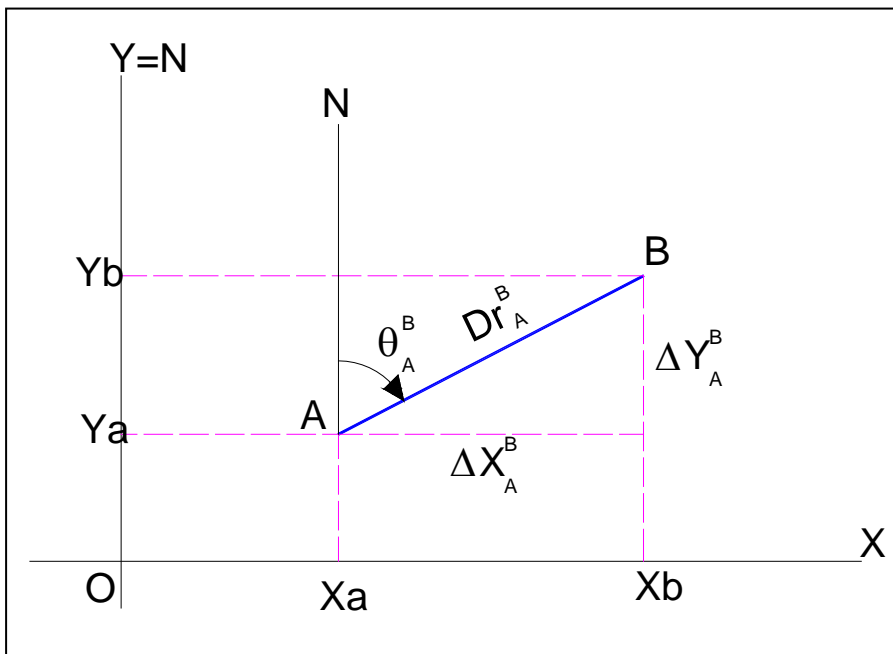
$$D_r = D_g * \cos \alpha ; \quad \Delta h = D_g * \sin \alpha$$

Para calcular la PENDIENTE de la recta AB, calcularemos la tangente del Angulo que forma la distancia geométrica con la distancia reducida.

$$\text{PENDIENTE} = \tan \alpha = \Delta h / D_r$$

SUPERFICIE AGRARIA.– Es la superficie de una parcela medida sobre la proyección horizontal. Esta superficie será siempre menor que la superficie real sobre el terreno. La superficie agraria define determina la máxima cantidad de cultivo útil.

1.13 CALCULO DISTANCIA Y AZIMUT ENTRE DOS PUNTOS DE COORDEDNADAS CONOCIDAS

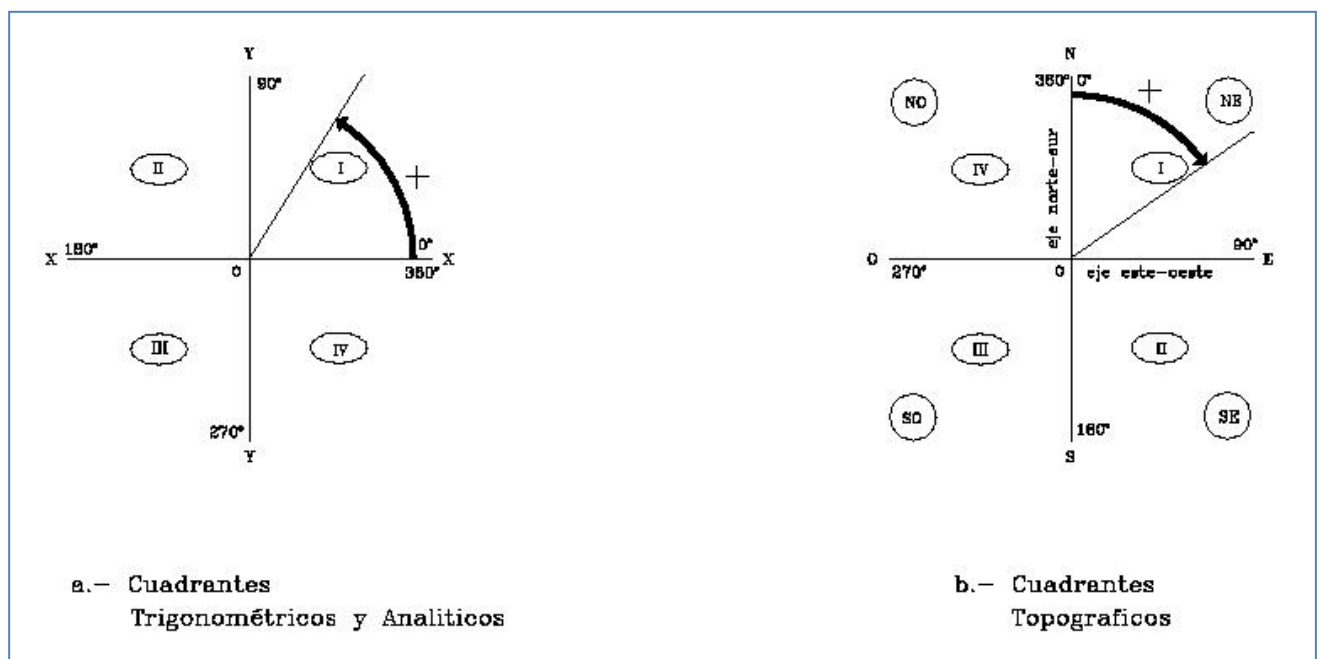


Supongamos conocidas las coordenadas de los puntos A y B. Para obtener el azimut y la distancia:

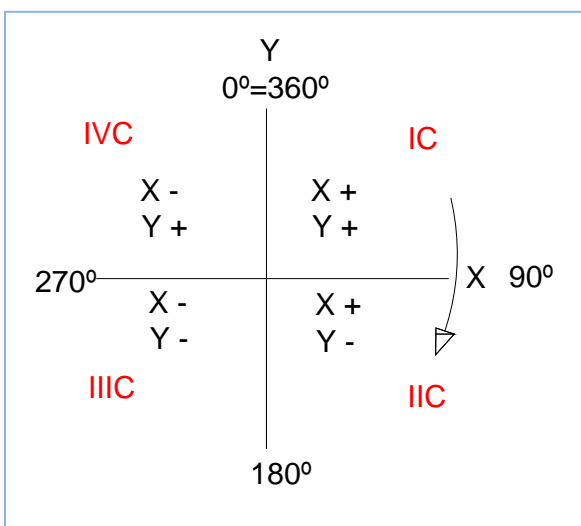
Distancia Reducida de A a B (Dr_A^B) = $\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}$

Azimut de B respecto de A (θ_A^B) = $\theta_A^B = \arctg \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}$

La función arctg, arcotangente, es el arco correspondiente a la tangente del Angulo dado. En las calculadoras, se obtiene pulsando la función SHIFT y a continuación, la tecla tg. Nos da el valor del Angulo buscado, siempre en el primer cuadrante.



En topografía, los azimutes se miden partiendo del eje Y (Norte Geográfico), en sentido de las agujas del reloj. Los cuadrantes empiezan a numerarse desde la parte positiva del eje Y en sentido de las agujas del reloj.



Azimut en el primer cuadrante:

Cuando el incremento de x y el incremento de y son positivos, estaremos en el primer cuadrante, y el Angulo que nos da la calculadora es directamente el azimut buscado.

Azimut en el segundo cuadrante:

Si el incremento de X es positivo y el incremento de Y es negativo, estaremos en el segundo cuadrante. La calculadora nos

dará un Angulo negativo. Para obtener el azimut, tendremos que calcular $180^\circ -$ Angulo de la calculadora.

Azimut en el tercer cuadrante: Los incrementos de X y de Y son negativos. La calculadora nos dará un Angulo positivo. El azimut buscado será $180 +$ Angulo de la calculadora.

Azimut en el cuarto cuadrante: El incremento de X es negativo y el incremento de Y es positivo. La calculadora nos dará un Angulo negativo. El azimut buscado será $360 -$ angulo de la calculadora.

1.14 CALCULO DE LAS COORDENADAS DE UN PUNTO A PARTIR DEL AZIMUT Y LA DISTANCIA.

Supongamos, en la figura anterior, que el punto A es el punto donde hemos estacionado un aparato, y que queremos obtener las coordenadas de otro punto B, para lo cual, en campo, hemos obtenido el azimut de B respecto de A (θ_A^B) y la distancia reducida de A hasta b, (Dr_A^B).

En este caso, las fórmulas son:

$$XB = XA + Dr_A^B * \text{sen } \theta_A^B$$

$$YB = YA + Dr_A^B * \text{cos } \theta_A^B$$

TEMA 2 INSTRUMENTOS EMPLEADOS EN TOPOGRAFIA. DESCRIPCION DE LOS DIVERSOS TIPOS. ELEMENTOS ESTRUCTURALES, ELEMENTOS DE SUJECCION Y CENTRADO. ELEMENTOS DE NIVELACION. FORMA DE ESTACIONAR UN APARATO. MEDICION DIRECTA DE DISTANCIAS. CINTAS. MEDICION INDIRECTA DE DISTANCIAS. ESTADIAS. MIRAS TAQUIMETRICAS ELEMENTOS PARA LA MEDIDA DE ANGULOS. LIMBOS. ELEMENTOS DE SEÑALIZACION.

2.1 INSTRUMENTOS EMPLEADOS EN TOPOGRAFIA

En el desarrollo de la profesión de topógrafo, serán muchos y variados los instrumentos que se deberán emplear para obtener todos los datos necesarios para definir correctamente la posición de los puntos que definen el terreno, siendo la obligación del auxiliar técnico en topográfica conocer perfectamente sus características, su campo de aplicación y su manejo.

En las labores propias de campo, emplearemos, básicamente, dos tipos de instrumentos topográficos: aquellos que nos van a permitir la medición de ángulos y distancias, y los que nos permitirán obtener el desnivel existente entre dos puntos.

- Los primeros se denominan básicamente GONIOMETROS. Si van acompañados de un anteojo que nos permita ejecutar una puntería con precisión al punto deseado, se denominan TEODOLITOS, y si estos además permiten, por el método que sea, medir las distancias, se llaman TAQUIMETROS. Como ya veremos más adelante, en la actualidad se emplean taquímetros electrónicos dotados de microprocesadores que nos permitirán ejecutar multitud de funciones. Estos aparatos reciben el nombre de ESTACIONES TOTALES.
- Los segundos se denominan NIVELES ó EQUIALTIMETROS. Su principal función es definirnos perfectamente un plano horizontal que nos permita obtener, con respecto al, el desnivel ó diferencia de alturas entre los puntos elegidos. Existen muchos tipos de niveles, aunque en la actualidad, se emplean casi exclusivamente, los NIVELES AUTOMATICOS, que mediante un sistema interno de compensación, nos aseguran la consecución perfecta de un plano horizontal.

Tanto en los primeros como en los segundos, deberemos contar con la ayuda de una serie de elementos auxiliares, que nos permitan situar el aparato en el terreno, perfectamente sujeto y nivelado.

2.2 ELEMENTOS ESTRUCTURALES. TRIPODES.



Los trípodes son los elementos de sustentación, sobre los que colocaremos, a través de los elementos de unión y maniobra, el aparato de medición. Deben ser por tanto, robustos y sólidos, para garantizar la perfecta estabilidad é inmovilidad del equipo de medición.

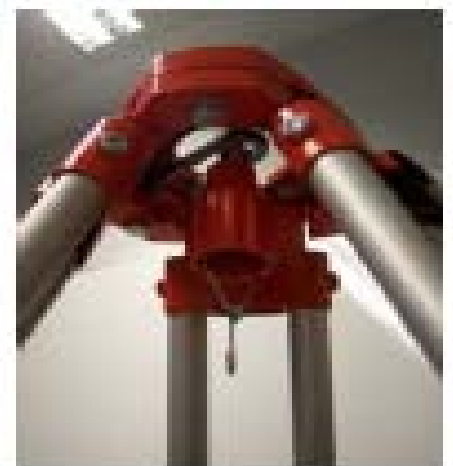
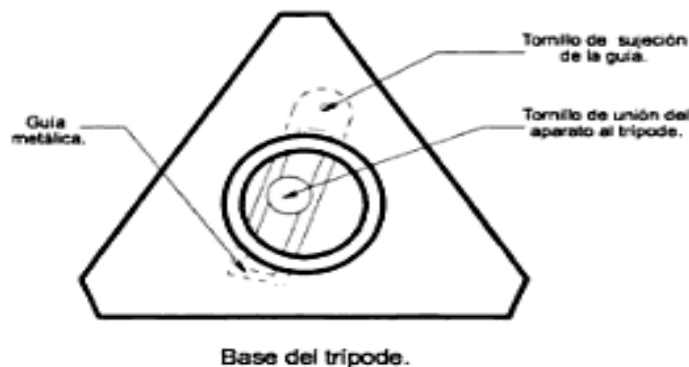
En esencia, están constituidos por una plataforma metálica, perfectamente lisa, en la que se sitúa una perforación que permite conectar el instrumento en cuestión con los elementos de sujeción. En dicha plataforma (que puede tener forma circular ó lo que es más general, triangular), se articulan mediante tres bisagras sólidas, las tres patas que nos permitirán su sujeción al suelo. Estas patas son extensibles, de forma que actuando sobre los tornillos ó palomillas, podremos acomodar la altura del trípode a la altura que necesitemos para trabajar con comodidad. Las patas finalizan en tres piezas metálicas que terminan en punta, llamadas REGATONES, que nos permitirán, al hacer fuerza con el pie sobre ellas, su perfecto anclaje al terreno. Además, todos los trípodes llevan un sistema de transporte que consiste en unas correas de fibra, que además nos permiten, una vez recogido, unir entre si las patas para evitar una apertura accidental.

Los materiales en que están contruidos son dos:

TRIPODES DE MADERA.– Se emplean para las estaciones totales, ya que estas, al ser más pesadas que los niveles, necesitan mayor sustentación.

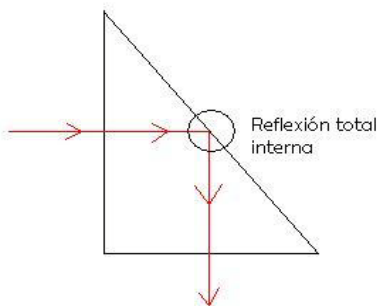
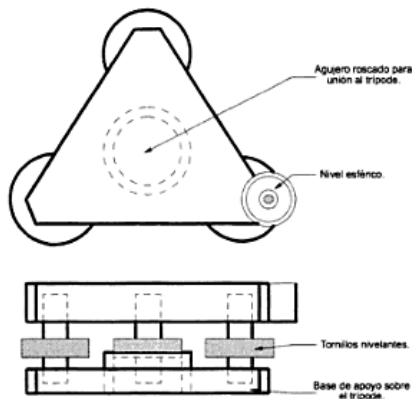
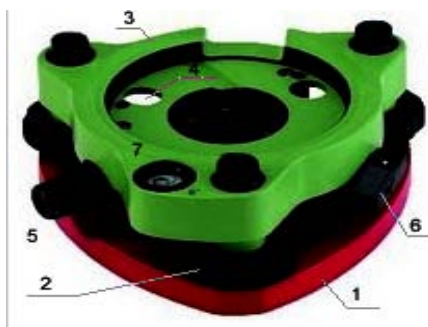
TRIPODES METALICOS.– Son mucho más ligeros que los de madera y de más fácil transporte. Se emplean como sustentación de los niveles.

Ya dijimos que la cabeza del trípode tenía



practicada una abertura en su centro para permitir la unión sólida entre el instrumento y el trípode. Para ello, lleva, en su parte posterior, una guía metálica sujeta a la cabeza con un tornillo de sujeción que permite movimientos en el plano de la cabeza de dicha guía, en la que va introducido un tornillo de sujeción. Este tornillo de sujeción, hueco, lleva en su parte inferior una anilla donde poder colgar una plomada física para realizar el estacionamiento sobre el punto elegido (caso de no emplear plomadas ópticas).

2.3 PLATAFORMA NIVELANTE.



Una plataforma nivelante es una base metálica (1), que se une al trípode mediante el tornillo de sujeción y que nos va a permitir el anclaje del aparato topográfico y su posterior nivelación. De forma triangular (3), van provistas de tres tornillos nivelantes (2) en sus vértices y un pequeño nivel esférico (7), de forma que, actuando sobre dichos tornillos, conseguiremos colocar horizontal la superficie superior de dicha plataforma.

Estas plataformas son intercambiables entre los distintos aparatos de un mismo fabricante, pues vienen provistas de una palanca de presión (6), que libera los tetones del aparato, introducidos en los orificios de la plataforma (4).

Estas plataformas pueden traer ó no una plomada esférica incorporada (5) que nos permitirán estacionar el aparato en la vertical del punto elegido. Cuidado pues muchos aparatos ya traen incorporadas sus propias plomadas ópticas. En este caso, deberemos emplear bases nivelantes sin plomadas, pues de otro modo, impedirían emplear la plomada óptica del aparato.

La plomada óptica no es más que un pequeño antejo colocado en horizontal que incide sobre un prisma de reflexión total, de manera que nos permite ver justo el punto que se encuentra en la vertical inferior del aparato. Así veremos una pequeña cruz (que se sitúa en el retículo del antejo) sobre la imagen del punto a estacionar el instrumento. El estacionamiento se habrá conseguido cuando ambas imágenes coincidan.

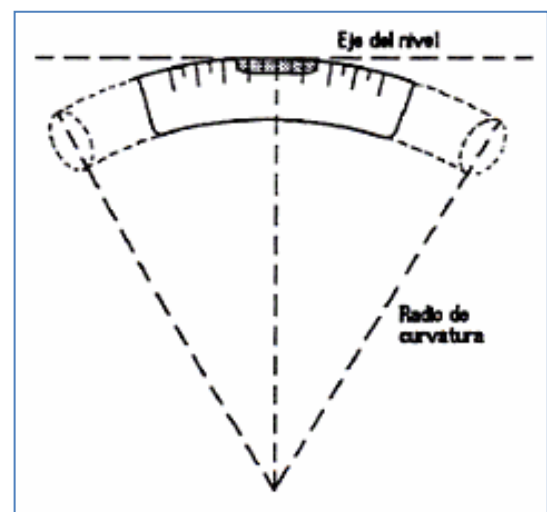


En la actualidad, cada vez se emplea más la plomada laser, consistente en un pequeño laser que llevan los aparatos, que se propaga desde la parte inferior del aparato según la vertical del mismo, incidiendo sobre la señal del estacionamiento. Se conecta automáticamente al encender el aparato y nos permite realizar fácilmente el estacionamiento. Una vez nivelado el aparato, se puede desconectar.

2.3 NIVEL TORICO.

Hasta épocas recientes, todos los instrumentos topográficos incluían en su estructura un nivel tórico colocado en un plano paralelo a su base horizontal, y por tanto, perpendicular al eje vertical principal. La finalidad de dicho nivel es la de obtener un estacionamiento del aparato lo más preciso posible.

El nivel teórico consiste en un tubo de vidrio de forma tórica (es decir, la superficie engendrada por una circunferencia al girar alrededor de un eje), cerrado en sus extremos y relleno casi en su totalidad de líquido (alcohol, bencina, éter), dejando una burbuja de aire que tenderá a situarse en la parte más alta del tubo. La superficie del vidrio esta graduada en una serie de divisiones, equidistantes del centro del nivel, y equidistantes entre sí, generalmente, a 2 mm. El radio de curvatura puede ser de hasta 60 m, y de él depende en gran medida la sensibilidad del nivel, es decir, su precisión.



Se dice que el nivel esta **CALADO** cuando la burbuja de aire coincide con el centro del nivel. En dicha posición, el eje del nivel (línea tangente al nivel en el centro de su cara) estará horizontal, y por tanto, el eje principal del instrumento estará vertical.



Burbuja calada



Burbuja desplazada

El tubo de vidrio que conforma el nivel se instala en un soporte metálico, con una abertura en la cara superior por donde podremos observar las divisiones del mismo y la burbuja. Dicho soporte se une a la carcasa del aparato, por un lado mediante un pivote, que permitirá el giro en un plano vertical y en el otro extremo, mediante unos tornillos que permitirán su corrección (solo debe hacerse en los laboratorios homologados).

SENSIBILIDAD DEL NIVEL.– Es el ángulo, medido en segundos de arco, que forman dos radios del nivel que pasan por divisiones consecutivas de éste.

Si llamamos R = radio del nivel, p = valor de una división del nivel, obtendremos que la sensibilidad (S) será:

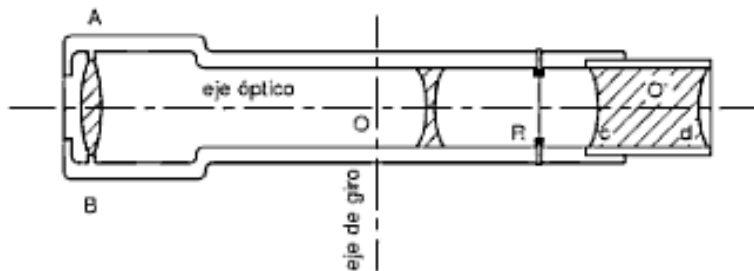
$$\frac{S}{p} = \frac{400^g}{2\pi R} ; \text{ de donde: } S^{cc} = \frac{400^g}{2\pi R} p$$

Los radios de curvatura de los niveles no deben ser, ni muy grandes, pues sería casi imposible calarlos, ni muy pequeños, pues se calarían casi inmediatamente. Los valores más usuales de la sensibilidad oscilan entre 5" en los más precisos y 1' los menos sensibles.

PEREZA DE UNA BURBUJA.– Si descalamos un nivel, observaremos que la burbuja abandona lentamente su posición, hasta llegar a un punto donde se para y tiende a recuperar su posición de equilibrio, pasándose de ella hacia el otro extremo y oscilando entre ambas posiciones hasta que se vuelve a situar en su punto inicial.

Diremos que un nivel presenta mucha pereza cuando el movimiento de dicha burbuja sea muy lento. Esto es debido, entre otras causas a la rugosidad del vidrio, la viscosidad del líquido de relleno, etc., y puede dar lugar a pequeños errores a la hora de determinar su perfecta horizontalidad.

2.4 ANTEOJO

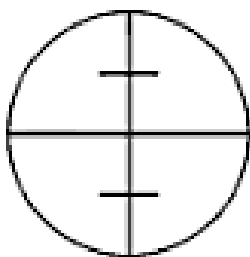


Todos los aparatos de topografía empleados para la medida de ángulos y para la medida de desniveles, van provistos de un anteojo, que nos permitirá, además de poder visionar el punto elegido, obtener la medida de la

distancia entre el punto de estación y el punto visado, por métodos indirectos.

Estos anteojos se denominan **ANTEOJOS ESTADIMÉTRICOS**.

Un anteojo estadimétrico es un anteojo astronómico normal, al que se le ha colocado, en su interior, un dispositivo especial denominado **RETICULO (R)**. Dicho retículo está formado por una lamina de cristal en donde se encuentran grabadas dos líneas, una vertical y otra horizontal, de forma que su punto de intersección coincide con el eje del anteojo, también llamado eje de **COLIMACION**, que es el eje imaginario que une el centro de **Ocular (cd)** (lente por la que miramos) con el centro del **Objetivo (AB)** (lente por donde sale la visual). Además, lleva dos líneas



horizontales más pequeñas equidistantes de la horizontal, que son las **LINEAS ESTADIMÉTRICAS**, y que nos permitirán, al leer sobre una regla graduada, obtener, aplicando unas determinadas constantes, la distancia existente al punto visado.

ERROR DE PARALAJE.— Cuando visemos a un punto, deberemos ver nítidamente el objeto visado así como la imagen de la cruz

del retículo, denominada **CRUZ FILAR**. Ahora bien, el anteojo tiene su propio enfoque, al igual que el objetivo. Si ambos no consiguen formar en el mismo plano visual ambas imágenes, al mover levemente el ojo, observaremos que la cruz filar se desplaza sobre la imagen del punto. Esto es el error de paralaje y es muy importante evitarlo, pues de otra manera, no podremos realizar buenas punterías. Para evitarlo, seguiremos los siguientes pasos:

- Dirigiremos el anteojo al cielo ó a una superficie de color claro y uniforme. Enfocando el ocular, haremos que la imagen de la cruz filar se vea lo más nítida (oscura) posible.
- A continuación, sin tocar ya para nada el ocular, visaremos al objeto y lo enfocaremos con el tornillo de enfoque del anteojo, hasta ver su imagen perfectamente nítida.

Si lo hemos hecho bien, al mover ahora el ojo ligeramente delante del objetivo, no observaremos desplazamiento de la cruz filar sobre el punto u objeto visado.

Es muy importante eliminar siempre el error de paralaje.

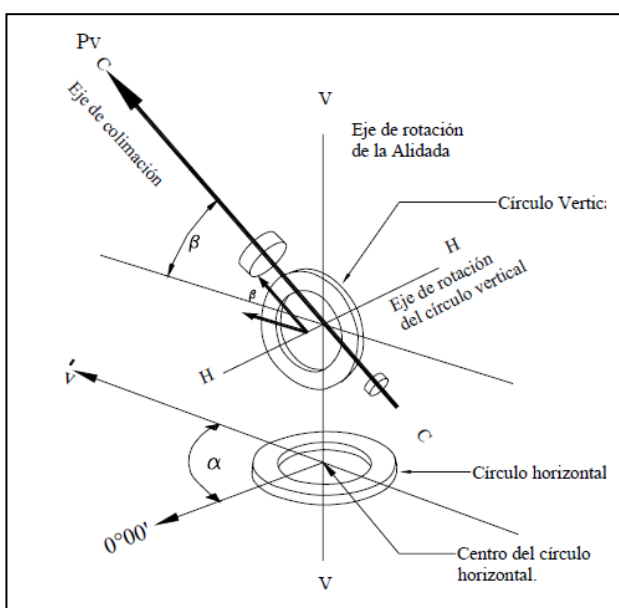
COLIMAR UN PUNTO.– Decimos que un punto esta COLIMADO cuando su imagen se forma en el centro del retículo (coincidente con la cruz filar).

Los anteojos astronómicos nos dan una imagen invertida del objeto visado (antiguamente, eran los que instalaban en todos los aparatos).

En la actualidad, todos los anteojos dan la imagen derecha. Estos anteojos son los denominados **ANTEOJOS TERRESTRES**.

Es muy importante trabajar con anteojos que tengan bastantes aumentos, así como una buena calidad óptica, pues de que podamos hacer una puntería perfecta dependerá la precisión de nuestro trabajo posterior de medición (tanto de ángulos como de distancias). El **AUMENTO** de un anteojo es la relación entre el tamaño de la imagen real (a la distancia que se encuentre) y el tamaño de la imagen que vemos a través del objetivo. Generalmente, las estaciones totales suelen dotar a sus anteojos de 30 aumentos (se expresa 30x).

2.5 FORMA DE ESTACIONAR UN APARATO TOPOGRAFICO



Estacionar un aparato consiste en conseguir, mediante la ayuda del nivel, que, una vez situado sobre el punto de estación, su eje principal ó eje vertical, coincida con la vertical sobre el punto de estación. Para ellos, seguiremos una serie de pasos que contaremos a continuación. De forma adelantada, definiremos los ejes de un teodolito, que ya estudiaremos en profundidad más adelante.

Según la figura, en la que aparece, de modo esquemático un teodolito,

definiremos:

EJE VV.– Eje PRINCIPAL de un teodolito. Es el eje alrededor del cual gira todo el conjunto del aparato. Perpendicular y centrado con él se encuentra el limbo horizontal (círculo de vidrio graduado que nos permitirá medir los ángulos horizontales). Al estacionar el teodolito, como ya hemos dicho, conseguiremos que dicho eje quede perfectamente vertical.

EJE HH.– Eje de MUÑONES. Eje de giro del anteojo. También se denomina eje secundario. Perpendicularmente y centrado con él, se encuentra el limbo vertical (círculo de vidrio graduado que nos permitirá medir los ángulos verticales).

Por construcción, el eje principal y el eje de muñones son perpendiculares entre sí.

EJE CC.– Eje de COLIMACION.– Es el eje definido por el centro del objetivo y el centro del ocular del anteojo que nos permitirá realizar las visuales.

Por construcción, el eje de colimación y el eje de muñones deben ser perpendiculares.

Pues bien, vistos los ejes, vamos a pasar a definir los pasos a realizar para ESTACIONAR un aparato topográfico.

1º.– Abrimos las patas del trípode y las desplegamos, de forma que ni estén muy abiertas, pues podrían patinar y hacer caer el aparato, ni muy juntas, pues se



Trípode excesivamente cerrado



Trípode excesivamente abierto

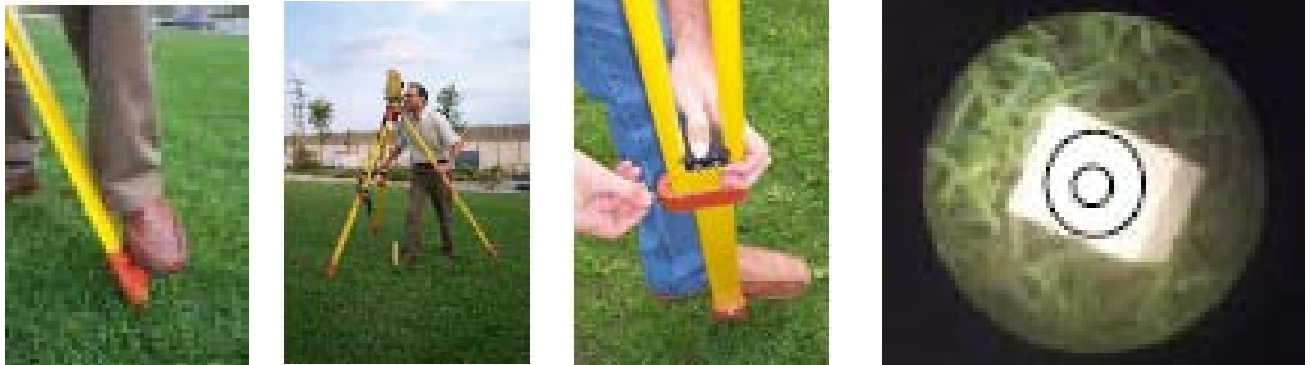


Trípode bien posicionado

podría caer de lado. Lo normal es que las tres patas del trípode formen entre sí unos 60°, dejando en su interior, y en el centro de ese triángulo imaginario el punto sobre el que queremos estacionar. La meseta debe quedar a la altura aproximada de nuestro pecho.

Una vez desplegadas, colocamos el aparato sobre la meseta del trípode y lo sujetamos con los elementos de unión.

2º.- Pisaremos el regatón de una de las patas fuertemente, para



que de esa forma, quede perfectamente anclada la suelo. A continuación, cogeremos con cada mano cada una de las patas restantes y, procurando que la meseta este lo más horizontal posible, las iremos moviendo mientras miramos a través de la plomada óptica, hasta que veamos a través de su ocular el punto de estacionamiento. Lo dejaremos lo más centrado posible con la cruz de puntería que aparece. En ese momento, soltamos las patas y las pisamos para que queden perfectamente ancladas en el terreno.

3º.- Aflojando un poco el tornillo de sujeción del trípode al aparato, y con sumo cuidado, desplazaremos la plataforma nivelante sobre la meseta, sin dejar de mirar por la plomada óptica, hasta lograr una perfecta coincidencia entre el punto base elegido y la marca de puntería. En ese momento, volvemos a apretar el tornillo de unión.

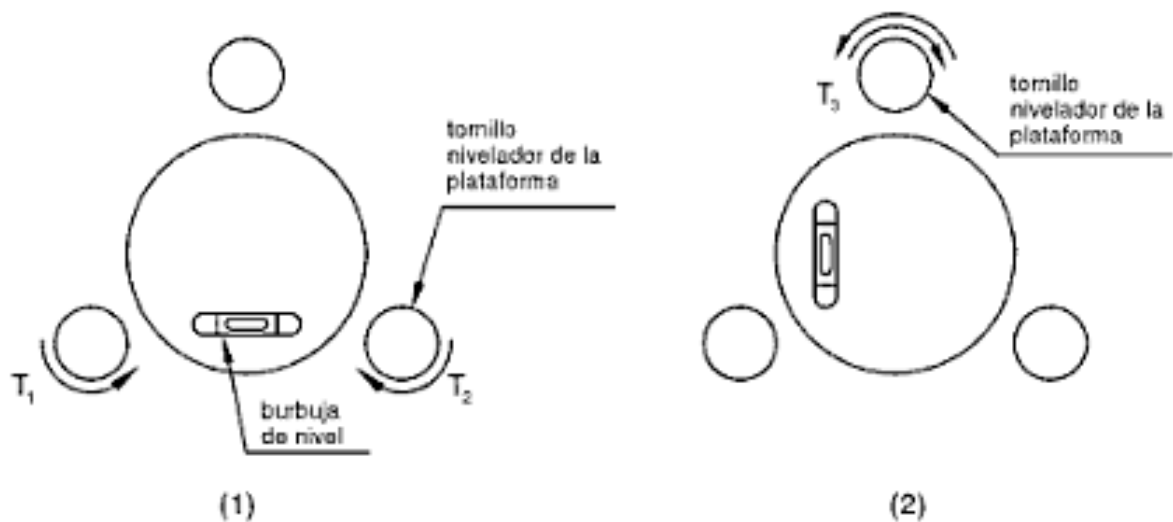
4º.- Procederemos ahora al calado de la burbuja del nivel esférico. Para ello, estimaremos en qué dirección se encuentra desplazada la burbuja. Actuando sobre la tornillo de presión de la pata correspondiente, desplazaremos la parte extensible sujetándola con la mano y suavemente, hasta ver que la burbuja se va acercando a la posición central. Esta operación la repetiremos con todas las patas, las veces que sea necesario, hasta conseguir que el nivel esférico este calado.

Si ahora miramos a través de la plomada óptica, observaremos que se habrá desplazado de su posición inicial. Para llevarla de nuevo a su sitio, aflojaremos el tornillo de sujeción del trípode y desplazaremos suavemente la plataforma nivelante hasta conseguir colocar la marca de puntería de nuevo centrada con el punto. EL nivel esférico no debería haberse movido. En caso contrario, volveremos a actuar sobre las patas, pero ahora será mucho menor el recorrido a corregir. Con un par de repeticiones de esta operación, tendremos el trípode nivelado y el aparato sobre el punto de estación.

5º.- Ahora viene la operación más importante, que es la de calar perfectamente el nivel tórico solidario con el aparato, y que, una vez conseguido, nos asegurara un perfecto estacionamiento. Para ello:

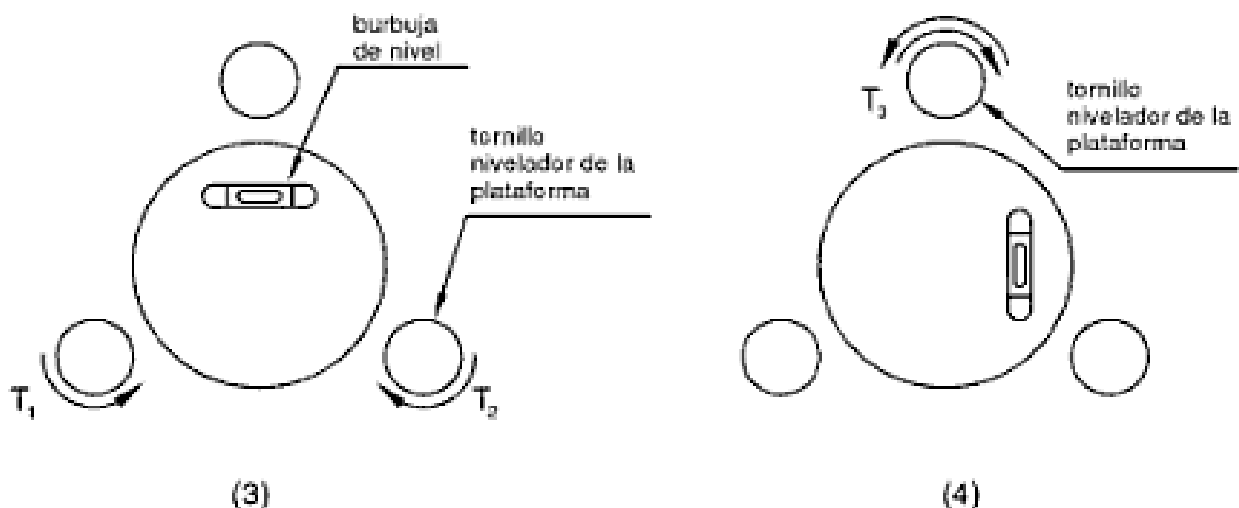
a.- Girando el aparato, colocaremos el nivel tórico paralelo a la dirección definida por dos tornillos nivelantes de la plataforma. Girando ambos tornillos, suavemente y en sentido contrario, hacemos que la burbuja se cale (ocupe la posición central del nivel).

b.- A continuación, giramos el aparato 100g de forma que el nivel se colocara en



dirección del tercer tornillo nivelante. La burbuja se habrá desnivelado. La volveremos a calar actuando sobre dicho tornillo.

c.- Si el nivel no tuviese ningún error, el aparato estaría nivelado. Aun así, siempre es necesario comprobar. Para ello, giraremos el aparato de forma que el nivel se coloque en una posición simétrica a la primera posición, y observaremos si la burbuja se desplaza. Si no se mueve, el aparato está perfectamente nivelado. Si se desplaza, corregiríamos con los tornillos de la



dirección que marca el nivel, y volveríamos a comprobar con el tercero. Con un par de repeticiones, el nivel quedará perfectamente horizontal.

6º.- Para terminar, miraremos a través de la plomada óptica. Si se ha desplazado la señal de puntería, aflojaríamos de nuevo el tornillo de sujeción del trípode y moveríamos suavemente la plataforma hasta hacer una nueva puntería. Si el nivel tórico se ha descalado un poco, lo corregimos según el método anterior.

Cuando el nivel tórico este calado, y a través de la plomada veamos una perfecta coincidencia de la señal de puntería sobre el punto de estación, diremos que el aparato está estacionado.

2.6 MEDICION DIRECTA DE DISTANCIAS. CINTAS METRICAS. TIPOS

Una de las operaciones básicas en topografía es la medida de distancia entre puntos considerados. Para ello, existen diversos sistemas, unos más precisos que otros, que se emplearán en función de la precisión que nos pidan en los trabajos a realizar.

Las distancias podemos medirlas mediante dos procedimientos:

- 1) **Medición directa.**– Cuando sobre la distancia a medir vamos superponiendo directamente un elemento de medida.
- 2) **Medición indirecta.**– La distancia es medida a través de anteojos estadimétricos ó a través de mediciones electrónicas, por lo que, físicamente, no emplearemos ningún patrón de medida.

En la medición directa, se emplean los siguientes instrumentos: Cintas métricas, podómetros, odómetros ó ruedas de medición, reglones metálicas graduadas, hilos de invar, etc.

No obstante, los instrumentos más empleados en topografía son la cinta metálica y el odómetro ó rueda de medición.

CINTA METRICA.

Es la reproducción de un determinado número de veces (5,10,30,50) la unidad patrón, sobre un soporte que puede ser de diversos materiales: tela, plástico, fibra de vidrio ó metal. Las de tela y plástico presentan el problema de que se deforman fácilmente. Por tanto, no son recomendables en las operaciones de topografía.

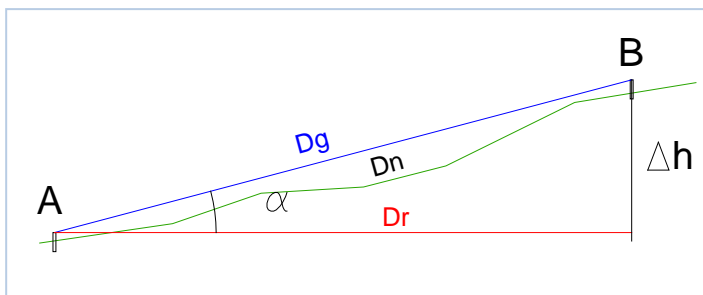
Las cintas empleadas en topografía son metálicas. Están formadas por un fleje de acero, resistente a los esfuerzos de tracción y a la corrosión. Las cintas vienen calibradas de fábrica, asegurando su medida para una temperatura y tensión dadas. Vienen divididas en metros, decímetros, centímetros y milímetros. El fleje



metálico se enrolla en bastidores de diversas formas, que permiten su cómodo transporte.

Es de reseñar que al medir con una cinta entre dos puntos estaremos midiendo la distancia geométrica entre ellos (salvo que trabajemos en superficies ejecutadas horizontalmente).

La cinta métrica metálica es considerada un elemento de medición de precisión. Existen también cintas de menos longitud (entre 3 y 120 metros) que se denominan **FLEXOMETROS**, y que se emplean para pequeñas mediciones. El fleje va igualmente introducido en una carcasa plástica ó mecánica, con un sistema de recogida rápido y un freno así como un enganche para portarlo en el cinturón.



Para medir una distancia reducida, tendremos que colocarla horizontalmente. Para ello, situaremos el cero en el punto más alto de los dos a medir. En el otro extremo, colocaremos un jalón perfectamente vertical y con la

mano, iremos moviendo la cinta en el plano vertical, hasta que obtengamos la mínima lectura. Esa será la distancia reducida.

Otra forma de obtener con una cinta la distancia reducida es la de medir la distancia geométrica y obtener, con un nivel, el desnivel entre los puntos.

Conocidos ambos datos, bastará aplicar el teorema de Pitágoras y obtener el cateto mayor, que será la distancia reducida.

$$D_r = \sqrt{D_g^2 - \Delta Z^2}$$

Cuando la longitud a medir es mayor que la longitud de la cinta, lo que deberemos de hacer es dividir la longitud a medir en partes más pequeñas sobre las que podamos colocar la cinta. Para ello, colocaremos en la alineación de los dos puntos extremo y final, una serie de puntos, materializados con estacas, en la misma alineación (nos valdremos de una cuerda ó de un juego de jalones).

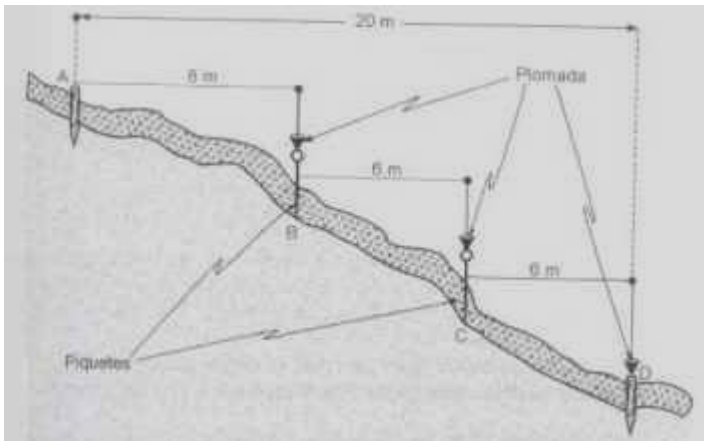
ERRORES EN LA MEDIDA CON CINTA.

Los errores que podemos cometer al medir una distancia con una cinta son varios, entre ellos:

- Falta de alineación entre los distintos tramos en que hayamos dividido la longitud inicial.
- Error al obtener la distancia reducida al partir de la geométrica.
- Imprecisión al situar el origen de la cinta sobre el punto a medir.
- Diferencias de tensión en los extremos de la cinta.
- Errores de lectura en los puntos inicio y final del tramo.
- Error sistemático de la cinta (que mida menos ó más de lo que realmente indica).

Existen formulas empíricas, obtenidas después de realizar múltiples medidas, que nos expresan el error medio cometido en la medida con cinta.

- En terrenos fáciles: $e = 0,00032 L + 0,0022 \sqrt{L}$
- En terrenos difíciles: $e = 0,00032 L + 0,0078 \sqrt{L}$



Que corresponden a errores relativos de aproximadamente 1/2000 en el primer caso y 1/1000 en el segundo.

Medición de distancias en terrenos inclinados.

En este caso, tendremos que dividir el tramo a medir en una serie de tramos más pequeños de forma que el desnivel entre cada dos puntos consecutivos nos permita manipular y visualizar la lectura en la cinta. Tendremos que ir colocando en el punto más bajo un jalón bien aplomado ó una plomada física para poder realizar la lectura sobre la vertical del punto. Es importante mantener tensa la cinta para que no se nos forme una curva que falsee la medición (catenaria).

ODOMETRO ó RUEDA DE MEDICION. El odómetro es una rueda de 1 ó 1.5 metros de longitud, montada sobre un bastidor que termina en un mango, y que monta un contador de metros, con un botón de puesta a cero.



No es un elemento de mucha precisión. Mide distancias naturales, y es muy empleada para realizar mediciones de obra de elementos lineales (marcas viales, bordillos, tuberías, etc.).

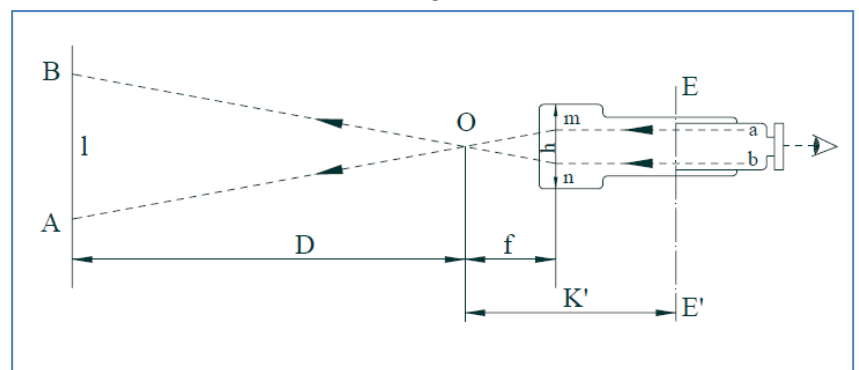
La máxima precisión relativa que cabe esperar en la medición realizada con un odómetro, en superficies lisas, es del orden de 1/200.

2.7 MEDICION INDIRECTA DE DISTANCIAS.

La medición indirecta de distancias se realiza por medios ópticos, mediante el empleo de anteojos de observación denominados ANTEOJOS ESTADIMETRICOS.

Para obtener la medida de una distancia, se emplearan MIRAS ESTADIMETRICAS VERTICALES, que se definirán más adelante.

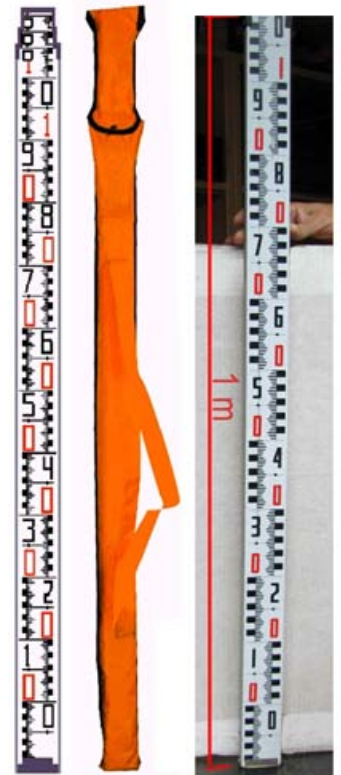
En el anteojo estadimetrico (llamado anteojo estadimétrico de



Reichembach), se sitúa, entre el objetivo y el ocular y a una distancia fija del objetivo, una placa de vidrio donde se encuentran grabadas dos finas líneas, una vertical y una horizontal, que nos definen la llamada CRUZ FILAR, que será la que nos defina visualmente el eje de colimación y será la referencia con la que tendremos que hacer coincidir el punto visado en la observación. Paralelamente al hilo horizontal, se encuentran dos líneas horizontales más cortas, a una distancia equidistante del hilo horizontal central, llamadas LINEAS ESTADIMETRICAS. Con ellas, efectuaremos lecturas sobre la mira vertical, determinando sobre ella el segmento AB, y que nos permitirá obtener la distancia geométrica entre el punto de estación y el punto donde se encuentre la mira. Según la figura adjunta, por semejanza de triángulos se deduce:

$$D = l \frac{f}{h}$$

Donde: f= focal del anteojo; h = separación entre los hilos estadimétricos del retículo; l = longitud de mira interceptada por los hilos del retículo.



El cociente f/h es constante para cada aparato, de forma que:

$f/h = K =$ constante estadimétrica. Su valor, por fabricación, es 100.

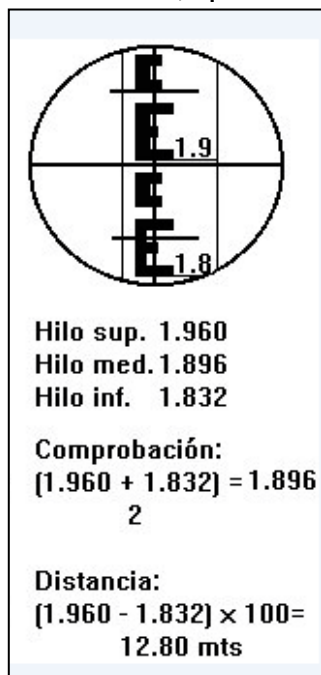
Luego, la distancia geométrica será: $D_g = kl$

MIRAS VERTICALES

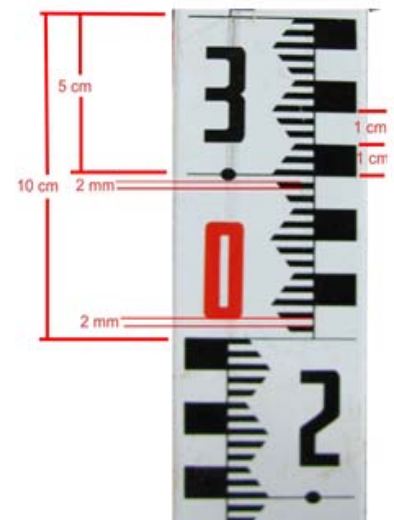
Las miras verticales son reglas graduadas en metros, decímetros, centímetros y dobles milímetros, pudiéndose apreciar el milímetro. Suelen ser de 4 metros de altura, y vienen divididas en tramos plegables ó telescópicos, que facilitan su transporte y almacenamiento.

Suelen estar fabricadas en madera, aluminio ó fibra de vidrio. Estas últimas se denominan miras anti eléctricas y se emplean en los casos en que nos debamos de mover bajo cables eléctricos a baja altura.

Para facilitar la lectura, la mira se dispone dividida en decímetros. La numeración se va alternando en dichos decímetros. La unidad que indica los metros se encuentra rotulada en rojo. Justo encima se encuentra la unidad que indica los decímetros, que se rotula en negro.



Para facilitar la lectura, la división del medio decímetro se indica con una ralla horizontal con un punto negro en su parte central. Los centímetros alternan colores negro y blanco, y cada centímetro se encuentra dividido en 5 partes blancas y negras de 2 milímetros. Es muy importante colocar la mira perfectamente vertical, por lo que suelen venir acompañadas de un nivel esférico, que durante la observación deberá de mantenerse calado.



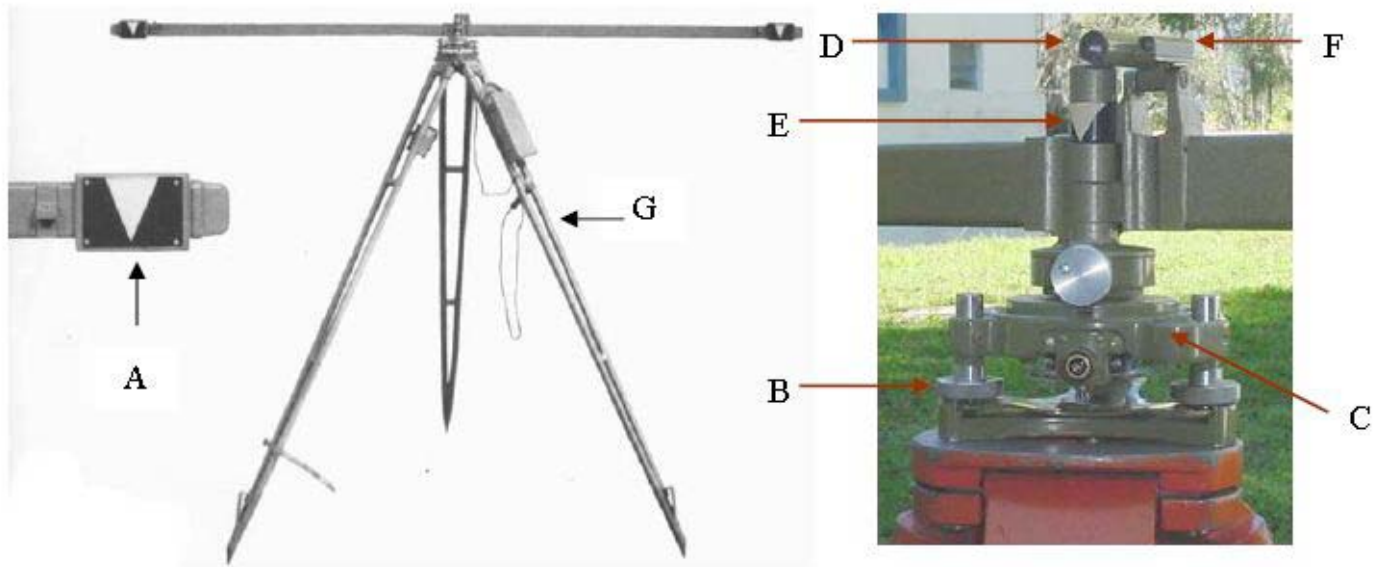
Para leer sobre la mira, se leerán los tres hilos: el central y los dos hilos estadimétricos horizontales. El promedio de estos dos últimos, si se ha hecho bien la lectura, debe de coincidir con la lectura del hilo central.

En el caso de nivelaciones de alta precisión, se emplean miras verticales de invar. Estas están compuestas de una sola pieza. La graduación se



encuentra en una cinta de aleación metálica de invar (aleación de acero y níquel, de muy bajo coeficiente de dilatación). La mira se apoya sobre un soporte metálico que permite su correcta nivelación.

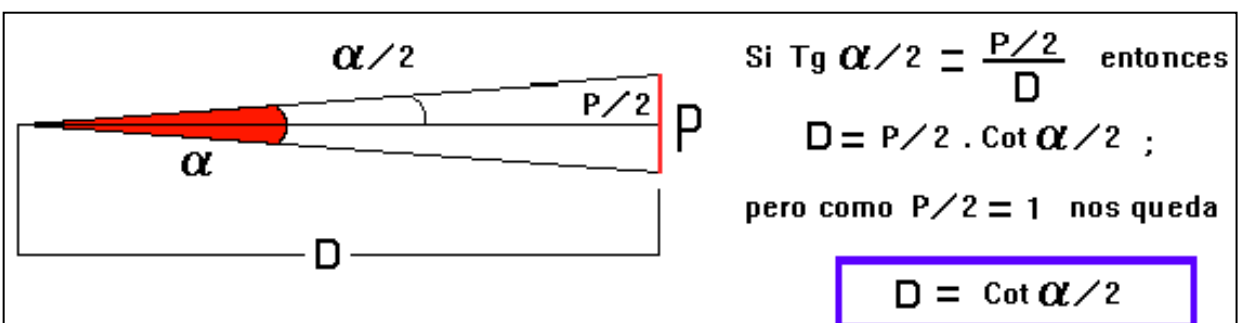
MIRA HORIZONTAL DE INVAR



Es un instrumento de precisión que permite la medida de distancias horizontales (reducidas). Está formada por dos brazos metálicos con dos señales (A) de puntería en sus extremos, separadas 2 metros y unidas, a través del tubo mediante un hilo invar que garantiza la invariabilidad de la distancia. Dichos brazos se articulan en un soporte que se une a una plataforma nivelante, de manera que, mediante un nivel tórico, podemos estacionarla perfectamente sobre el punto deseado, montando todo el equipo sobre un trípode. Justo en el punto de unión de los brazos se sitúa un colimador (D) que permite situar la mira perpendicular a la visual lanzada desde el teodolito.

Estas miras, junto con el empleo de teodolitos de apreciación de 1 segundo, permiten la medida de distancias reducidas con una muy alta precisión. (error relativo = 1/50000)

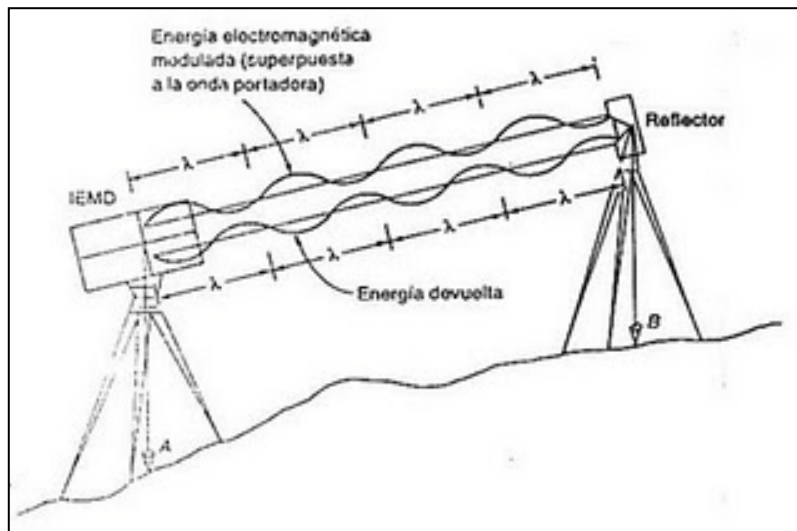
Los distanciómetros electrónicos han relegado a este sistema de medida, pero



hasta su aparición, era el empleado en las medidas de bases topográficas.

DISTANCIOMETROS

Son aparatos electrónicos que miden la distancia mediante el desfase que se produce en la propagación de una onda electromagnética, generada por el aparato y que se refleja en un prisma de reflexión total. Van incorporados en el interior del anteojo, o colocados sobre él. Actualmente, todas las distancias en topografía se miden de esta manera. Incluso, existen modelos que permiten la medición sin prisma, rebotando la onda en el elemento a medir, aunque su alcance es menor que cuando usamos el prisma.



La medida electrónica de distancias (MED o EDM) está basada en las propiedades de una onda

También existen distanciómetros de bolsillo digitales, que nos permiten mediciones de dimensiones cortas con precisión. El principio de funcionamiento es el mismo que los



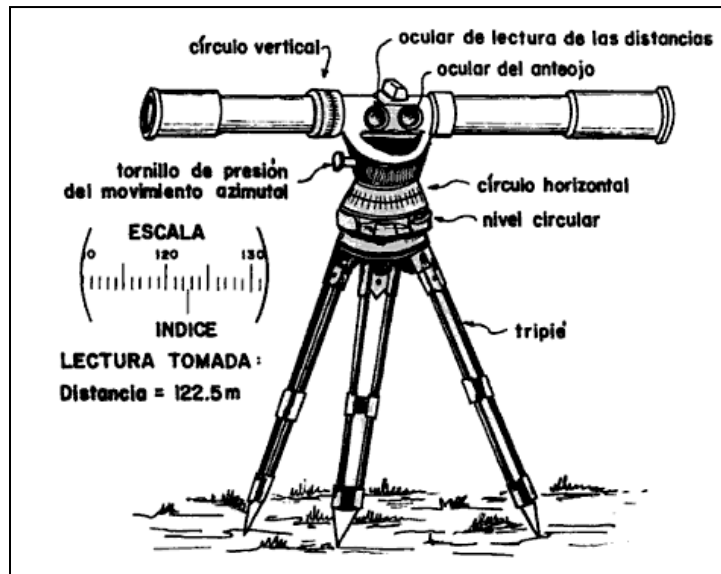
montados en los taquímetros electrónicos ó estaciones totales. Emiten además un haz laser que, a modo de puntero, nos señalan el punto a donde estamos realizando la medición. Permiten, mediante un teclado, acceder a distintas funciones de medición. (áreas, volúmenes, ángulos, etc.).

TELEMETRO

Son aparatos que permiten la medida indirecta de distancias, aunque de poca precisión. Los antiguos telémetros topográficos basaban la medida de la distancia en la resolución (por métodos mecánicos) de un triángulo formado por la base (longitud del aparato) y los lados, formados por las visuales lanzadas al punto deseado.

Uno de los objetivos era móvil

de forma que, actuando sobre un tornillo con una escala graduada, al hacer coincidir las dos imágenes del mismo punto que se observaban a través del ocular, nos indicaba la distancia. Hoy en día, se emplean telémetros electrónicos, que basan la medida de la distancia en una medición mediante laser. Su alcance máximo es de aproximadamente 500 metros, siendo su precisión de ± 1 metro. Esta indicado para reconocimientos previos.

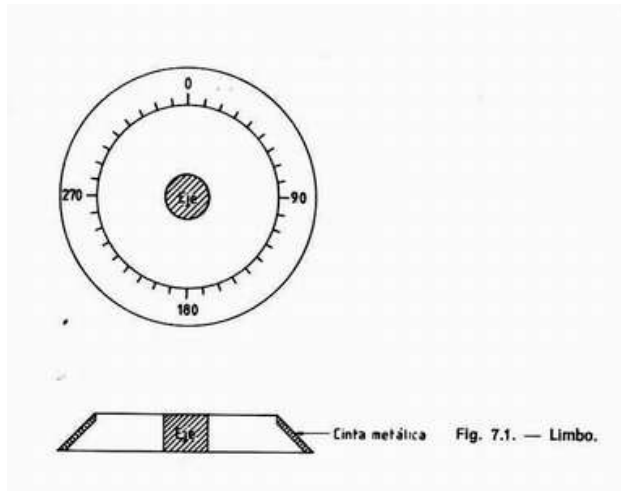


2.8 ELEMENTOS PARA LA MEDIDA DE ANGULOS. LIMBOS

Los limbos son círculos graduados, que se disponen en el aparato horizontal ó verticalmente, recibiendo, en función del ángulo que midan, LIMBO AZIMUTAL ó LIMBO CENITAL, respectivamente.

Los limbos pueden ser:

LIMBOS OPTICO - MECANICOS.– Son los que se empleaban en los aparatos de



topografía tradicionales. El limbo esta graduado en su contorno, bien en graduación sexagesimal (los más antiguos) ó en graduación centesimal (los aparatos modernos).

En los aparatos antiguos los limbos eran metálicos, con una banda de plata embutida, donde se realizaba la grabación de la graduación. Para realizar las lecturas, se dotaba al aparato de un microscopio de observación y de un

nonio, para apreciar lecturas menores que la menor división del limbo. Su tamaño oscilaba en torno a 25 cm de diámetro, para los limbos acimutales, siendo de menor diámetro los limbos cenitales.

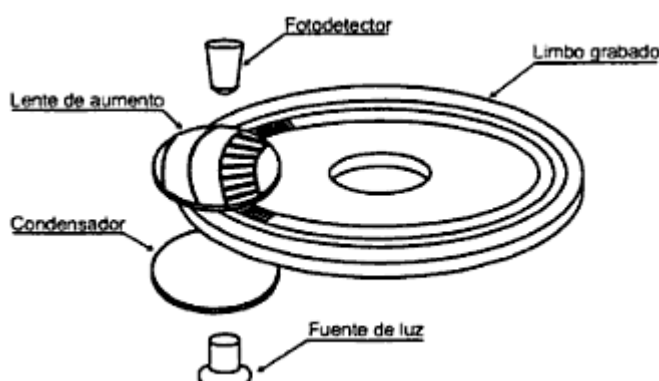
En los aparatos más modernos, los limbos son de vidrio ó de material plástico. En ellos, la lectura se hace por transparencia, mediante un sistema de espejos y prismas que hacen atravesar la luz al limbo, siendo más clara y precisa la lectura. Además, incorporan sistemas ópticos de apreciación (micrómetros de lectura), que nos aumentan la precisión.

Su diámetro es sensiblemente menor que los anteriores, siendo frecuente que no sobrepasen los 9 centímetros.

Si la graduación crece en sentido de las agujas del reloj, el limbo se denomina NORMAL, mientras que si lo hace en sentido contrario, se denomina ANORMAL.

LIMBOS ELECTRONICOS.– Son círculos graduados que miden por captación de señales eléctricas que se transforman en digitales mediante un codificador, presentando el resultado en una pantalla digital de cuarzo liquido. Dentro de este tipo de limbos, pueden emplearse dos sistemas de lectura:

- a) Sistema Absoluto.– El limbo está formado por un círculo transparente que lleva grabadas señales diversas que se detectan por un foto sensor, y que

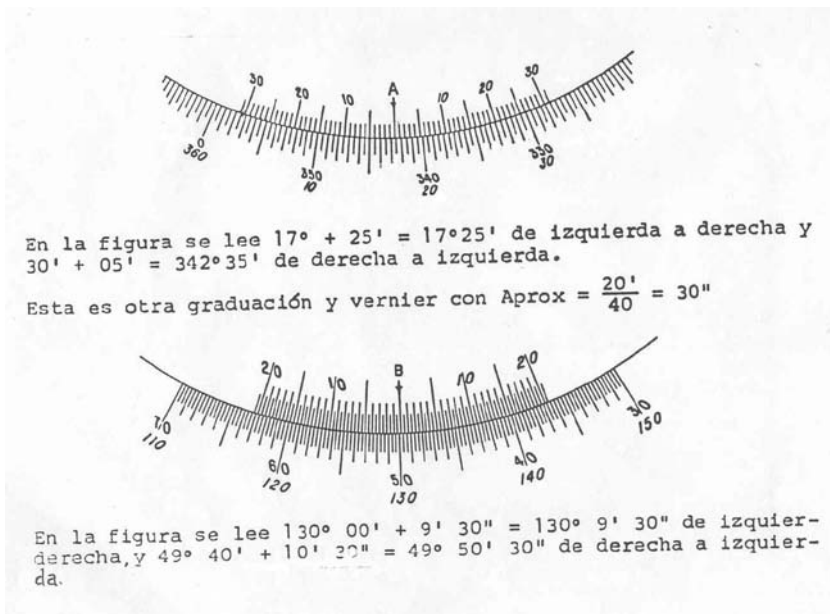


se traducen mediante un código binario a un valor angular concreto. Este sistema no da gran precisión. Para aumentarla, algunos fabricantes incorporan micrómetros electrónicos de coincidencia.

b) Sistema Incremental.– Es el que emplean la mayoría de los

instrumentos electrónicos actuales. El limbo se encuentra dividido en divisiones sin valor prefijado, por lo que el origen se puede establecer en cualquier dirección. La medida angular se realiza mediante la cuenta de dichas unidades entre dos posiciones consecutivas del anteojo, incrementándose al valor de la lectura angular realizada al inicio, que nosotros habremos obligado previamente.

SISTEMA DE LECTURA CON NONIO. SENSIBILIDAD Y APRECIACION



En los aparatos antiguos, de lectura directa, se empleaba el nonio para aumentar la precisión de esta. Está formado por un sector de arco, tangente al limbo, de forma que cada división del nonio resulta $(n-1)n$ más pequeña que la división del limbo. A esta diferencia se le llama sensibilidad del nonio. Para hacer la lectura, tomaremos como referencia

la lectura en el índice cero del nonio. La fracción de medida se determinará buscando la unidad que coincide con la escala del limbo.

Hoy en día este sistema está totalmente en desuso.

2.9 ELEMENTOS AUXILIARES DE NIVELACION Y SEÑALIZACION EMPLEADOS EN TOPOGRAFIA.

JALONES.– Son elementos auxiliares utilizados tanto para señalización de alineaciones como para soporte del prisma de reflexión para la medida electromagnética de distancias. Están contruidos en aluminio. Los de señalización, se componen de tramos de 1 metro de largo, pudiéndose alargar mediante tramos enrroscables. Van pintados de rojo y blanco, en tramos de 10 cm. El primer tramo termina en una punta metálica.

En el caso de los empleados para la medida de distancias, estos jalones son extensibles, entre 1.20 y 2.50 metros de altura, con un acoplamiento donde se sujeta el prisma de reflexión. Llevan unido al cuerpo del jalón un nivel esférico para permitir su correcta verticalidad. Además, van provistos de



una escala métrica que nos permite fijar la altura a la que colocamos el prisma desde el suelo.

Existen también mini jalones acoplables, donde se sitúan mini prismas, cuando las dimensiones del lugar del trabajo nos impiden emplear jalones convencionales.

TRIPODE DE PINZAS.– Es un trípode metálico con una pinza de sujeción que nos permite sujetar el jalón una vez colado el nivel esférico.



NIVELES ESFERICOS.– Son elementos auxiliares, de sensibilidad aproximada de ente 1' y 5', que se emplean bien con jalones ó bien con miras verticales, para conseguir su perfecta verticalidad.



PLOMADAS.– Elementos que nos permiten materializar la vertical en cualquier punto. Son pesas, con forma cónica ó prismática, que cuelgan de cuerdas de seda de atirantar. Se emplean bastante en topografía subterránea ó para determinar la verticalidad in situ de pilares ó muros.



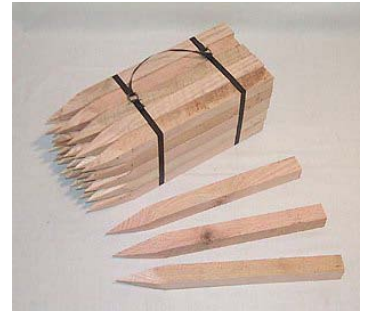
MARCADO DE ALINEACIONES

Para marcar las alineaciones sobre el terreno, si este es natural, se suele emplear yeso blanco. En el caso de tener que marcar sobre pavimentos contruidos, se emplean **sprays** de pintura y **marcadores de tubo con bola, tipo fixolit**, que llevan en su interior una mezcla de pintura y pegamento, lo que hace



que su marca sea bastante permanente.

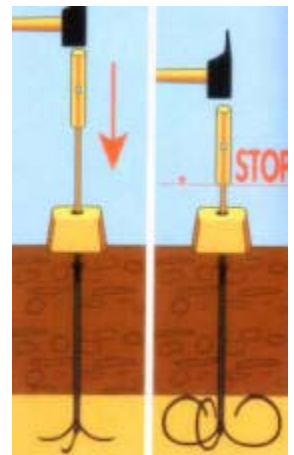
Para materializar puntos en el terreno de forma provisional, se emplean **estacas de madera**, generalmente, de 30 ó 40 cm de alto y de sección 3 x 3 cm. Sobre ellas se coloca el jalón ó la mira vertical, anotándose la diferencia que hay que subir ó bajar desde la cabeza de estaca hasta la rasante del proyecto. Para su fijación en el terreno, se emplean **macetas** de 1.5 kg ó **mazas** de 3 kg.



Cuando se quiere materializar el punto sobre una superficie dura, tipo granito, hormigón, solados de acera, etc., se emplean **clavos de acero** de distintos tamaños, los más grande son del tipo “**geopunt**” con cabeza semiesférica con un punto grabado en su centro. Su longitud suele ser de 5 cm. Se suelen emplear para colocar bases en zonas urbanas. En obra, para el día a día, se emplean clavos de acero con arandela, del tipo de los que emplean las pistolas de clavos, conociéndose modelos como “**hilti**” ó “**Desa**”. Suelen ser de 2,2 ó 3 cm de longitud.



Cuando queremos colocar bases en terreno natural, se emplean los llamados HITOS FENO. Constan de una varilla metálica hueca que se introduce en una pieza de resina de forma prismática en la que se coloca un tapón, una vez colocado, que lleva un punto grabado. Se colocan introduciendo una barra metálica en el interior del tubo y un mandril, sobre el que se golpea con la maceta hasta que se introduce totalmente en el terreno. Por el extremo inferior de la varilla hueca, al golpear con el martillo, salen unos alambres que fijan la señal al terreno.



En replanteos de topografía también se emplean mucho los niveles de albañil, de aproximadamente 50 cm de longitud, así como cuerdas de atirantar, para materializar las alineaciones y así poder materializarlas con exactitud con pintura.

TEMA 3 INSTRUMENTOS EMPLEADOS PARA LA MEDIDA DE ANGULOS.
DESCRIPCION Y TIPOS: TEODOLITO, TAQUIMETRO, TEODOLITO ELECTRONICO, ESTACION TOTAL. EL TEODOLITO: DESCRIPCION. FORMA DE MEDIR ANGULOS. TIPOS DE TEODOLITO. ERRORES SISTEMATICOS Y ACCIDENTALES EN EL TEODOLITO. EL TAQUIMETRO. DESCRIPCION Y USO. FORMA DE MEDIR DISTANCIAS CON TAQUIMETRO. NIVELACION TAQUIMETRICA. ERRORES. ESTACION TOTAL. DESCRIPCION.

3.1 INSTRUMENTOS EMPLEADOS EN LA MEDIDA DE ANGULOS.

GONIOMETRO.– En topografía, se denomina genéricamente GONIOMETRO a todo aparato capaz de efectuar mediciones de ángulos, ya sean horizontales, verticales ó ambos. De entre los principales goniómetros empleados en topografía, destacan: El TEODOLITO y el TAQUIMETRO. En la actualidad, versiones mejoradas de estos goniómetros son los TEODOLITOS ó TAQUIMETROS ELECTRONICOS y las ESTACIONES TOTALES.

Las BRUJULAS topográficas también se engloban dentro de la categoría de goniómetros topográficos, aunque su actualmente está casi en deshuso.

Fig. 1

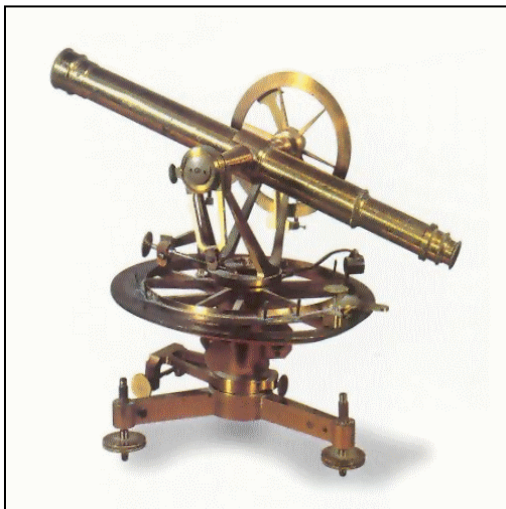


Fig. 2



Fig. 3



Figura 1: Antiguo teodolito con círculos graduados metálicos

Figura 2: Teodolito óptico mecánico Wild T-16

Figura 3: Teodolito Electrónico Sokkia serie DT



Fig 4: Brújula topográfica taquimétrica Fig 5: Estación total con puntero laser

TEODOLITO.– Un teodolito es un instrumento de medición de ángulos, de gran precisión, sobre todo los ángulos verticales. En esencia, un teodolito es un aparato compuesto por un anteojo astronómico, montado sobre un trípode y con dos círculos graduados ó limbos, que nos permiten (cenitales).

Su uso estaba restringido para trabajos geodésicos y astronómicos, dadas sus dimensiones y su dificultad de movimiento (teodolitos antiguos). A mediados del siglo XX, con nuevas tecnologías mecánicas y ópticas, se realizan teodolitos más ligeros (tipo Wild T-3 y T-4) de gran precisión y sensibilidad, empleándose para la comprobación de las redes geodésicas.

TAQUIMETRO.–Un taquímetro no es más que un teodolito de menor precisión angular, al que se le ha dotado de un anteojo estadimétrico, que, como ya sabemos, nos permite la medición de distancias por métodos indirectos.

Por tanto, los taquímetros permiten la medición de ángulos y distancias, aunque estas últimas con limitada precisión. Llevan limbos de vidrio graduados con sistema angular de repetición, es decir, nos permite mover el limbo independientemente de los índices que arrastra el taquímetro, para poder poner lecturas determinadas a direcciones deseadas. Estos aparatos son los empleados para realizar LEVANTAMIENTOS TAQUIMETRICOS, es decir, ir obteniendo las coordenadas polares de los puntos que definen el terreno, para su posterior representación en un plano. Hoy en día están prácticamente en desuso, desbancados por teodolitos electrónicos y estaciones totales.



BRUJULA TOPOGRAFICA.– En este goniómetro, la diferencia estriba en que el limbo horizontal del aparato no es un círculo graduado, sino una brújula, por lo que su cero siempre estará orientado con el norte magnético. Se emplearon mucho en levantamientos taquimétricos por su facilidad de orientarse, aunque hoy en día no se usan.

TEODOLITO ELECTRONICO.– El teodolito electrónico nos da las medidas de los ángulos mediante la lectura de un sensor electrónico, eliminando así el posible error de lectura que el operador pueda cometer. Para ello, el limbo está graduado con marcas oscuras que no dejan pasar la luz, y zonas que sí permiten su paso. Constan de dos sensores diametralmente opuestos, eliminando así el error de excentricidad. La lectura angular se presenta de forma digital en una pantalla de cuarzo líquido.

Entre las ventajas frente a los teodolitos – taquímetros convencionales, se pueden enumerar:



- Fácil y precisa lectura angular.
- Posibilidad de conexión directa a un distanciómetro, pudiendo entonces medir distancias y desniveles.
- Posibilidad de registro de los datos angulares y de distancias en memoria interna, tarjetas de memoria ó colectores de datos, eliminando los posibles errores de anotación en las lecturas tradicionales. Estos colectores de datos, se denominan LIBRETAS ELECTRONICAS.
- Pueden incorporar programas que facilitan ciertas tareas de campo: Orientación del limbo,

estación libre, etc.

LIBRETAS ELECTRONICAS.– Son pequeños ordenadores, totalmente portátiles, que se conectan a los teodolitos electrónicos mediante un cable, y que nos van a permitir:

- Archivar automáticamente todos los datos topográficos que obtengamos del terreno.
- Llevar archivos con los datos necesarios para el replanteo.
- Incluyen protocolos que permiten su comunicación bidireccional con diversos aparatos topográficos: teodolitos electrónicos, GPS, estación total, etc.

– Pueden incluir programas de intercambio con los paquetes de software empleados en los cálculos de la oficina técnica. Los programas más frecuentes que llevan integrados son: radiación, poligonación, dibujo de planos, calculo de áreas, etc.

ESTACION TOTAL.– Es un instrumento topográfico donde se integran un teodolito electrónico con un distanciómetro, y además, cuenta con un procesador interno que nos permite realizar diversos cálculos y métodos de orientación. Además, cuentan con un sistema de memoria extraíble que nos permite volcar directamente los datos obtenidos en campo al ordenador y viceversa, grabar en la memoria del instrumento aquellos puntos cuya posición en campo queramos replantear. Hoy en día, la gama de estaciones totales disponibles es muy amplia: Las hay motorizadas, de forma que una vez elegido el punto a replantear, por medio de servomotores, el anteojo se posiciona en la dirección correcta. Las hay con seguimiento automático del prisma, de forma que la estación sigue de forma continua la posición del prisma. Las hay con sistema de medición sin prisma (ya comentado) y las hay con la característica de poder emitir un haz de luz laser que materializa el eje de colimación.

3.2 EL TEODOLITO. DESCRIPCION. EJES PRINCIPALES DE UN TEODOLITO.

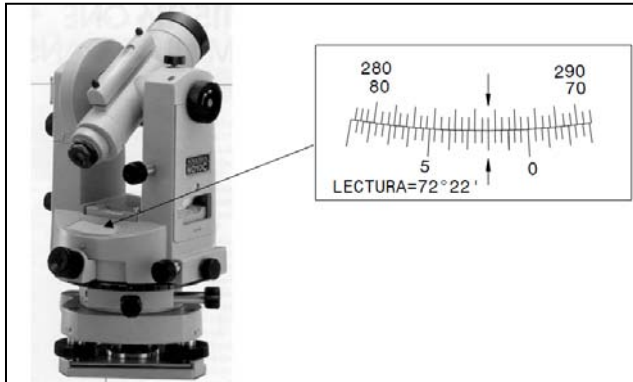
El teodolito es un goniómetro completo, es decir, es un instrumento capaz de medir con gran precisión tanto ángulos verticales como horizontales. Para ello, se sirve de un anteojo topográfico (anteojo astronómico provisto de un retículo), así como de dos círculos graduados, uno horizontal y otro vertical, de forma que, en su movimiento alrededor de un eje vertical, dos índices, diametralmente opuestos, se desplazan sobre el limbo horizontal, y de igual forma, otros dos índices solidarios con el movimiento del anteojo en un plano vertical, se desplazan sobre el limbo vertical.

Todo el conjunto se monta sobre una plataforma nivelante de forma que, con la ayuda de un nivel tórico incorporado en el plano horizontal del teodolito, podremos estacionarlo sobre el punto deseado.

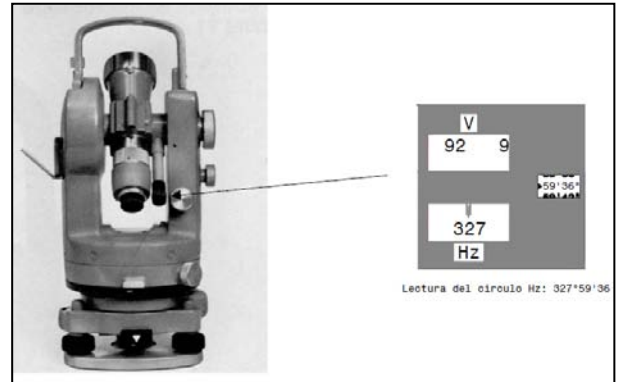
El conjunto teodolito – plataforma nivelante se coloca, firmemente unido a un trípode, que nos facilita la labor de estacionamiento.

Como ya se ha descrito en el tema 1, el sistema por el que podemos colocar el eje vertical que pasa por el centro del teodolito sobre el punto puede ser: una plomada física, una plomada óptica ó una plomada laser. (Este último sistema es el que llevan acopladas las estaciones totales de gama alta).

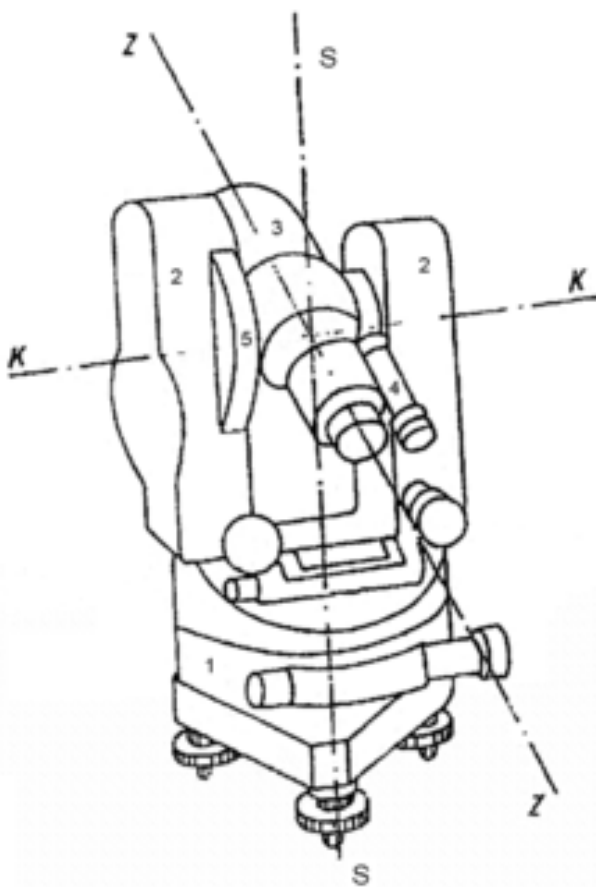
En los teodolitos convencionales (óptico-mecánicos), los sistemas para realizar las lecturas angulares eran muy variados: Lectura directa sobre nonios, lectura con micrómetros ópticos de estima y coincidencia



Lectura directa sobre nonio



Lectura micrómetro óptico



EJES PRINCIPALES DE UN

TEODOLITO.—Según vemos en la figura, son tres los ejes principales de un teodolito:

EJE PRINCIPAL DEL APARATO (EE').—

Es El eje vertical en torno al cual gira horizontalmente el conjunto del teodolito. En su giro, desplaza dos índices solidarios sobre el plano horizontal, que nos permitirán obtener la medida de los ángulos horizontales.

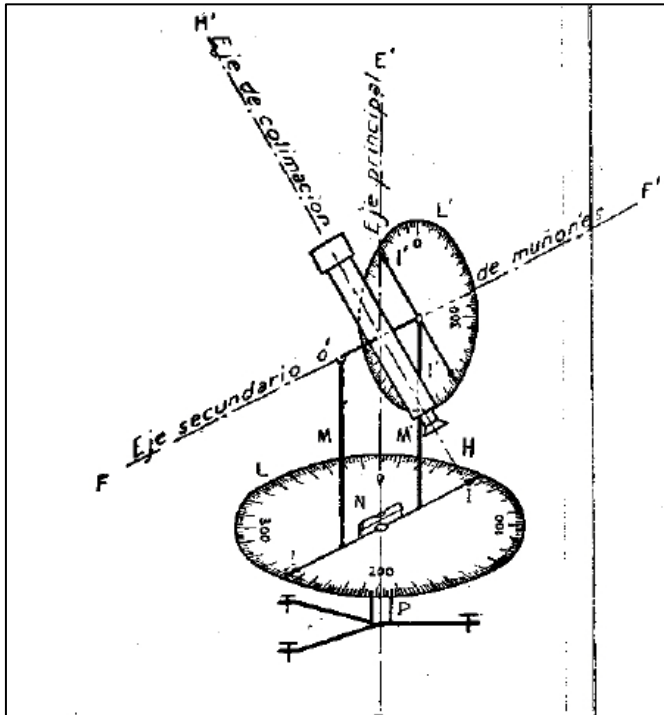
Es muy importante que este eje, una vez estacionado el teodolito sobre el punto estación, quede perfectamente vertical.

EJE SECUNDARIO (FF').— También

llamado **EJE DE MUÑONES**. Es el eje en torno al cual, gira el anteojo. En

este giro, el anteojo arrastrará solidariamente dos índices sobre el limbo vertical, que nos permitirán medir ángulos verticales.

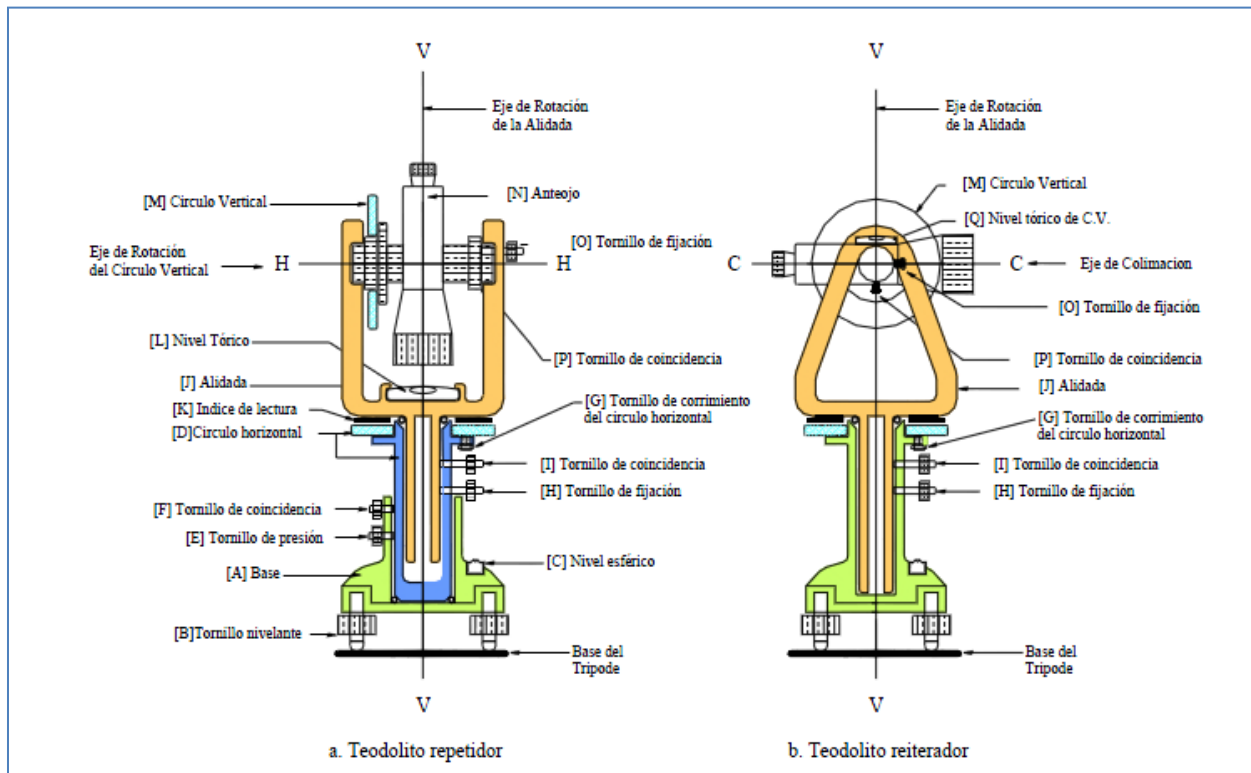
Por construcción, EL EJE PRINCIPAL Y EL EJE SECUNDARIO DEBEN DE SER PERPENDICULARES ENTRE SI.



EJE DE COLIMACION (HH').– Es el eje que define la visual que realizamos a un punto. Es la línea imaginaria que une el centro del objetivo con el centro del ocular. Si no existen errores, este eje, que deberá pasar por el centro del retículo, es, por construcción, PERPENDICULAR AL EJE DE MUÑONES, de forma que, al cabecear el anteojo, este nos defina un plano perfectamente vertical.

TEODOLITOS REPETIDORES Y REITERADORES.

En los teodolitos óptico mecánicos clásicos, existían dos tipos de aparato en función de que se pudiese ó no variar la lectura acimutal para poder fijarla en una dirección determinada. Los teodolitos REPETIDORES poseían esta facultad, es decir, poder mover el limbo independientemente del resto del aparato. Para ello, poseían dos botones que actuaban sobre dicho limbo: Uno de presión, que lo mantenía firmemente unido al resto del aparato y otro de coincidencia para conseguir una perfecta colimación.



3.3 ERRORES EN UN TEODOLITO. ERRORES SISTEMATICOS Y ERRORES ACCIDENTALES

A pesar de que el teodolito este nuevo y en perfecto estado y de que realicemos las observaciones correctamente y con el máximo cuidado, siempre aparecerán errores en la medición debidos a diversos motivos. Estos errores los podemos clasificar en dos grupos: Sistemáticos y Accidentales.

a.- ERRORES SISTEMATICOS.

Estos errores son propios é inherentes del propio teodolito, producidos por defectos de montaje de sus elementos móviles. Por tanto, siempre se producirán en el mismo sentido y tendrán el mismo valor. Dentro de estos errores, los más importantes son:

Error de Colimación.

Error de Muñones.

Error de Eclímetro (también llamado error de colimación vertical).

Estos errores se pueden detectar, siguiendo un sistema operativo determinado, se pueden corregir, en talleres especializados, y se pueden compensar, aplicando el sistema operativo al leer ángulo denominado REGLA DE BESSEL.

REGLA DE BESSEL.– Este método consiste en visar al punto elegido en una posición, que llamaremos CIRCULO DIRECTO, (CD), apuntando en la libreta la lectura horizontal, la lectura cenital y la distancia. A continuación, giraremos horizontalmente el aparato 200g, y daremos una vuelta de campana al anteojo, volviendo a visar al mismo punto en una posición, opuesta a la anterior, que denominaremos CIRCULO INVERSO (CI), y de igual forma, anotaremos las lecturas angulares y la distancia.

Si no existe error, ambas lecturas, CD y CI deben de diferenciarse en 200g horizontalmente, y, en el caso del limbo horizontal, deberán sumar 400g. De existir errores sistemáticos, ambas lecturas (CD y CI), diferirán en un valor distinto a 200g (ó 400g en visuales verticales), siendo dicha diferencia el error sistemático que presenta el aparato. No

obstante, dicho error se compensa y desaparece TOMANDO EL PROMEDIO DE AMBAS LECTURAS. Es importante indicar que, cuando hagamos el promedio, deberemos poner ambas lecturas en la misma vuelta angular, es decir, si la lectura en CD es menor de 200g, deberemos, para hacer el promedio, restar 200g a la lectura en CI. Si, por el contrario, la lectura en CD es mayor de 200g, deberemos restar 200g. a la lectura en CI. De esta manera, podremos poner:

$$LECTURA PROMEDIO = \frac{CD + (CI \pm 200^g)}{2}$$

b.– ERRORES ACCIDENTALES.– Estos errores se producen siempre, son inevitables. Tiene su origen en los límites de percepción del operador. Varían de sentido y de magnitud, y no se pueden corregir.

Por tanto, habrá que acotar para ellos un valor máximo, que nos determine si la observación realizada es tolerable (tiene un error menor que el máximo fijado), ó por el contrario, deberemos repetir la operación.

Estos errores son:

Error de verticalidad.

Error de Puntería.

Error de Lectura.

Error de Dirección.

A. ERRORES SISTEMATICOS DE UN TEODOLITO

1. ERROR DE COLIMACION HORIZONTAL. También se denomina ERROR POR FALTA DE PERPENDICULARIDAD ENTRE EL EJE DE COLIMACION Y EL EJE SECUNDARIO.

Se produce cuando el eje de colimación del anteojo, definido por el centro del objetivo, el centro de la cruz filar y el centro del objetivo, no es perpendicular al eje de giro vertical del anteojo, llamado también eje de colimación.

Este error se manifiesta cuando la diferencia entre la lectura horizontal en CD y la lectura en CI no se diferencian en 200g exactamente.

La lectura correcta sería la obtenida al calcular el promedio de las lecturas en CD y en CI.

Para ponerlo de manifiesto, seguiremos los siguientes pasos:

- Con el aparato perfectamente estacionado, colocaremos, a una distancia de unos 20 ó 25 metros una mira vertical, pero en posición horizontal, ó bien un flexómetro extendido en posición horizontal, de forma que su altura quede aproximadamente a la misma altura que tienen el aparato estacionado. Esto se hace así porque este error no se anula en visuales horizontales.
- Lanzamos una visual en CD a la mira, y anotamos la lectura que hacemos sobre ella, así como la lectura horizontal correspondiente. (L1).
- A continuación, colocamos el aparato en CI y buscamos la lectura anterior de la mira. Anotamos el ángulo horizontal correspondiente (L2).
- De no existir error, ambas lecturas serán iguales ($L1 = L2$).
- Si el aparato tiene error de colimación horizontal, entonces existirá diferencia entre ambas lecturas.

El valor del error será:

$$E''_c = \frac{\Delta L}{\text{sen } V}$$

Donde:

ΔL = Diferencia de lecturas sobre la mira en CD y CI

E''_c = Error de colimación horizontal en segundos (sexagesimales)

sen V = Seno del ángulo vertical (en graduación centesimal).

No obstante, el promedio de ambas lecturas, en CD y CI, estará exento del error.

2. ERROR DE MUÑONES. También se denomina ERROR POR FALTA DE PERPENDICULARIDAD ENTRE EL EJE PRINCIPAL Y EL EJE SECUNDARIO O DE MUÑONES.

Se produce cuando el eje de giro principal del aparato y el eje de giro del anteojo no son perpendiculares. De esta forma, al girar verticalmente el anteojo, y supuesto eliminado el error de colimación horizontal, la cruz filar del retículo no definirá un plano vertical sino que describirá una parábola, alejándose más del eje vertical cuanto mayor (ó menor) sea el ángulo cenital leído.

Este error se anula para visuales horizontales.

Para ponerlo de manifiesto, seguiremos los siguientes pasos:

- Se visa a un punto, con la máxima lectura cenital posible, en CD. Se anota la lectura angular horizontal correspondiente (L1).
- En CI, se vuelve a visar al mismo punto, obteniendo la lectura horizontal L2.
- Si no hay error, ambas lecturas deben diferenciarse en 200g.
- Si hay error, este será la diferencia entre las lecturas angulares.

El valor de este error será:

$$E''_m = \frac{\Delta L}{\cos V}$$

Donde:

ΔL = Diferencia de lecturas angulares horizontales en CD y CI

E''_m = Error de muñones en segundos (sexagesimales)

$\cos V$ = Seno del ángulo vertical (en graduación centesimal).

No obstante, aplicando la regla de Bessel, es decir, con el promedio de las lecturas horizontales en CD y en CI, anularemos este error.

3. ERROR DE ECLIMETRO. También llamado ERROR DE COLIMACION VERTICAL Ó ERROR EN EL ORIGEN DE LOS ANGULOS VERTICALES.

Se produce porque el origen de medida de los ángulos verticales, es decir, el cero del limbo vertical, no coincide con la dirección de la vertical. Si el aparato estuviese exento de este error, debería de cumplirse que las lecturas verticales en CD y en CI deberían sumar 400g. Cuando existe error, este será la diferencia entre las dos lecturas.

La forma de ponerlo de manifiesto es:

- Visamos a un punto de forma que tenga cierta inclinación sobre la horizontal.
- En CD, anotamos el ángulo vertical correspondiente. (L1)
- En CI, volvemos a visar al mismo punto, anotando la lectura vertical correspondiente (L2).
- Si no hay error: $L1 + L2 = 400g$.
- Si existe error, la diferencia con 400g será el error de eclímetro.

No obstante, al tomar el promedio de las dos, lecturas $(L1 + (L2-400))/2$, será la lectura correcta.

IMPORTANTE.– Si detectamos la existencia de estos errores sistemáticos, NO INTENTAR NUNCA ARREGLARLOS EN CAMPO. Acudir con el aparato a la CASA COMERCIAL ORIGINAL o a TALLERES AUTORIZADOS para proceder a su corrección. Las estaciones totales modernas, permiten su autocorrección.

B.– ERRORES ACCIDENTALES.

Como ya hemos dicho con anterioridad, los errores accidentales no dependen del aparato sino de la pericia y precisión con que el observador utilice el teodolito. Estos errores son impredecibles, variarán de valor en función del operador, del momento de la observación, de las condiciones atmosféricas, de la distancia al punto visado, etc. Por tanto, deberemos establecer un valor máximo ó tolerancia, que nos sirva de referencia para aceptar ó rechazar una observación. Estos errores son: Error de verticalidad, error de puntería, error de lectura y error de dirección.

Estos errores estarán en función de la precisión del aparato empelado.

1. ERROR DE VERTICALIDAD.

Puede ser: ERROR DE VERTICALIDAD AZIMUTAL Y ERROR DE VERTICALIDAD CENITAL.

Se produce cuando el aparato no está bien estacionado, es decir, que el eje principal del aparato no está perfectamente vertical, por lo que los limbos horizontales no estarán perfectamente horizontales sino que formarán un ángulo con dicho plano. De igual forma, los limbos verticales no estarán perfectamente verticales, sino que formaran un ligero ángulo con dicha línea. Este error dependerá de cómo estacionemos el instrumento y, por tanto, de la precisión que tenga el nivel tórico general del aparato.

EL ERROR DE VERTICALIDAD AZIMUTAL tiene por expresión:

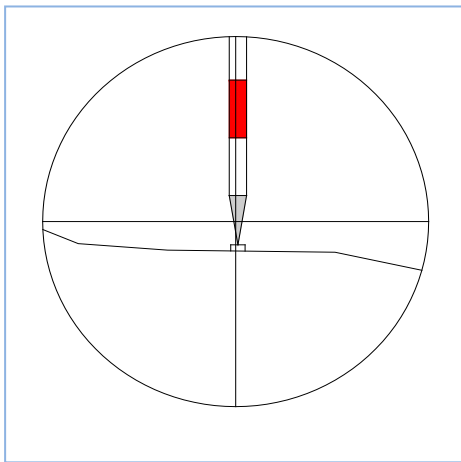
$$e''_{VA} < \frac{S''}{12}$$

Donde:

S'' = Sensibilidad del nivel tórico en segundos.

EL ERROR DE VERTICALIDAD CENITAL, se expresa:

$$e''_{VC} < \frac{S''}{3}$$



2. ERROR DE PUNTERIA

Se produce cuando al visar a un punto del terreno, no bisecamos perfectamente los hilos del retículo con el punto a referenciar. Se distinguen por tanto dos tipos de error de puntería: ERROR DE PUNTERIA AZIMUTAL Y ERROR DE PUNTERIA CENITAL.

— ERROR DE PUNTERIA AZIMUTAL.

Al visar a un elemento vertical, no conseguimos bisecar correctamente el jalón u elemento que nos define la posición del punto (Clavo, estaca, etc.).

En el caso de que empleemos aparatos normales y no empleemos jalones para bisecar, es decir, visemos a otros elementos verticales: estacas, clavos, etc., la expresión del error de puntería acimutal es:

$$e''_{pa} \approx \frac{20''}{A} \left(1 + \frac{4A}{100}\right)$$

Si visamos a un jalón, se consigue mayor precisión, al poder dividir el ángulo de error en dos, por lo tanto

$$e''_{pa} \approx \frac{10''}{A} \left(1 + \frac{4A}{100}\right)$$

Existen aparatos en los que las lentes han sido recubiertas por sustancias que evitan reflejos y aumentan el contraste. Estos aparatos se dice que tienen “óptica azul”, reduciéndose el error de puntería acimutal al mejorar las condiciones de observación. En este caso, las formulas anteriores quedan:

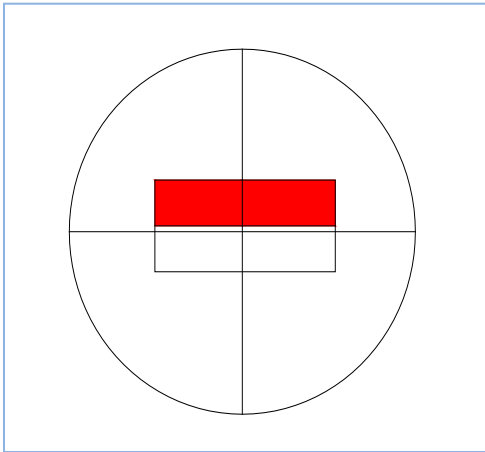
Cuando visamos a un elemento vertical que no sea un jalón:

$$e''_{pa} \leq \frac{20''}{A} \left(1 + \frac{2.5A}{100}\right)$$

En el caso de que bisequemos a un jalón vertical:

$$e''_{pa} \leq \frac{10''}{A} \left(1 + \frac{2.5A}{100}\right)$$

— ERROR DE PUNTERIA CENTAL.



En este caso, el error de puntería, en el caso de emplear óptica normal y visar a un elemento de puntería donde podamos hacer coincidencia

$$e''_{pc} \leq \frac{20''}{A} \left(1 + \frac{4A}{100}\right)$$

Si la puntería se hiciese a estima sobre un elemento no bien definido:

$$e''_{pc} \leq \frac{50''}{A} \left(1 + \frac{4A}{100}\right)$$

Si empleásemos aparatos con “óptica azul”, tendríamos:

Puntería de coincidencia:

$$e''_{pc} \leq \frac{20''}{A} \left(1 + \frac{2.5A}{100}\right)$$

Puntería a la estima:

$$e''_{pc} \leq \frac{50''}{A} \left(1 + \frac{2.5A}{100}\right)$$

3. ERROR DE LECTURA

En los antiguos aparatos donde la lectura se realizaba sobre una escala óptica micrométrica, por coincidencia, el error se establecía en:

$$e_l'' \leq \frac{2}{3\sqrt{n}} m''$$

Donde: m'' = menor división de la lectura, en segundos.; n = número de observaciones. En el caso de aplicar la regla de Bessel, el número de observaciones son 2, luego nos queda:

$$e_l'' \leq \frac{2}{3\sqrt{2}} m'' = \frac{m''}{3}$$

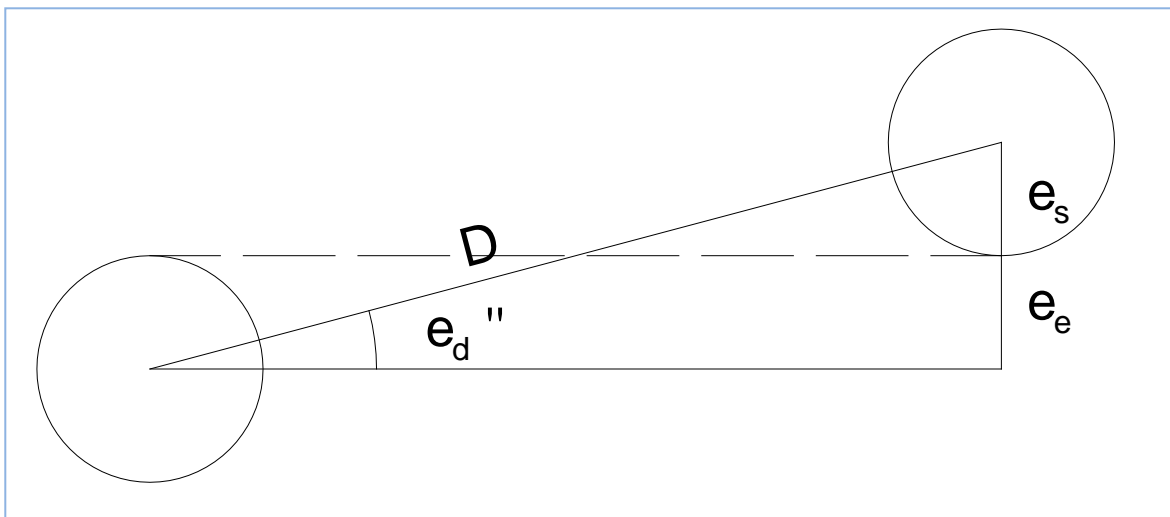
En los aparatos modernos, de lectura digital, tomaremos como menor división, la apreciación nominal de lectura del aparato.

4. ERROR DE DIRECCION.

Este error se produce cuando no estacionamos exactamente sobre la vertical del punto de estación. También se producirá cierto error al situar el jalón en el punto a visar.

Este error es tanto mayor cuanto menor sea la distancia entre los dos puntos considerados.

Su expresión (valor máximo) será:



Su expresión es:

$$\text{sen } e_d \cong e_d'' = \frac{(e_e + e_s)}{D} 206265''$$

3.4 ERROR TOTAL ANGULAR DE UN TEODOLITO

Es la componente cuadrática de todos los errores accidentales estudiados hasta ahora, y se debe de calcular cuando nos asignen un teodolito para trabajar.

Su expresión es:

Para visuales acimutales:

$$e_a'' \leq \sqrt{e_{va}^2 + e_{pa}^2 + e_l^2 + e_d^2}$$

Para visuales cenitales:

$$e_a'' \leq \sqrt{e_{vc}^2 + e_{pc}^2 + e_l^2}$$

Cualquier error angular cuyo valor supere este error máximo no será válido y habrá que obtenerle de nuevo.

3.5 EL TAQUIMETRO. DESCRIPCION Y USO. FORMA DE MEDIR DISTANCIAS. NIVELACION TAQUIMETRICA (TRIGONOMETRICA).

Un taquímetro no es más que un teodolito al que se le añade un anteojo estadimétrico, es decir, un anteojo que monta un retículo con unos hilos horizontales estadimétricos que nos permiten leer sobre la mira un segmento de la misma entre los hilos superior é inferior, que, multiplicándolo por una constante propia del anteojo, llamada CONSTANTE ESTADIMETRICA (K), que, generalmente, es 100, (K=100). Este anteojo lleva bastantes aumentos para poder obtener una buena visión que nos permita apreciar las divisiones de mira claramente.

En definitiva, un taquímetro es un teodolito que nos permite medir ángulos y distancias.

Los taquimétricos clásicos, ópticos, se podían clasificar en dos grupos:

- REPETIDORES, cuando tenían movimiento general lento que nos permitía orientar la línea de ceros del limbo horizontal con la dirección del norte geográfico.
- REITERADORES, cuando carecían de dicho movimiento lento general y, por tanto, no se podía orientar, aunque algunos modelos llevaban un tornillo que actuaba directamente sobre el limbo y nos permitía poner una lectura determinada según una dirección (con menos precisión que los repetidores).

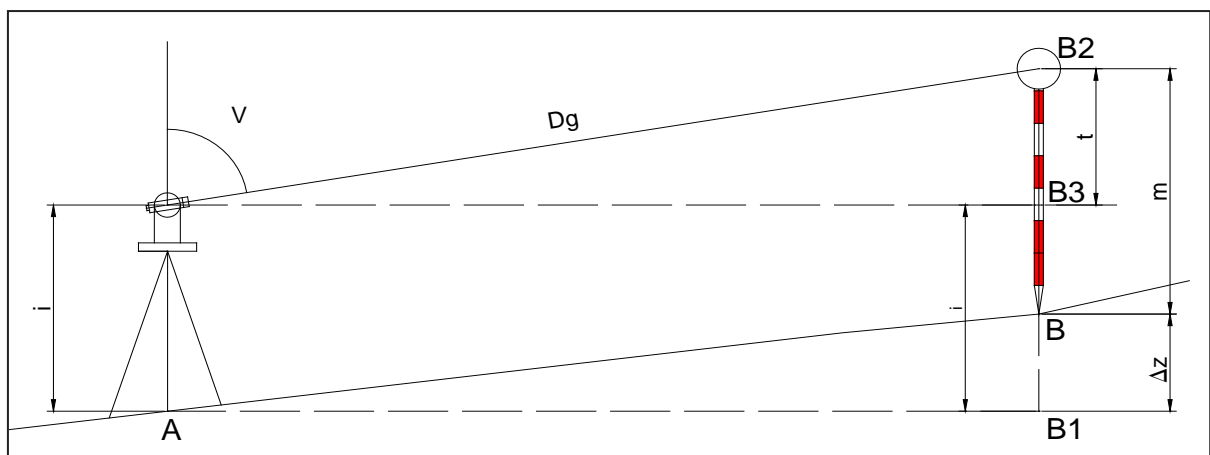
Hoy en día, los taquímetros son **ELECTRONICOS**, es decir, que nos presentan las lecturas angulares y de distancias en una pantalla digital. Con ellos se evitan las engorrosas lecturas sobre los micrómetros de lectura ópticos y nos permiten además, actuando sobre un botón del teclado, fijar una lectura angular para poder orientar a una dirección dada.

Además, incorporan otras funciones en el teclado que permiten realizar cálculos sencillos: Nos presenta la distancia reducida, distancia geométrica, desnivel, permite cambiar el sentido de medida de los ángulos, poner la lectura cero grados en una dirección determinada, etc. La precisión (apreciación de las lecturas), oscila entre 5cc y 20 cc, más que suficiente para cualquier tipo de medición topográfica.

En los taquímetros electrónicos, la distancia se obtiene a través de la medida electrónica proporcionada por un distanciómetro. En modelos modernos, incluso se montan punteros laser que nos materializan el punto visado

El taquímetro es el aparato idóneo para realizar POLIGONALES y TAQUIMETRICOS, ya que nos permite obtener, para cada punto, ángulo horizontal, ángulo vertical, distancia geométrica, distancia reducida y desnivel, lo que nos permite obtener para cada uno de ellos sus coordenadas X, Y y Z.

NIVELACION TAQUIMETRICA



También se denomina nivelación trigonométrica. Ya hemos dicho que un taquímetro mide ángulos y distancias. Pues bien, a partir de estos datos

podemos obtener el desnivel del punto visado con respecto al punto de estación del taquímetro. Para ello, será necesario anotar además la altura del aparato en el punto de estación (distancia entre el eje de muñones y el punto de estación).

Donde: i = altura instrumento; m = altura jalón; D_g = distancia geométrica; V = dist. Cenital

El desnivel, según la figura anterior, es:

$$\Delta Z_A^B = BB_1 = B_2B_3 + B_3B_1 - B_2B$$

Sustituyendo los valores:

$$\Delta Z_A^B = t + i_A - m_B$$

Y esta fórmula se cumple siempre, sea cual sea la disposición del aparato, el jalón y la inclinación de la visual.

En la ecuación anterior:

$$t = D_g \cos V$$

Si hacemos que $i = m$, entonces:

$$\Delta Z_A^B = t$$

Lo que facilita el cálculo del desnivel.

Por su parte, la distancia reducida, cuando se mide con jalón y distanciómetro será:
 $D_r = D_g \sen V$

Si empleásemos una mira vertical, hay que tener en cuenta el error posible que se produce por la inclinación de la mira, ya que nosotros la ponemos perfectamente vertical al calar el nivel auxiliar, cuando la teoría dice que la mira debería quedar perpendicular a la visual. Para tener en cuenta este error, se aplica la siguiente fórmula: **$D_r = D_g \sen^2 V$**

NOTA: En nivelaciones trigonométricas de alta precisión, a la fórmula anterior hay que introducirle una corrección conjunta de refracción y esfericidad terrestre. En este caso:

$$\Delta Z_A^B = t + i_A - m_B + (0.5 - K) \frac{(D_g)^2}{R}$$

Donde K = coeficiente de refracción. En España, en condiciones normales, varia entre 0.08 y 0.16 (según autores); R = radio de la tierra = 6370 Km.

ERRORES EN LA NIVELACION TRIGONOMETRICA

Al igual que en cualquier otro tipo de medición, se producirán errores accidentales al determinar el valor de “t”, “i” y “m”.

- El error en i, $e_i \leq 5$ mm (error que podemos cometer al medir la altura de instrumento).
- El error de la señal, e_m , tendrá dos componentes, uno por inclinación del jalón y otro por puntería a la señal. El valor total será la componente cuadrática de ambos valores. A título orientativo:

Si el prisma está sobre jalón, $e_m \leq$ de 13 a 14 mm (para visuales entre 200 y 300 metros).

Si el prisma está sobre trípode, $e_m \leq$ 11 a 13 mm. (para la misma longitud de visual).

- El error en el término t, e_t , es la componente cuadrática del error correspondiente a la distancia y el error correspondiente al ángulo cenital.

Su expresión es: $e_t \leq \sqrt{(\cos^2 V)e_D^2 + (\sin^2 V)e_V^2}$

A título informativo, y para distancias de 200 a 300 m, se puede fijar entre 2 y 5 mm para lecturas cenitales normales.

El error total será la componente cuadrática de estos errores:

$$e_{NT} \leq \sqrt{e_i^2 + e_m^2 + e_t^2}$$

Un valor orientativo del ERROR EN NIVELACION TRIGONOMETRICA (e_{NT}) oscilará entre 12 y 17 mm para visuales entre 100 y 300 metros.

3.6 ESTACION TOTAL

Una estación total es un teodolito electrónico dotado de un potente microprocesador y un distanciómetro electromagnético que nos permite la medida indirecta de distancias. Además, poseen un sistema de almacenamiento removible de memoria que nos permite, bien emplear datos numéricos obtenidos en la oficina para su replanteo en campo, así como el almacenamiento de todos los datos obtenidos en campo para el posterior procesamiento en oficina.

Incorporan multitud de programas que nos permiten realizar diversas operaciones en campo: Estacionamiento, para lo que llevan plomadas laser y niveles electrónicos que presentan en una pantalla de LCD el estado de nivelación del instrumento; estacionamiento libre, mediante trisección inversa a bases de coordenadas conocidas, cálculo de alturas remotas a cables ó elementos altos mediante el giro vertical del instrumento, etc. Un teclado multifuncional nos

permite introducir los datos necesarios para el cálculo de las diversas acciones: alturas de aparato, alturas de jalón, constantes de prisma, coordenadas, coeficientes de refracción y curvatura, etc.

Las estaciones totales de gama alta permiten además incorporar programas de cálculo topográfico que nos permitirán realizar replanteo de ejes, obtención de transversales, calculo de distancias a ejes, replanteos verticales, etc.

Las precisiones angulares varían desde 1cc hasta 20 cc. Algunas estaciones incorporan un sistema de medida de distancia sin prisma, para distancias cortas (< 100m).

Existen estaciones totales con servomotores, por lo que directamente, las estaciones giran buscando las lecturas de orientación indicada ó las direcciones angulares de los distintos replanteos.

También existen estaciones con seguimiento automático del prisma. En estos equipos se emplean prismas especiales de 360°, y con ayuda del servomotor y un equipo de radio modem, permite que el operador, manejando dicho prisma, trabaje sólo, ya que en todo momento la estación está incidiendo sobre el prisma. El manejo del aparato en este caso se realiza mediante un teclado remoto.

Las últimas estaciones totales incorporan incluso un equipo GPS montado sobre la estación, de modo que, a través de la red GPRS y de telefonía móvil, podemos obtener la posición de la estación sin necesidad de colocar la base por topografía clásica.

Todas las estaciones totales tienen conexiones que permiten la comunicación con ordenadores y libretas colectoras de datos así como con otros instrumentos.

ESTACION TOTAL TOPCON ROBOTIZADA SERIE IS (PRECISION 1^{CC} - 3^{CC})

Especificaciones

	IS-1	IS-3
MEDIDA DE ÁNGULOS		
Método	Lectura Absoluta	
Mínima Lectura	0,1 / 0,5 mgon	0,2 / 1 mgon
	0,5" / 1"	1" / 5"
Precisión	0,3 mgon / 1"	1 mgon / 3"
Corrección de inclinación	Doble Eje	
Rango de Compensación	±6"	
MEDIDA DE DISTANCIAS		
Modo Prisma		
– Rango de prisma 1/3/9	5000 m / 4000 m / 5000 m	
– Precisión	±(2 mm + 2 ppm x D*) m.s.e.	
Modo Sin Prisma		
– Rango Corto	1,5 m - 250 m	
– Precisión	±5 mm m.s.e.	
– Rango Largo	5,0 m - 2000 m	
– Precisión	±(10 mm + 10 ppm x D*) m.s.e.	
Scan rápido	Más de 20 Hz +5mm e.c.m.	
Clase láser EDM	Clase 1 (IEC publicación 825)	
BÚSQUEDA AUTOMÁTICA		
Velocidad de Seguimiento	15°/seg	
Rango de Seguimiento	1000m (con prisma estándar)	
Velocidad de Rotación	85°/seg	
IMAGEN		
Cámaras	2 x 1.3 Mp ccd, panorámica resolución aparente equivalente a 4.8Mp	
Velocidad de Imagen	Más de 15 fps (frames por segundo)	
INTERFACE DE USUARIO –SISTEMA DE RECONOCIMIENTO DE CARACTERÍSTICAS		
SO	Microsoft Windows CE®.NET 4.2	
Procesador	Intel PXA255 400 MHz	
Pantalla	Pantalla táctil a todo color	
Distancia de Comunicación	Más de 900 m (dependiendo de las condicionales locales)	
Puntero Láser	LD (láser visible)	

iCONTROL

- Control del instrumento completamente libre de cables
- Conexión Remota via wifi
- Ideal para monitorización remota, áreas peligrosas o zonas de trabajo complicadas

iDRIVE Control Táctil

- Control del instrumento de manera simple desde el interface de la pantalla táctil
- Fácil intercambio desde el jalón a la medición sin prisma sin tener que volver al instrumento

Múltiples opciones de Comunicación

- Radio de 2.4 GHz de amplio espectro libre de interferencias
- Conectividad Wifi
- Múltiples canales IR libre de interferencias
- Bluetooth®

Leica SmartStation

Estación total con GNSS integrado

Nuevo y revolucionario sistema topográfico. Por primera vez a nivel mundial: TPS y GNSS perfectamente combinados. Una estación total de altas prestaciones con un potente receptor GNSS.

Sin necesidad de puntos de control, líneas poligonales ni intersecciones inversas. Sólo hay que estacionar la SmartStation y dejar que su GPS1200+ determine la posición. Luego se mide o replantea con la estación total.

Las tareas de levantamiento se resuelven así de modo más sencillo, rápido y con menos estacionamientos. Los sistemas TPS y GNSS se pueden utilizar por separado cuando haga falta.

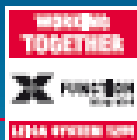
La SmartAntenna se coloca sobre un bastón como una estación móvil RTK.

El TPS se puede utilizar como una estación total estándar.

El diseño modular de la SmartStation ofrece todas las opciones para acometer cualquier tipo de trabajo. Ahorra tiempo y dinero.

Aumente su productividad y sus beneficios.

Todas las estaciones totales TPS1200+ se pueden actualizar a SmartStation con GPS1200+ tecnología GNSS.



SOFTWARE DE CAMPO INCLUIDO EN LA ESTACION LEICA SMARTSTATION

Barra de Información de Estado Siempre Visible Info de precisión siempre visible
 Importar Datos: ASCII, DXF, GSI, modelos MDT Exportar Datos: ASCII, DXF, XML,
 Raw data Transferencia de datos Campo a Oficina usando ftp Configuración de
 estación base RTK para funcionar sin controlador Selección de tipo de Antena
 Selección del canal de radio Cálculo de la posición de navegación Proporciona una
 rápida localización de un trabajo de GPS Posiciones en puntos de control
 existentes Usa un método similar a la intersección TPS No necesita de
 conocimientos en sistemas de coordenadas Para la conversión de posiciones GNSS
 a coordenadas locales Proporciona transformaciones del tipo UnPaso, DosPasos o
 Clásica 3D Localización con un punto para calibración rápida Muestra y graba
 parámetros y residuales Coincidencia Automática de puntos medidos e
 introducidos manualmente Cálculos de Inversa, intersecciones, línea y arco Cálculo
 desde puntos introducidos o medidos Visualización gráfica de cálculos
 Codificación de puntos calculados Replanteo inmediato de puntos calculados
 Manual o automático de puntos Visualización configurable en capas Codificación
 Punto, línea, área o libre Codificación Smart y Quick Medición de puntos ocultos
 usando desplazamientos Orientación al Norte, punto, línea, sol o por flecha
 Comparación entre replanteo y diseño Selección Automática del punto de diseño
 más cercano Selección Gráfica del punto desde la vista mapa Edición de la altura
 de diseño durante el replanteo **Total Quality Management** – La marca y logos
Bluetooth® Replanteo de línea, arco y polilíneas Replanteo de PKs Replanteo de
 taludes Comparación de calidad entre replanteo y diseño Representación gráfica
 del diseño Replanteo de Trazados: Stringlines, secciones transversales
 simples/dobles, camillas, superficies Replanteo y control de calidad, gráfico Los
 trazados pueden ser creados en campo Importación de trazados desde varios
 formatos de diseño Informe sencillo del trabajo en campo Cálculo de volúmenes o
 áreas de superficies Usando puntos importados o medidos Representación gráfica
 de triángulos Exportación DXF de superficies medidas Informe sencillo Replanteo
 de alturas basado en un Modelo Digital del Terreno Replanteo de puntos con
 Alturas tomadas de un MDT Pueden seleccionarse varias capas MDT para el
 replanteo Puede usarse puntos de control de la superficie de diseño Seguimiento
 de satélites GLONASS Registro de Raw data para post-proceso Funcionalidad RTK
 con longitud ilimitada de base línea Tasa de actualización de posición de 5 Hz (0.2
 seg) Acceso a redes de referencia (incluyendo línea base ilimitada) Entrada de
 mensajes RTCM/CMR RTK Conexión a teléfono móvil **Bluetooth®** Mensaje de salida
 NMEA

nuestro compromiso con la son propiedad de Bluetooth SIG,
satisfacción total de los clientes. Inc. y cualquier uso de dichas marcas por Leica
Geosystems AG
es bajo su licencia.

Ilustraciones, descripciones y datos técnicos no vinculantes y pueden ser
modificados. Impreso en Suiza –

Copyright Leica Geosystems AG, Heerbrugg, Suiza, 2009. 774771es – IX.10 – RDV

Leica Geosystems AG

Heerbrugg, Suiza

www.leica-geosystems.com

TEMA 4 NIVELACION. EQUIALTIMETRO Ó NIVEL TOPOGRAFICO. DESCRIPCION. TIPOS DE NIVEL. MIRAS DE NIVELACION. TIPOS. LECTURAS SOBRE MIRAS DE NIVELACION. METODOS DE NIVELACION. FORMA DE RELLENAR UNA LIBRETA DE NIVELACION. DETERMINACION DEL ERROR EN UN NIVEL. ERROR KILOMETRICO. ERROR DE CIERRE DE UNA NIVELACION. TOLERANCIA Y COMPENSACION.

4.1 NIVELACION.

La nivelación es la operación mediante la cual se determina el desnivel existente entre dos puntos.

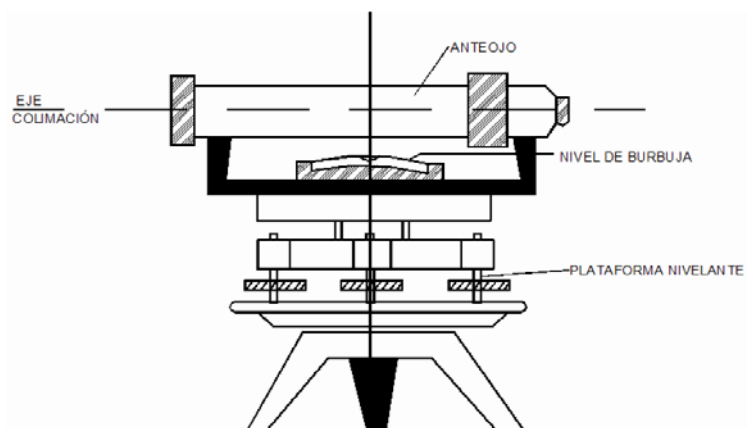
Existen varios métodos, según los aparatos empleados:

- La nivelación trigonométrica (ya vista)
- La nivelación barométrica (en deshuso)
- La nivelación geométrica .– La más empleada. Emplea el nivel topográfico y es la de mayor precisión.

La nivelación geométrica también se conoce como “nivelación por alturas”.

4.2 NIVEL TOPOGRAFICO Ó EQUIALTIMETRO.

El nivel topográfico, también llamado nivel óptico o equialtímetro es un instrumento que tiene como finalidad la medición de desniveles entre puntos que se hallan a distintas alturas o el traslado de cotas de un punto conocido a otro desconocido.



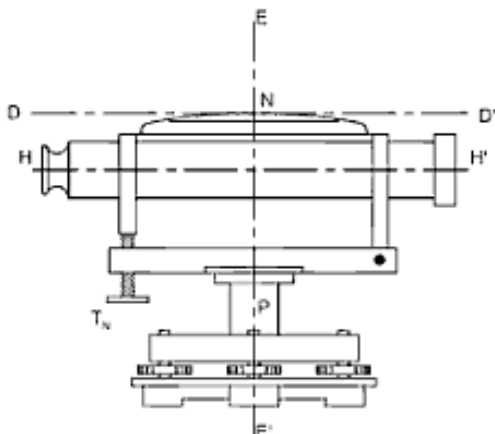
El anteojo del nivel y por tanto, su eje de colimación es, por construcción, perpendicular al eje principal del aparato. El nivel se monta sobre una plataforma nivelante de forma que, cuando consigamos situarla horizontal, el eje principal será vertical, y el eje de colimación quedará en posición horizontal.

El anteojo de los niveles es un anteojo estadimétrico, por lo que lleva un retículo con hilos estadimétricos, lo que nos permitirá obtener medición de distancias. Al no tener posibilidad el anteojo de bascular verticalmente, nos dará distancias reducidas. El nivel incorpora un limbo horizontal, de poca precisión, que nos permitirá obtener la posición planimétrica de los puntos nivelados (aunque con muy poca precisión). El anteojo tiene bastantes aumentos, para facilitar la lectura nítida sobre las miras.

4.3 TIPOS DE NIVEL

NIVEL DE LINEA

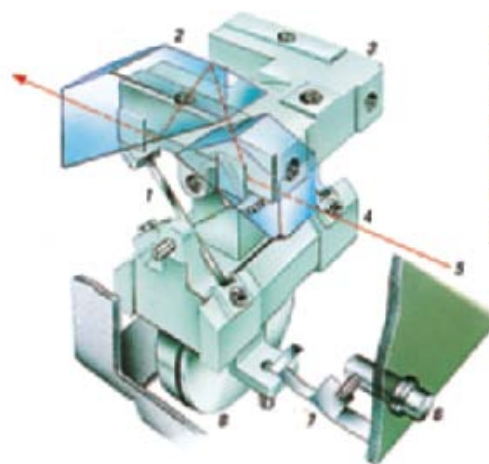
Los niveles de línea, hoy prácticamente en desuso, garantizan la horizontalidad de la visual mediante el calado de un nivel tórico de aire (nivel principal) de gran precisión, acoplado al anteojo (sobre el ó en un lateral), de manera que, para cada visual, una vez calado, nos asegura la horizontalidad del eje de colimación.



NIVEL AUTOMÁTICO.

Este tipo de nivel es el empleado en la actualidad. En ellos, la horizontalidad del eje de colimación se consigue mediante un sistema compensador, colocado en el interior del anteojo.

El automatismo se fundamenta en conseguir, mediante el sistema compensador, que funciona como un péndulo que sostiene un espejo ó prisma móvil entre dos prismas ó espejos fijos, quebrar el eje de colimación para conseguir su rigurosa horizontalidad. Estos modelos a veces

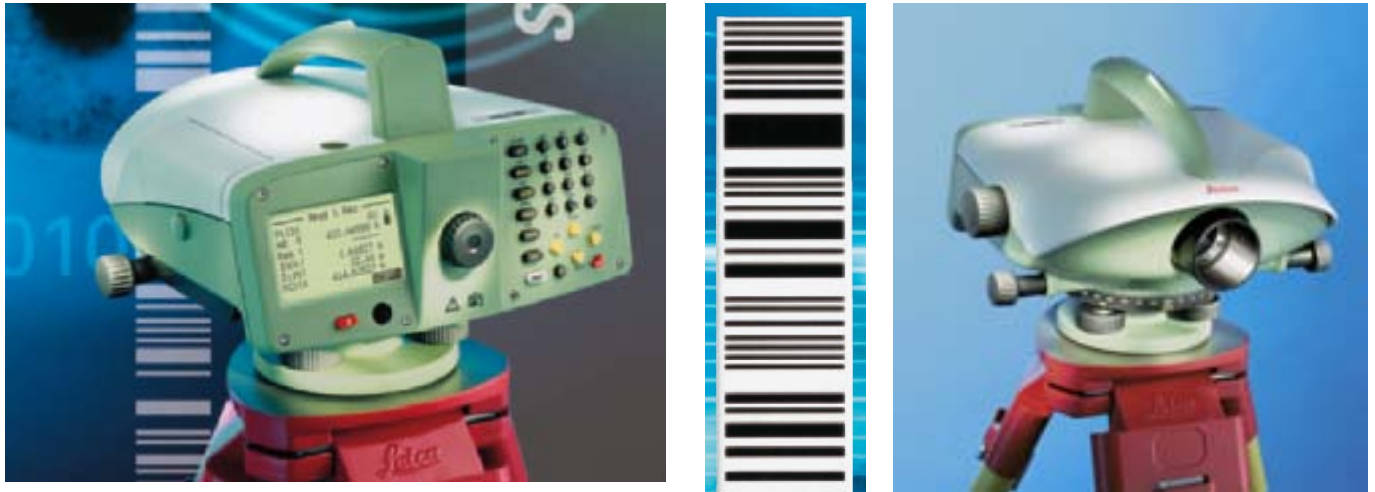


Esquema de funcionamiento del compensador NA2/NAK2

- 1 Cintas de suspensión
- 2 Prisma tejado
- 3 Armazón
- 4 Cuerpo de péndulo con prisma
- 5 Línea de puntería
- 6 Pulsador para el control del funcionamiento
- 7 Resorte
- 8 Cilindro de amortiguación

suelen llevar un botón que nos permite comprobar el funcionamiento del compensador.

NIVEL DIGITAL



Los niveles digitales son niveles automáticos a los que se les ha incorporado un sistema de medición que permiten realizar lecturas electrónicas a una mira tipo código de barras, por lo que se elimina el error de lectura sobre miras convencionales.

Disponen además de un teclado con diversas funciones. Permiten el registro y almacenaje de los datos obtenidos, que pueden ser transmitidos, para su posterior post-proceso, a un ordenador.

Se alcanzan precisiones de entre 0.4 y 1.2 mm/km, siendo su alcance de entre 60 y 100 metros.

FORMA DE ESTACIONAR EL NIVEL AUTOMATICO

El nivel se coloca sobre un trípode, que suele ser de aluminio, más ligero que el empleado para las estaciones totales y teodolitos. Para colocarlo perfectamente horizontal, el nivel va provisto de un pequeño nivel esférico, que calaremos actuando primeramente sobre las patas del trípode, y que afinaremos actuando sobre los tornillos nivelantes de la plataforma. Una vez calada la burbuja, esto nos asegura que el mecanismo automático de compensación del nivel funciona perfectamente, de forma que el eje de colimación estará perfectamente horizontal y al girar sobre el eje vertical, describirá un plano horizontal, que será el plano de referencia con respecto al cual obtendremos los desniveles.

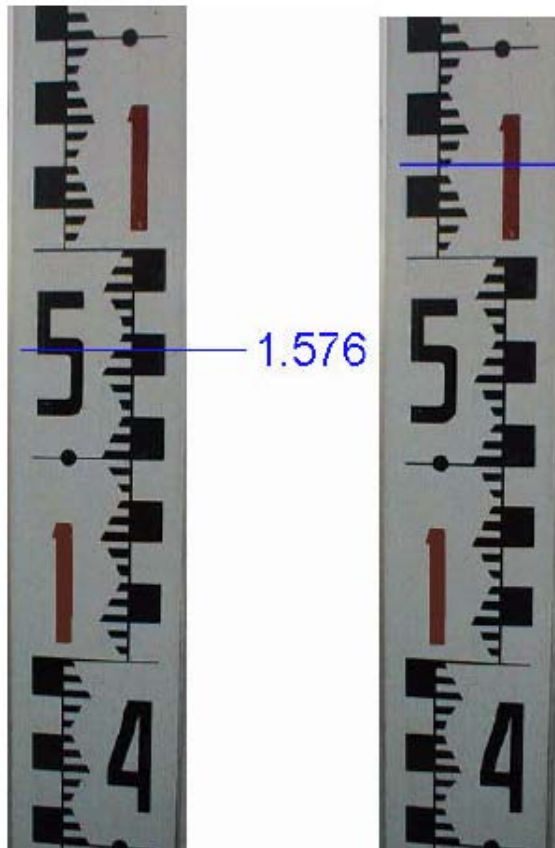
4.4 MIRAS ALTIMETRICAS DE NIVELACION

Las miras de nivelación son reglas verticales que se emplean junto con el nivel para determinar las distintas alturas a las que se encuentran los puntos a nivelar respecto al plano de comparación. Se encuentran graduadas en decímetros, centímetros y dobles milímetros, siendo su longitud de 4 metros. Están fabricadas en aluminio, desmontables en tramos de un metro, ó en plástico, siendo entonces despleables. Es muy importante tenerlas perfectamente niveladas, por lo que se recomienda su uso con un nivel esférico de mano.

También se fabrican miras con la aleación metálica de invar, en el caso de nivelaciones de alta precisión.



LECTURA SOBRE MIRAS DE NIVELACION



Sobre la mira de la izquierda:

Supongamos que el hilo azul es el hilo horizontal del retículo.

Primero apuntamos el número rojo, que nos indica los metros (1). Después, el número negro, que nos indica los decímetros (5). A continuación contamos los centímetros (líneas blancas y negras de la derecha de la mira. Para facilitarnos la situación, la línea con el punto medio marcado señala los cinco centímetros. En nuestro caso, estamos sobre el centímetro (7). Por último, leemos sobre las divisiones más pequeñas, que son de dos milímetros de espesor cada una. En nuestro caso son tres, luego

tenemos seis milímetros. (6). En definitiva, la lectura será: 1,576 metros.

En la mira de la derecha, de igual forma, tendremos 1.622 metros.

Nota.– Es muy importante, para realizar una lectura correcta, corregir perfectamente el error de paralaje.

4.5 METODOS DE NIVELACION

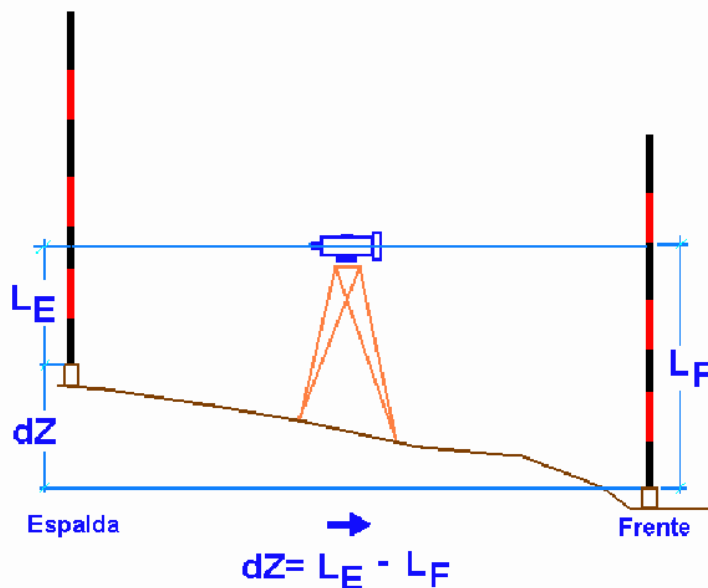
Los métodos empleados para realizar la nivelación entre dos puntos son:

- a) Nivelación Simple
- b) Nivelación Compuesta

a) NIVELACION SIMPLE

La nivelación simple consiste en obtener el desnivel entre dos puntos en una única observación, es decir, mediante una única visual. Dentro de la nivelación simple existen varios procedimientos, pero el más recomendable es el denominado NIVELACION POR EL PUNTO MEDIO.

a1) NIVELACION POR EL PUNTO MEDIO



Supongamos que queremos determinar el desnivel entre dos puntos del terreno A y B (materializados por estacas).

Para obtenerlo, situaríamos una mira vertical en A y otra en B. El nivel lo colocaremos aproximadamente en el punto medio.

Es importante definir el sentido en que queremos obtener el desnivel. Si vamos a obtener el desnivel de B respecto de A, es

decir, que avanzamos de A hacia B, denominaremos a la lectura hecha sobre la mira del punto A, "lectura de espalda", m_A , y a la realizada a la mira del punto B, "lectura de frente", m_B .

El desnivel de B respecto de A será:

$$\Delta Z_A^B = \text{Lectura en A (espalda)} - \text{lectura en B (frente)} = m_A - m_B$$

El punto donde se estacione el nivel es indistinto, mientras que lo situemos en el punto medio. Lo que nos interesa es la cota del plano horizontal que contiene al eje de colimación. Este plano se denomina PLANO DE COMPARACION. Como vemos en la figura anterior, para obtenerlo, basta sumar a la cota del punto A de partida (que será conocida), la lectura efectuada en la mira de espalda.

Ahora, para obtener la cota del punto B, basta con restar, de la cota del plano de

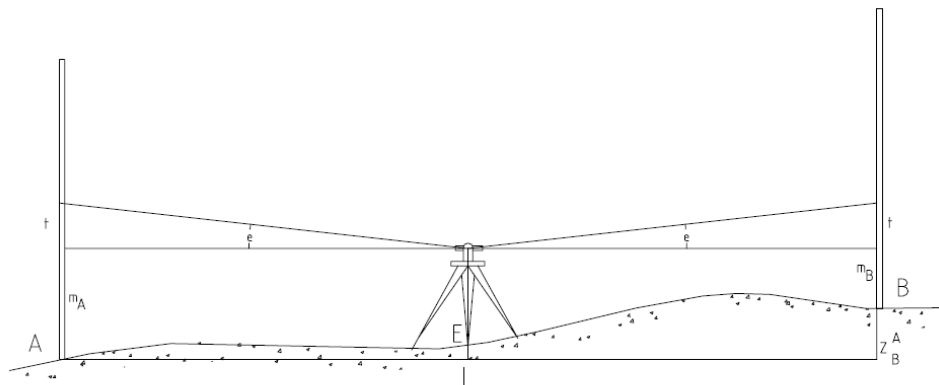
comparación, la lectura realizada en la mira de frente. Es muy importante asegurar la verticalidad de la mira, mediante el empleo de un nivel de mira esférico auxiliar.

$$\begin{aligned} Z_{PC} &= Z_A + L_e \\ Z_B &= Z_{PC} - L_f \end{aligned}$$

Operando:

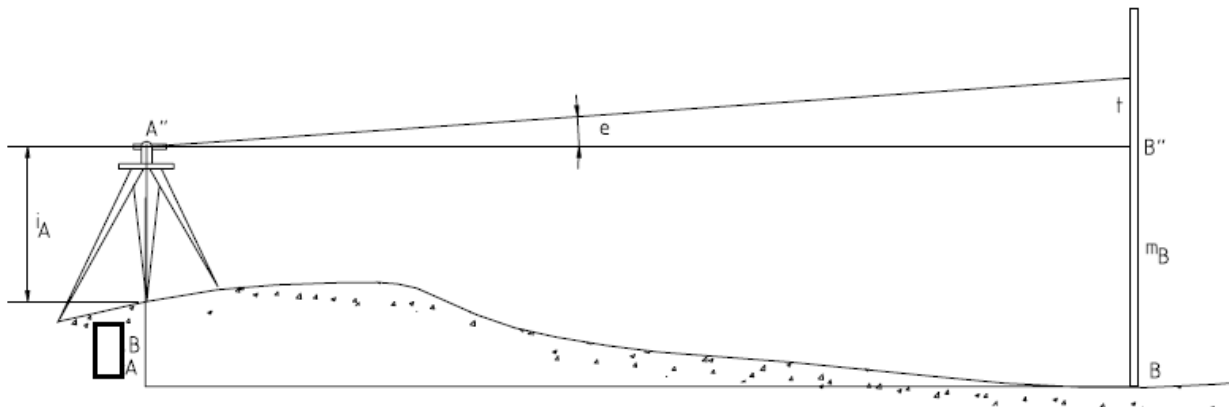
$$Z_B = Z_A + L_e - L_f = Z_A + \Delta Z_A^B$$

Al colocar el nivel en el punto medio, además, nos estamos asegurando que aunque el nivel tuviese un error en la horizontalidad del eje de colimación, al estar equidistante de los dos puntos a definir, este sería de la misma magnitud en cada una de las miras, es decir, influiría la misma cantidad en ambas lecturas, por lo que al restarlas, se eliminará dicho error.



A2) NIVELACION POR EL PUNTO EXTREMO.

Es un método menos preciso que el anterior, pues consiste en estacionar el nivel sobre el punto A, y colocar la mira sobre el punto B. En este caso, el desnivel entre A y B será:



$$\Delta Z_A^B = i_A - m_B$$

Perdemos precisión ya que interviene la altura del instrumento, que mediremos en centímetros. Además, está el inconveniente de estacionar sobre un punto determinado, ya que los niveles no llevan plomada óptica y lo tendremos que hacer con la plomada física, lo cual es un engorro y da menos precisión. Por otra parte, si el nivel tuviese error de horizontalidad, se transmitiría completamente a la lectura del punto B, con lo que obtendríamos un desnivel erróneo.

–¿COMO COMPROBAR QUE EL NIVEL TIENE ERROR DE HORIZONTALIDAD?

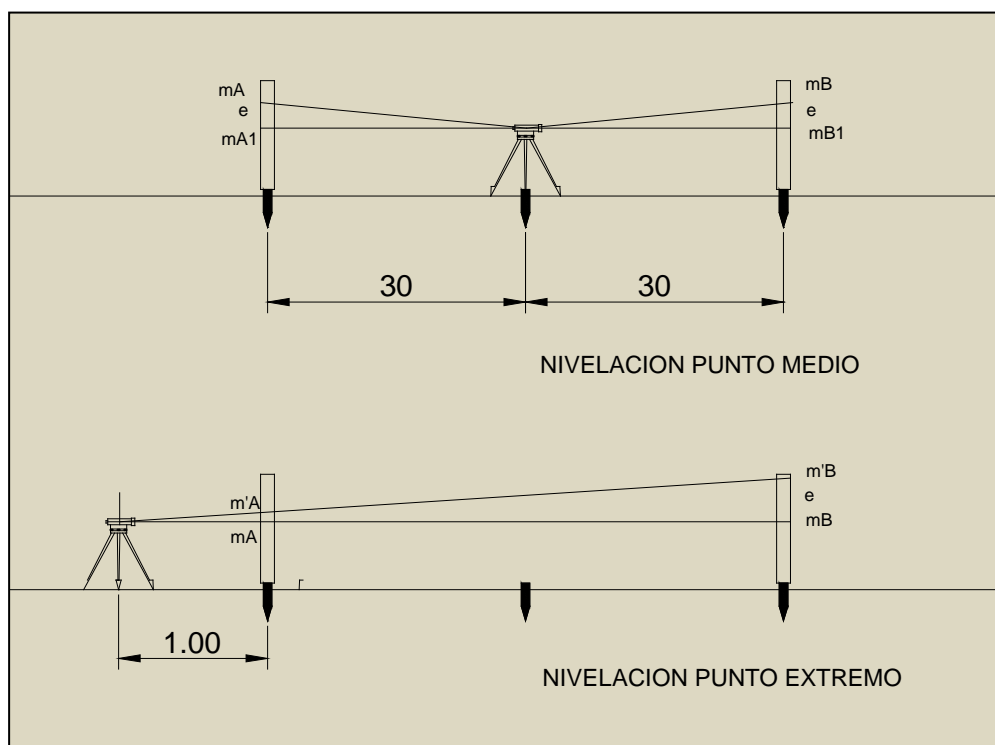
Para ello, operaremos de la siguiente forma:

En un terreno lo más horizontal posible, materializaremos, sobre una línea recta, tres puntos, separados a unos 30 metros.

A continuación, nos colocaremos en el punto central (aproximadamente), y leeremos el desnivel existente entre los extremos (A y B). De esta forma, tenga el nivel error ó no, obtendremos el desnivel correcto. ($m_A - m_B$)

Acto seguido, nos ponemos con el nivel fuera del tramo AB (estación exterior), y volvemos a leer sobre las dos miras. ($m'A - m'B$). Si no existe error, el desnivel en esta situación debería ser el mismo. De existir error, este se pondrá de manifiesto sobre la mira B. Si es mayor que 3 mm, deberemos repararlo.

Este método se denomina METODO DEL PUNTO MEDIO Y DEL PUNTO EXTREMO.

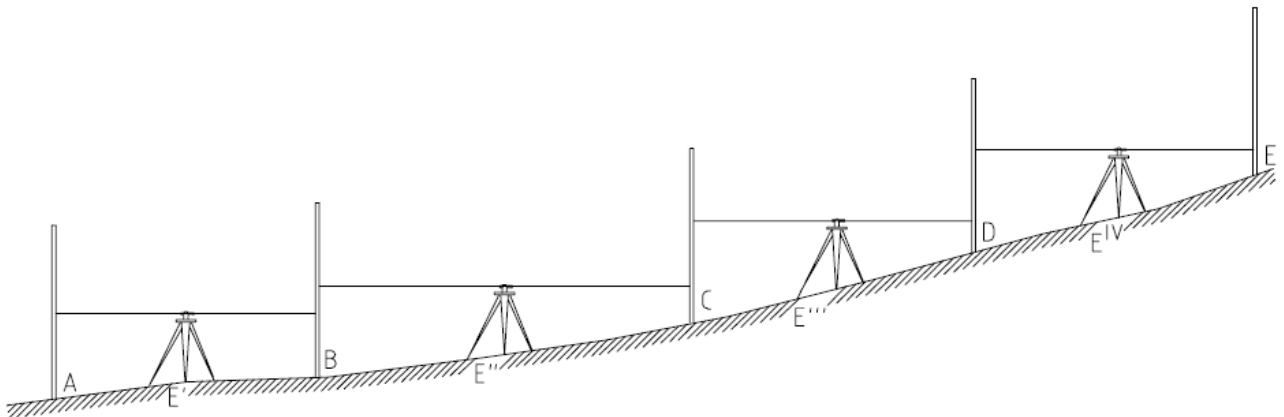


El error del nivel será la diferencia de desniveles obtenidos por el punto medio y por el punto extremo.

b) NIVELACION COMPUESTA

Cuando la longitud entre los puntos a nivelar sea tan grande que no podamos realizar las lecturas en la mira con la garantía de asegurar la lectura del milímetro (longitud que se establece en aproximadamente 80 metros entre el nivel y la mira, es decir, unos 160 a 180 metros entre los puntos a nivelar), ó bien porque la pendiente del terreno nos impide realizar la nivelación de un solo paso, tendremos que recurrir a la nivelación compuesta, es decir, a dividir el tramo principal en una serie de tramos más pequeños de forma que entre ellos podamos aplicar el sistema de nivelación simple.

Es decir, la nivelación compuesta es una sucesión de nivelaciones simples, forzada por la pendiente del terreno ó por la separación entre los puntos.



Por tanto, para obtener el desnivel entre A y E, iremos realizando nivelaciones simples, para lo cual iremos colocando la mira en una serie de puntos intermedios, B, C, D, que serán puntos de paso (ó bien otros puntos que nos interese nivelar).



Para obtener el desnivel entre A y E, operaremos igual que en la nivelación simple: iremos anotando las lecturas de espalda y las lecturas de frente en las distintas posiciones de la mira. De esta forma, por ejemplo, la mira situada en B será mira de frente en la primera nivelación, y una vez leída, se girará sobre el mismo punto, pasando a ser mira de espaldas del segundo tramo a nivelar.

Por ello, es importante que dicho cambio se realice sobre un punto definido. Se emplean unos accesorios denominados planchas de nivelación (comúnmente llamadas sapos), que presentan un pivote en su parte superior para situar la mira sobre él.

El desnivel entre A y E se obtendrá, sumando todas las lecturas de espalda, y restándole la suma de todas las lecturas de frente:

$$\Delta Z_A^E = \sum L_e - \sum L_f = (L_{e1} + L_{e2} + \dots + L_{en}) - (L_{f1} + L_{f2} + \dots + L_{fn})$$

4.6 NIVELACIONES CERRADAS, ENCUADRADAS Y COLGADAS

Cuando lo que queremos es dar cota a un punto ó puntos a partir de otro de cota conocida, deberemos comprobar el error que hemos cometido. Para ello, deberemos partir de un punto conocido y llegar, bien al mismo punto, lo que se denomina **NIVELACION CERRADA**, ó bien a otro punto de cota conocida, que se denomina **NIVELACION ENCUADRADA**. En ambos casos, podremos calcular el error cometido, llamado **ERROR DE CIERRE ALTIMETRICO DE LA NIVELACION**. También se denomina a este sistema **LINEA DE DOBLE NIVELACION**.

En una nivelación cerrada, la suma de lecturas de espalda menos la suma de lecturas de frente, es decir, el desnivel, si no hay error, debe ser cero.

Por el contrario, si para obtener la cota del punto deseado, tan solo realizamos un trayecto de ida, nunca podremos conocer el error cometido. Por tanto, este sistema, llamado **NIVELACIÓN COLGADA ó LINEA DE SIMPLE NIVELACIÓN**, no es aconsejado para realizar nivelaciones de elementos que necesiten precisión, es decir, bases de replanteo ó puntos de control de obra.

4.7 LIBRETAS DE NIVELACION

CURSO AUXILIAR TECNICO EN TOPOGRAFIA													
PRACTICA N° 2: NIVELACION BASES PRACTICA													
LIBRETA DE NIVELACION													
PUNTO	NIVELADAS			PLANO	COTAS		COTA	COMENTARIOS					
	ATRÁS	INTERMEDI	DELANTE		COMPARACION	RASANTE			TERRENO				
P1	2.669			602.669	600.000								
P2			0.255		602.414								
P2	0.878			603.292	602.414								
P5			2.809		600.443								
P5	0.564			601.047	600.483								
P3			1.815		599.232								
P3	1.458			600.690	599.232								
P4			1.357		599.333								
P4	1.969			601.302	599.333								
P1			1.303		599.999								
error cierre	7.536	-	7.536	-8.881									

Existen muchos tipos de estadillo u hojas de nivelación. Están diseñados para ir anotando los distintos puntos donde vamos determinando la cota, así como casillas para anotar las lecturas de espalda y de frente, cálculo de la cota del plano de comparación, cotas de rasante y cotas de terreno.

Es muy importante ser cuidadoso a la hora de anotar las distintas lecturas en su lugar correspondiente.

El error de cierre conviene calcularlo en campo, por si fuera necesario renivelar un tramo donde se nos este disparando el error.

4.8 ERROR DE CIERRE EN UNA NIVELACION. ERROR KILOMETRICO.

TOLERANCIAS.COMPENSACION.

Cuando realizamos una nivelación cerrada (ida y vuelta), ó una nivelación encuadrada, al comparar la cota de llegada a través de la nivelación con la cota de proyecto, obtendremos el error de cierre. Para poder dar por buena dicha nivelación y poder compensar las observaciones, deberemos comprobar si dicho error es tolerable ó no.

Así pues, el error de cierre altimétrico será.

$$e = \Delta Z_A^B \text{medido} - \Delta Z_A^B \text{proyecto}$$

Este error deberá ser menor que la tolerancia indicada en el pliego de condiciones, ó bien, menor que el que nosotros obtengamos, según las características técnicas del nivel empleado y de la longitud del tramo nivelado.

La **TOLERANCIA** se define como: $T = e_k \sqrt{K}$

Donde: e_k = error kilométrico.

K = longitud total nivelada, puesta en kilómetros.

El **ERROR KILOMETRICO** es un parámetro que nos expresa la bondad de la nivelación realizada. Generalmente, suele venir indicada en las especificaciones técnicas de cada instrumento. Si no, le podemos calcular nosotros, a partir de la siguiente expresión:

$$e_k < e_n \sqrt{n}$$

Donde: n = nº de niveladas que entran en 1 kilómetro.

Y: e_n = error de nivelación.

El **ERROR DE NIVELACION** es la componente cuadrática de los errores accidentales que se pueden cometer en la nivelación, a saber: el error de horizontalidad (e_h) y el error de puntería (e_p).

Como ya sabemos:

$$e_p = \frac{20''}{A} \left(1 + \frac{4A}{100}\right)$$

$$e_h = \frac{5''}{15} \text{ para un nivel esférico}$$

El error de nivelación quedará (para cada visual) :

$$e_n'' = \sqrt{e_p^2 + e_h^2}$$

Como en cada nivelación intervienen dos visuales:

$$e_n'' = \sqrt{2} \sqrt{e_p^2 + e_h^2}$$

En milímetros, para el total de la nivelación:

$$e_n = e_n'' \text{ sen } 1'' \text{ L(mm)}$$

Una vez calculado el error kilometrico, la tolerancia la estableceriamos en:

$$T = e_k \sqrt{K}$$

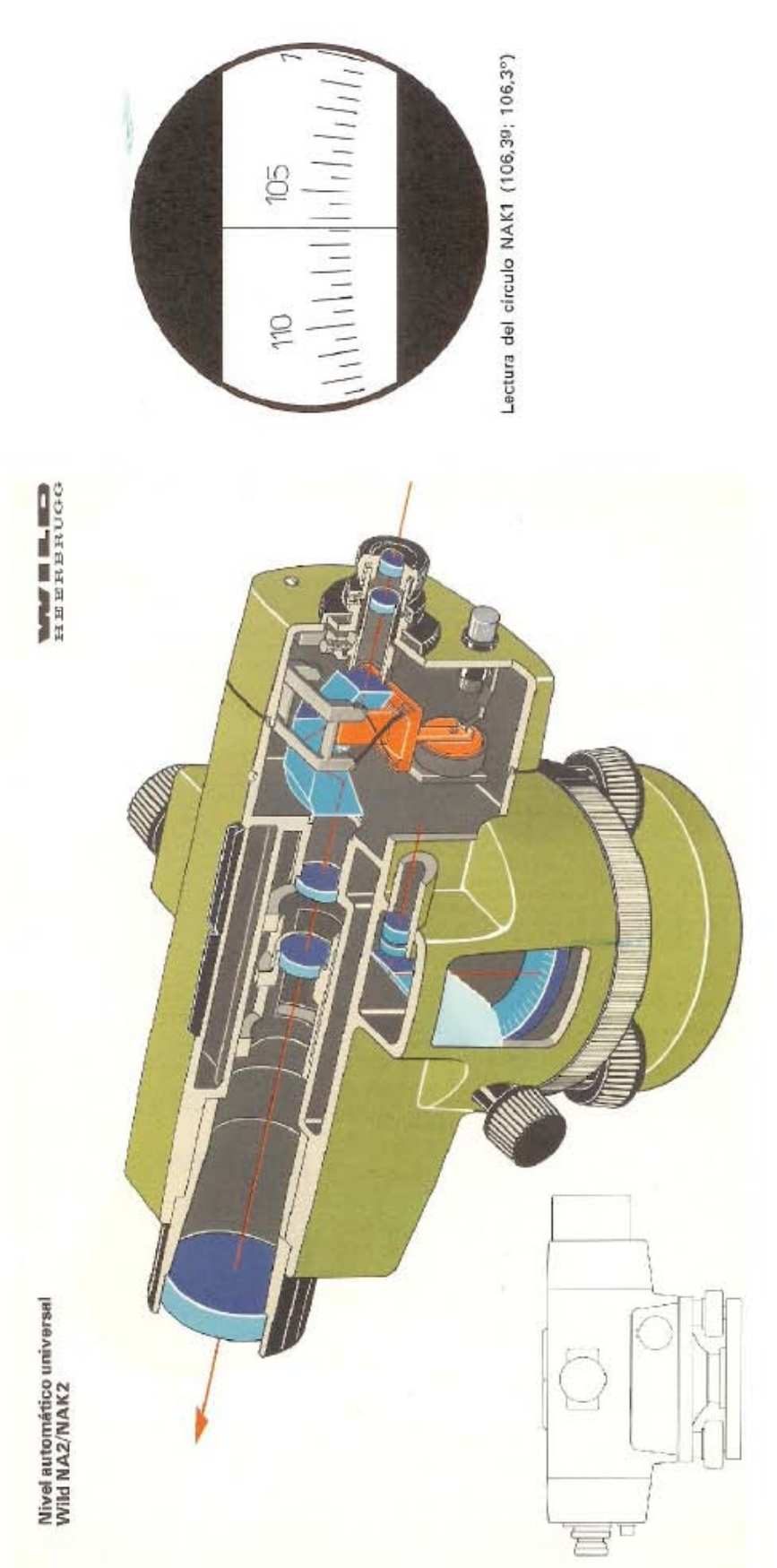
Como ya habíamos dicho anteriormente.

Si el error de cierre obtenido es menor ó igual que esta tolerancia ($e_c \leq e_{kv}\sqrt{K}$), procederemos a la compensación.

A continuación se dan una serie de tolerancias usuales, aunque meramente orientativas, pues al final deberá ser el técnico el que, en función del trabajo y de la precisión buscada, deba de establecer dichos valores:

Nivelación Sencilla	$e_K \leq 70 \text{ mm } \sqrt{K}$
Nivelación Doble	$e_K \leq 30 \text{ mm } \sqrt{K}$
Nivelación de precisión	$e_K \leq 7 \text{ mm } \sqrt{K}$
Red Nacional de nivelación de precisión (N.P.)	$e_K \leq 3 \text{ mm } \sqrt{K}$
Red Nacional de nivelación alta precisión (N.A.P.)	$e_K \leq 1 \text{ mm } \sqrt{K}$

Para **COMPENSAR EL ERROR**, se divide este entre el número de niveladas, y se corrige cada cota de campo en dicho valor, de forma acumulativa (a la primera base, una parte; a la segunda dos, etc), siempre que la compensación sea igual ó mayor que la mínima unidad de lectura sobre mira, es decir, 1 mm. Generalmente, como el error será pequeño, se compensará únicamente a las últimas niveladas. También, si se conoce las distancias de las distintas niveladas, podemos repartir el error de forma proporcional a la longitud total nivelada, teniendo en cuenta que seguirá siendo acumulativa y que no deberemos compensar magnitudes menores que la mínima lectura de mira (1 milímetro).



TEMA 5 METODOS TOPOGRAFICOS. METODOS PLANIMETRICOS. REDES TOPOGRAFICAS. METODO DE ITINERARIOS O POLIGONACION. INFLUENCIA DE LOS ERRORES ANGULARES. ERROR LINEAL. ERROR TOTAL. ELIPSE DE TOLERANCIA. METODOLOGIA DE OBSERVACION. CALCULO DE UNA POLIGONAL. CORRIDA DE AZIMUTES. METODO DE RADIACION.

5.1 METODOS TOPOGRAFICOS

Conjunto de operaciones que nos permiten:

- Determinar la proyección de los puntos del terreno sobre un plano. Estas operaciones se determinan METODOS PLANIMETRICOS.
- Determinar la altura de dichos puntos sobre un plano u otra superficie que se tome como referencia. Estas operaciones se denominan METODOS ALTIMETRICOS.

5.2 METODOS PLANIMETRICOS

Dentro de estos métodos, se encuadran primeramente los METODOS DE AGRIMESURA. Estos consisten en sencillas operaciones con instrumentos topográficos simples (cintas métricas, jalones, escuadras de agrimensor, banderolas), que nos permitirán obtener el plano de pequeñas superficies. En general, para poder aplicar estos métodos, tendremos que tener una base de partida ejecutada por métodos de mayor precisión.

Estos métodos son:

1. Método de las mediciones.– Se van midiendo distancias entre los puntos que definen el contorno, definiendo triángulos de los que mediremos los tres lados. En el caso de lindes curvilíneas, la máxima separación entre la curva y la alineación establecida será: $S_{max} = 0.0002 \times M$, donde M es el denominador de la escala del plano que vayamos a realizar.
Los lados a medir no podrán ser muy largos, pues tiene que ser visibles entre sí sus extremos, marcados por jalones. Serán del orden de 300 ó 400 metros como máximo.
2. Método de la descomposición en triángulos.– Es una variante del anterior, en el que, en lugar de medir los tres lados, mediremos sus bases y sus alturas, así como la distancia de los pies de dichas perpendiculares a uno de los extremos de la base. Se emplea, para determinar la perpendicular, la escuadra de agrimensor.

3. Método de abcisas y ordenadas. Para empezar este método, se elige una alineación que corte a nuestra superficie completamente. A continuación, y caminando sobre ella con una escuadra de agrimensor, se irán definiendo los pies de las distintas perpendiculares que proceden de los puntos que nos definen el contorno, y mediremos tanto la distancia desde el origen de la alineación hasta el pie, así como la distancia del pie al punto del contorno.
4. Método de las alineaciones. Se emplea en terrenos muy llanos, para determinar las alineaciones de una parcela. Para ello, se determinan una serie de puntos alrededor de la zona a levantar. Se van prolongando las alineaciones de la zona a levantar hasta que corten a las alineaciones periféricas, midiendo las distancias de estos cortes hasta uno de los puntos del contorno, y la distancia de prolongación.

METODOS PLANIMETRICOS PROPIAMENTE DICHOS

Estos métodos nos permitirán, mediante el uso de aparatos de topografía tales como la brújula, goniómetros, teodolitos, taquímetros ó estaciones totales, la determinación de las coordenadas planimétricas de los puntos que definen el terreno, a partir de las coordenadas polares obtenidas en el campo, es decir, por medición de ángulos y distancias.

La aplicación de estos métodos se establece en fases o redes de levantamiento, que en orden de aplicación, que está en función de su precisión son:

- Red trigonométrica, ó triangulación. Para su realización, se emplean los métodos planimétricos de intersección, que puede ser directa ó inversa
- Red topográfica. Esta red se lleva a cabo mediante la aplicación del método de itinerario ó poligonal.
- Red de relleno, ó levantamiento de detalles. Se realiza mediante el método de Radiación.

Estas redes son independientes entre sí, y se realizan y compensan por separado.

TRIANGULACION

Es la base de todos los trabajos topográficos, por lo que debe ser de la máxima precisión. Se han de emplear teodolitos de gran precisión angular. El método consiste en ir situando triángulos, lo más equiláteros posibles, de lados entre 1 y 3 km (menor que el tercer orden geodésico). Se comienza en vértices geodésicos de tercer orden. Se mide una base de uno de los triángulos centrales, con un distanciometro, y se observan ángulos acimutales a todos los vértices visibles. Se

van cerrando y compensando triángulos, dando coordenadas así a todos los vértices.

Las precisiones en las distancias deben ser $1/20000$ ó mayor, y los errores de cierre de los triángulos no debe de exceder de $50''$.

Los ángulos se deben observar realizando vueltas de horizonte, partiendo de una dirección, se leen todos los ángulos en CD y en CI, y se vuelve a visar a la referencia de partida, para ver el error de cierre de la vuelta. Conviene medir varias vueltas de horizonte, en diversas posiciones del limbo. También se usa el sistema geodésico de Pares sobre la referencia, que elimina problemas de torsión.

Generalmente, la triangulación se compensa por aplicación del método de mínimos cuadrados.

Este método se estudiara en capítulo aparte.

POLIGONACION.– Es un sistema para densificar puntos en el interior de los triángulos de la red anterior. Para ellos, se parte de un punto de la triangulación, y vamos observando ángulos y distancias de una línea quebrada, hasta llegar a otro punto de coordenadas conocidas. A veces, en obras de pequeña extensión, esta es la red principal para establecer las bases de trabajo de la obra.

RADIACION.– A partir de las bases situadas por poligonación, procederemos a levantar puntos del terreno para la elaboración del plano propiamente dicho. Para ello, se sitúa el taquímetro en una de las bases de la poligonal, se orienta con otra, y se van leyendo ángulos horizontales, verticales y distancias a los puntos que definen el relieve del terreno u otros elementos que se encuentren en él.

5.3 METODO ITINERARIO O POLIGONAL.

Una poligonal ó itinerario consiste en una serie encadenada de tramos ó ejes de la poligonal, definidas en sus extremos por puntos ó bases de la poligonal, cuyas coordenadas planimétrica X é Y y altimétrica, Z, determinaremos a partir de observaciones angulares realizadas, a los puntos anterior y posterior al punto donde estacionamos el aparato, con el fin de obtener lecturas angulares, tanto horizontales como verticales, así como las distancias y desniveles de dichos puntos.

Para la realización de una poligonal, se debe de partir siempre de un punto de coordenadas conocidas, desde el que visaremos, bien a otro punto de coordenadas conocidas, ó bien a una ó varias referencias de las que conozcamos su acimut respecto del punto de estación.

Los diversos puntos ó bases que componen la poligonal, los situaremos en el terreno, materializándolos con señales permanentes: clavos, hitos feno u otro tipo de señal que nos asegure su permanencia en el tiempo, ó bien con elementos propios de obra, como un clavo de ferralla ó una estaca, hincado y hormigonado a su alrededor, de manera que no sobresalga mucho del terreno y quede protegido por el hormigón del contorno.

Para la situación de dichos puntos, tenemos que tener en cuenta:

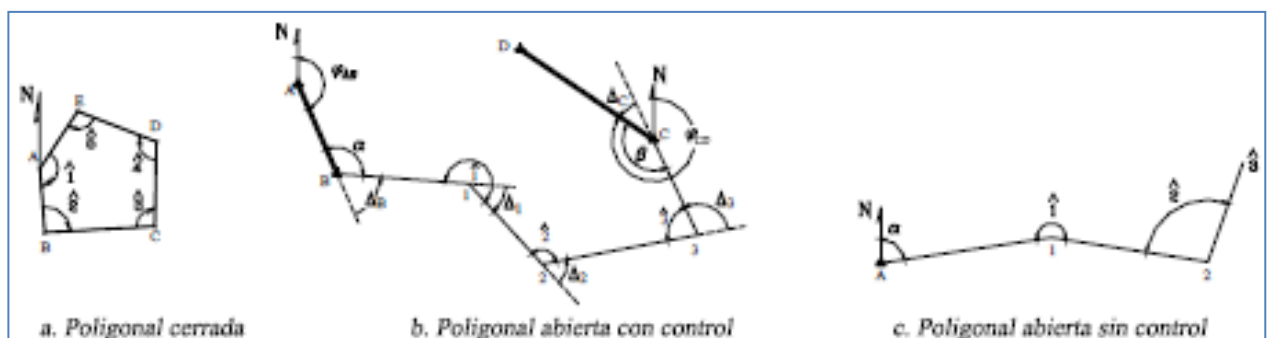
- Debe existir visibilidad entre cada dos puntos consecutivos de la poligonal.
- Deberemos procurar que las distancias entre bases sea homogénea, para conseguir que también sea homogéneo el reparto de los posibles errores de cierre
- Se deberán colocar a distancias que nos aseguren una buena puntería y visibilidad a través del anteojo.
- Deberán colocarse cerca de la zona donde se vayan a realizar los trabajos, bien sea toma de datos ó bien replanteo de puntos de obra, sin interferir en ningún caso con la traza de la misma. Deben colocarse en terreno firme. Si se hace en roca, mejor. Se marcara el punto con un clavo hilti ó con otro elemento que quede fijo en la tierra, señalizándola con pintura.
- En el caso de colocar bases en terrenos de labor, es conveniente colocarlas en las lindes, para que no puedan ser arrancadas por la maquinaria agrícola.

TIPOS DE POLIGONALES

Podemos clasificar las poligonales a tendiendo a diversos factores.

a) En función de los puntos inicial y final:

- POLIGONAL ABIERTA.- Cuando el punto final es distinto del punto inicial.
- POLIGONAL CERRADA.- Cuando la poligonal empieza y termina en el



mismo punto.

La poligonal es un método encadenado, los sucesivos errores que cometamos en la medición de ángulos y distancias en cada estación se irán

acumulando. Es por tanto muy importante poder conocer el error final producido en dicho proceso. Por tanto, es necesario que una poligonal EMPIECE Y TERMINE EN PUNTOS DE COORDENADAS CONOCIDAS. En este caso se dice que las poligonales son ENCUADRADAS.

En el hipotético caso que la poligonal termine en un punto cuyas coordenadas no conozcamos, no podremos evaluar la bondad del trabajo realizado. Estas poligonales se denominan POLIGONALES COLGADAS. Por lo dicho, se deduce que nunca se deberá realizar una poligonal colgada, pues no podremos evaluar el error cometido.

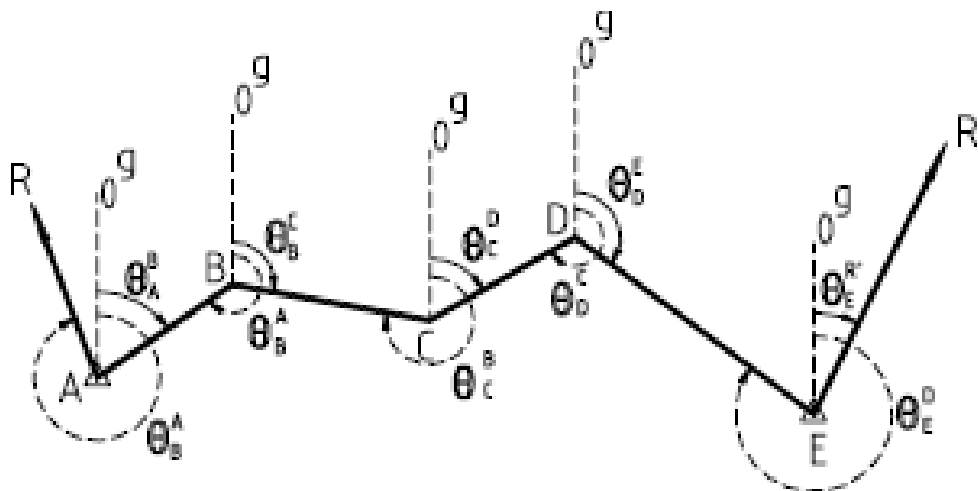
Las poligonales cerradas son un caso particular de las poligonales encuadradas.

b) En función del instrumento topográfico empleado:

- Itinerarios con taquímetro.- Son los comúnmente realizados. En la actualidad, se emplean estaciones totales, lo que redundará en un aumento de precisión tanto en lecturas angulares como en la medida de distancias, así como una mayor rapidez en los trabajos. Según que al empezar el trabajo, coloquemos la primera lectura coincidente ó no con el azimut del punto visado ó referencia, estaremos realizando un ITINERARIO ORIENTADO ó un ITINERARIO NO ORIENTADO.
- Itinerarios con brújula.- La brújula topográfica es un aparato parecido al taquímetro, con la particularidad que su limbo horizontal, en lugar de ser un círculo graduado, es una brújula, por lo que, en cualquier caso, al hacer las lecturas, estas siempre estarán referidas al Norte Magnético. Hoy en día, este aparato está prácticamente en desuso. Cuando se emplean brújulas, podremos emplear dos métodos: el de ESTACIONES RECÍPROCAS, y el de ESTACIONES ALTERNAS.

POLIGONAL CON GONIOMETRO ORIENTADO. METODO OPERATIVO

Como ya hemos dicho, en este método, el instrumento estará orientado en cada uno de los puntos ó estaciones que componen el itinerario.



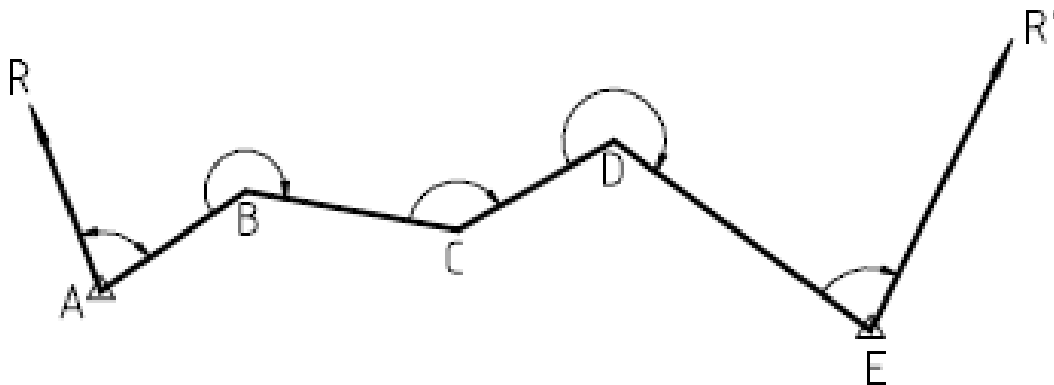
El método operativo es el siguiente:

- Estacionamos el aparato en el punto inicial A, de coordenadas X, Y y Z conocidas.
- Orientamos el aparato. Para ello, será necesario conocer el azimut a una referencia R, θ_A^R . (o bien, visaremos a otra base existente de coordenadas conocidas, pudiendo calcular el azimut de dicha dirección).
- A continuación, visamos al punto B, realizando las medidas de ángulos y distancias pertinentes. La lectura horizontal, al estar el aparato orientado, será ya el azimut de A a B, θ_A^B . Estas lecturas las realizaremos en CI y CD.
- A continuación, nos trasladamos al punto B, estacionamos y visamos al punto A. El azimut de B hacia A lo conocemos, pues será el recíproco de A a B, $\theta_B^A = \theta_A^B \pm 200^g$.
- Seguidamente, visaremos al punto C, anotando el ángulo horizontal, vertical y distancia. Al estar el aparato orientado, la lectura acimutal será directamente el azimut de B a C, θ_B^C .
- Se sigue esta operación hasta llegar al último punto, en el caso de este ejemplo, el E, de coordenadas conocidas. Estacionamos el aparato y visaremos al punto anterior D, con el azimut recíproco correspondiente, θ_E^D .
- A continuación, terminaremos la poligonal realizando una lectura acimutal a otra referencia R' de azimut conocido $\theta_E^{R'}$.

- Debido a los errores de observación ocasionados, existirá una diferencia angular entre el azimuth observado a R' y el azimuth real conocido. Esta diferencia será el ERROR DE CIERRE AZIMUTAL.

POLIGONAL CON GONIOMETRO NO ORIENTADO

Cuando no podemos llevar el instrumento orientado, por no conocer, a priori, datos que nos permitan orientarlo, ó simplemente no queremos llevarlo orientado para ganar tiempo, operaremos del siguiente modo:



- Estacionamos el aparato en el punto inicial A, y visamos a una referencia visible desde él, o a otra base, con una lectura horizontal cualquiera. Así obtendremos l_A^R .
- A continuación, visamos al punto B, realizando las lecturas horizontal y vertical, así como la medición de la distancia. Conviene leer, tanto a la referencia como al punto B en CD y CI. De esta manera, obtendremos la lectura horizontal de A a B, l_A^B .
- Estacionamos en B, y visamos al punto A, colocando la lectura horizontal reciproca a la anterior, $l_B^A = l_A^B \pm 200^g$.
- Se sigue operando de igual forma hasta llegar al punto final E. En él, visaremos al punto anterior D, con la lectura reciproca correspondiente, l_E^D . Seguidamente, para terminar, visaremos a una referencia R' , (ó a una base visible con coordenadas conocidas), obteniendo la lectura horizontal $l_A^{R'}$.

Una vez en gabinete, podremos obtener los azimuths de todos los tramos una vez que nos den el azimuth a las referencia R y R' observadas (ó calculemos los azimuths a bases visadas en la salida y en la llegada). A esta operación se le denomina CORRIDA DE AZIMUTES.

ITINERARIOS REALIZADOS CON BRUJULA.

Como ya se ha comentado, estos aparatos están hoy en día en deshuso, sobre todo para realizar poligonales. Su principal ventaja era la de se trabajaba siempre orientado respecto al Norte Magnético, con lo cual las lecturas horizontales eran muy rápidas. Sus inconvenientes:

La poca precisión angular dada por la brújula (del orden de 1 minuto)

En general, estos aparatos tenían el anteojo excéntrico, por lo que había que corregir cada visual de la excentricidad del anteojo.

El campo magnético terrestre varía periódicamente. De esta forma, y sabiendo que el norte magnético forma con el norte geográfico un ángulo llamado DECLINACION MAGNETICA, este valor varia en el tiempo y es necesario conocerlo, para, a partir de las orientaciones obtenidas con la brújula, que se denominan RUMBOS (ángulo que la dirección visada forma con el norte magnético), obtener los azimutes.

De modo somero, indicaremos los dos métodos de trabajo con la brújula.

ITINERARIO CON BRUJULA POR ESTACIONES RECIPROCAS.

Es similar al proceso de una poligonal con goniómetro orientado. Se va estacionando en todos los puntos de la poligonal, visando a los puntos anterior y posterior, anotando los rumbos correspondientes.

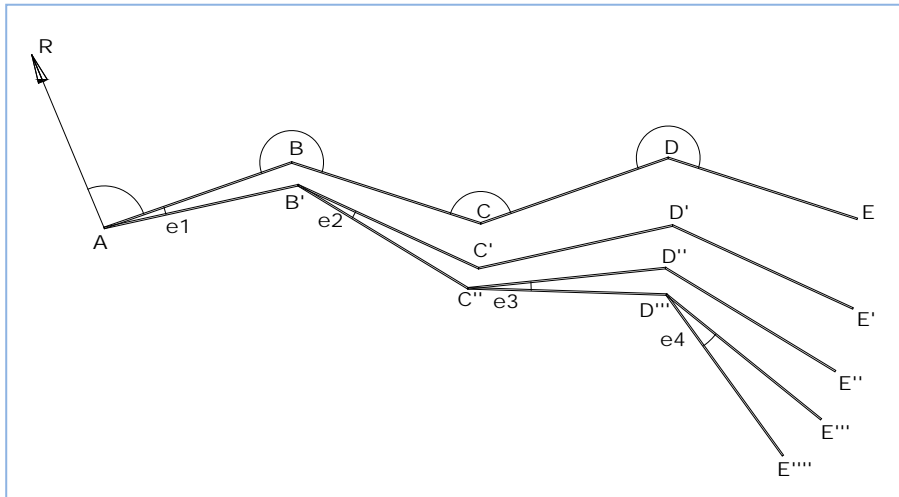
Con este método pone de manifiesto las posibles anomalías magnéticas que nos podemos encontrar en el transcurso del trabajo (presencia de elementos metálicos, campos eléctricos por cables, etc.).

ITINERARIO CON BRUJULA POR ESTACIONES ALTERNAS.

Con este método, se va estacionando, a partir del punto inicial, en las estaciones alternas (dejando una entre medias sin estacionar). Es un método más rápido, pero no pone de manifiesto si se comete algún error ó se presentan anomalías magnéticas. Habrá que detectarlas en su desarrollo en oficina.

5.4 INFLUENCIA DE LOS ERRORES ANGULARES EN LOS ITINERARIOS CON GONIOMETRO. ERROR ANGULAR O TRANSVERSAL.

Para obtener el valor del error angular hay que hacer una serie de simplificaciones: supondremos que la poligonal es prácticamente rectilínea, formada por tramos de igual longitud.



Cuando estacionamos en A y visamos a B, cometeremos un error angular e_1 . Esto hará que el resto de la poligonal gire con centro en el punto A, conformándose el itinerario A, B', C', D' y E'.

Si en B cometemos

otro error angular e_2 , volverá a girar la poligonal, ocupando la posición correspondiente a B', C'', D'' y E''.

Así, ocurrirá lo mismo al estacionar en C, y D. De tal forma que en vez de llegar al punto E, por efecto de los errores angulares acumulados, llegaremos al punto E''''.

Si llamamos L a la longitud total de la poligonal, y n al número de tramos de la misma, el error EE' producido por el error e_1 será: $EE' = AB n e_1 = \frac{L}{n} n e_1$

Calculamos ahora el error E'E'': $E'E'' = \frac{L}{n} (n-1) e_2$

En el caso de E'E''': $E'E''' = \frac{L}{n} (n-2) e_3$

Generalizando la expresión:

$$E^{n-1}E^n = \frac{L}{n} e_n$$

Estos errores son independientes. De esta forma, el error total angular cometido será su componente cuadrática.

$$E_a \leq \sqrt{\left(\frac{L}{n}\right)^2 n^2 e_1^2 + \left(\frac{L}{n}\right)^2 (n-1)^2 e_2^2 + \dots + \left(\frac{L}{n}\right)^2 e_n^2}$$

Operando se llega a la formula: (la raíz cuadrada de 2 se debe a que los ángulos constan de dos direcciones):

$$E_a \leq \frac{e_a}{r} \sqrt{2} \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+2)}{6}}$$

5.5 ERROR LINEAL O LONGITUDINAL

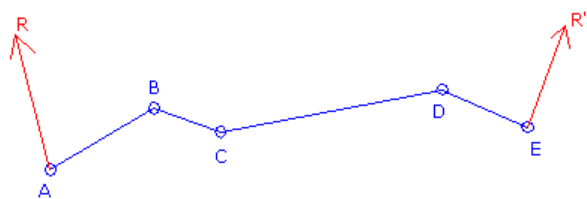
Al medir distancias, también se cometerán errores. Serán función de la precisión con que se midan las distancias. Denominando ε al error relativo al medir una distancia, llamando L a la longitud total de la poligonal y n al número de tramos, tenemos que:

$$E_l \leq \frac{L}{n} \varepsilon \sqrt{n}$$

5.6 ERROR TOTAL

Las líneas de acción de los errores angular y lineal se cortan perpendicularmente. Para determinar el error máximo que puede presentarse en una poligonal, deberán calcularse el transversal y longitudinal correspondientes. El que resulte mayor de los dos será el error total buscado. Para saber si el error cometido en la poligonal es tolerable, aplicaremos el sistema de la ELIPSE DE TOLERANCIA.

5.7 ELIPSE DE TOLERANCIA



La elipse de tolerancia es un método que nos permite estimar gráficamente la precisión conseguida al realizar una poligonal. Se emplea porque los errores que afectan a la poligonal actúan

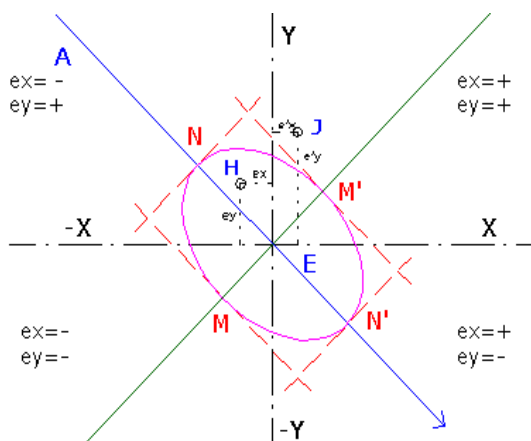
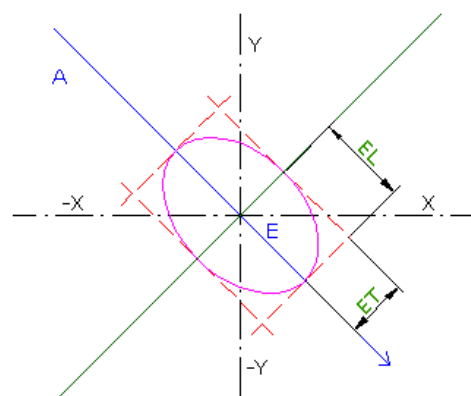
perpendicularmente. Sólo se emplea en poligonales abiertas.

Para dibujarla, se traza, en el punto final, una línea cuyo azimuth coincida con el de la dirección que une el punto inicial con el punto final. Trazamos dos rectas, una a cada lado de la dirección marcada, a la distancia igual a E_l

Por el punto final, se traza una línea perpendicular a la anterior. Trazamos dos rectas paralelas y a cada lado de esta última, a la distancia igual al E_a .

De esta forma, definiremos un rectángulo, en cuyo interior dibujaremos la elipse inscrita en el mismo.

Ahora, pintamos sobre los ejes dibujados, el error e_x y el error e_y obtenidos en el cierre de la poligonal. Si el punto así obtenido cae dentro de la elipse de tolerancia, la poligonal estará bien hecha, y pasaremos a su compensación.



5.8 METODOLOGIA DE LA OBSERVACION.

El método general de observación será, como ya se ha dicho, visar tanto a las referencias como a los puntos de poligonal, en CD, para, a continuación, girar el aparato 200g y campanear el anteojo, y proceder a visar a los mismos puntos en CI. Este método, que no deja de ser aplicación de la Regla de Bessel, se denomina METODO DE MOINOT.

En cuanto a las distancias, se tomara el promedio de las medidas en CD y CI. También es conveniente, siempre que se pueda, realizar, desde cada base, medidas angulares a posibles referencias que nos servirán como visuales de control. Esto es útil además para el posterior cálculo de la poligonal, si se realiza aplicando el método de ajuste por mínimos cuadrados. También deberemos observar a otras bases si ello es posible, para tener redundancia de datos.

Existen otros métodos de observación empleados en poligonación: Método de Porro, de Villani, de comprobaciones sucesivas y de comprobaciones angulares, pero son poco utilizados en la actualidad, dada la precisión de los nuevos taquímetros y estaciones totales.

Destacar así mismo que, siempre que sea posible, conviene emplear equipos de centrado forzoso, que nos incrementan la precisión de la poligonal. Estos equipos consisten en situar, sobre los puntos a visar, trípodes sobre los que se coloca una plataforma nivelante con un elemento de unión que nos permite colocar un prisma. Este prisma se estaciona de igual manera que el taquímetro, con plomada óptica y estacionándolo con el nivel. De esta forma, eliminaremos el error de dirección. Para cambiar de estación, tan solo retiraremos el aparato de topografía de la plataforma nivelante, y se intercambia su posición con el prisma, que se coloca en el trípode del aparato.

5.9 CÁLCULO Y COMPENSACION DE COORDENADAS

Para realizar y poder calcular una poligonal, necesitaremos conocer, como datos de partida:

- Coordenadas X,Y,Z de la base de partida
- Azimut desde la base de partida a una referencia como mínimo, ó a bases de replanteo existentes.
- Coordenadas del punto de llegada
- Azimut desde la base de llegada a una referencia como mínimo.

Los datos que obtendremos durante la observación de la poligonal serán:

- Ángulos horizontales formados por cada dos ejes consecutivos de la poligonal.
- Distancias reducidas de dichos ejes.

5.10 CALCULOS DE LOS AZIMUTES. CORRIDA DE AZIMUTES. OBTENCION DE LOS AZIMUTES COMPENSADOS

Una vez obtenidos los ángulos horizontales de los distintos tramos en CD y CI, nos calculamos primeramente el promedio de las lecturas para cada visual.

ESTACION	I	PTO VISADO	M	ANGULO HORIZONTAL		
				CD	CI	PROMEDIO
A	1.448	REF		0.0045	200.0005	0.0025
		B	1.448	115.2530	315.2570	115.2550
B	1.473	A	1.473	315.2515	115.2485	315.2500
		C	1.473	240.5720	40.5730	240.5725
C	1.495	B	1.495	40.5685	240.5665	40.5675
		D	1.495	330.4540	130.4510	330.4525
D	1.458	C	1.458	130.4510	330.4540	130.4525
		A	1.458	20.2690	220.2710	20.2700
A	1.51	D	1.51	220.2645	20.2655	220.2650
		REF		0.0045	200.0015	0.0030

Con estos promedios, procedemos a realizar la corrida de azimutes. Con esta operación, conseguiremos, por un lado, orientar las visuales respecto al azimut real y por otra, eliminar los errores accidentales existentes entre la visual directa é inversa para cada punto visado.

El procedimiento (según cuadro adjunto) es el siguiente:

Colocamos, junto a las columnas de lecturas horizontales promedio, dos nuevas columnas que serán las de los azimutes al origen. Para el primer tramo, colocamos en la casilla CD el azimut del tramo observado (que será dato ó habremos calculado por coordenadas). Hallamos la diferencia de este azimut con la lectura horizontal en CD, y la diferencia se la sumamos a la lectura horizontal en CD del segundo tramo, obteniendo así el azimut al origen en CD del segundo tramo. Al lado, colocamos el azimut al origen en CI, que será el de CD $\pm 200^\circ$. Hallamos la diferencia entre este azimut al origen en CI y la lectura CI del mismo tramo, y la diferencia se la sumamos a la lectura en CD del tercer tramo. Vamos operando de esta forma hasta que obtenemos el azimut al origen del tramo inicial.

	lecturas horizontales		azimutes al origen		compensac	azimut
TRAMO	CD	CI	CD	CI		compensado
A-REF	0.0025		0.0000			0
A-B	115.2550	315.2500	115.2525	315.2525	0.0075	115.2450
B-C	240.5725	40.5675	240.5750	40.575	0.0150	240.5600
C-D	330.4525	130.4525	330.4600	130.46	0.0225	330.4375
D-A	20.2700	220.2650	20.2775	220.2775	0.0325	20.2450
A-REF	0.0300		0.0425		0.0425	0.0000
		ERROR ANG		0.0425		

La diferencia entre el azimut al origen obtenido y el azimut al origen de partida para el primer tramo, será el error de cierre angular acimutal de la poligonal. Debemos estudiar si dicho error es tolerable, en cuyo caso procederemos a su compensación ó no, debiéndose entonces repetir la poligonal.

Suponiendo conocido el error angular propio del aparato, e_a , este error será el producido para una dirección. Para determinar un ángulo, tenemos que observar dos direcciones. Como esta operación se repetirá tantas veces como vértices tenga la poligonal, la tolerancia en el cierre angular será:

$$\mathbf{T}_a \leq \mathbf{e}_a \sqrt{2n}$$

Si nuestro error de cierre angular es menor ó igual que la tolerancia, procederemos a su compensación. La compensación se obtiene dividiendo al error (cambiado de signo) por el número de vértices (ángulos) de la poligonal.

$$\mathbf{c}_a = -\mathbf{e}_a/\mathbf{n}$$

Es importante hacer notar que la compensación a realizar no puede ser inferior a la menor medida angular de nuestro aparato (apreciación), por eso se realiza la compensación en valores que no sean inferiores a dicho valor, repartiendo el error de esta forma entre los ángulos necesarios.

En cuanto a las distancias medidas, tendremos dos mediciones para cada tramo. Antes de tomar el promedio, deberemos observar si su diferencia es tolerable. La tolerancia en este caso será.

$$Dr_A^B - Dr_B^A \leq T = e_D \sqrt{2}$$

Donde e_D es el error en distancia que es propio de nuestro aparato. (en general, será la precisión fijada por el fabricante en la medición de distancias de nuestro distanciometro).

Una vez obtenidos los azimutes compensados al origen, debemos proceder al calculo y compesación de las coordenadas de los vértices de la poligonal. Para ello, con las distancias reducidas obtenidas en campo y los azimutes compensados, vamos calculando las coordenadas parciales para cada tramo (ΔX é ΔY).

TRAMO	AZIMUT	DIST REDUC	ΔX	ΔY	comp ΔX	comp Δy	ΔX comp	ΔY comp	X COMP	Y COMP	
A-B	115.245	150.36	146.069	-35.663	0.029	0.059	146.098	-35.605	1000.000	1000.000	A
B-C	240.56	156.54	-93.122	-125.829	0.029	0.059	-93.093	-125.771	1146.098	964.395	B
C-D	330.4375	102.13	-90.678	46.990	0.029	0.059	-90.649	47.049	1053.005	838.624	C
D-A	20.245	120.3	37.615	114.268	0.029	0.059	37.644	114.327	962.356	885.673	D
			-0.116	-0.234	0.116	0.234	0.000	0.000	1000.000	1000.000	A
			EX	EY							

Las formulas a aplicar son:

$$\Delta X_A^B = Dr \operatorname{sen} \theta_A^B$$

$$\Delta Y_A^B = Dr \cos \theta_A^B$$

Si la poligonal es cerrada, al sumar todos los ΔX nos tendrá que dar cero. En caso de que sea una poligonal encuadrada, dicha suma tendrá que coincidir con la diferencia de coordenadas entre la base de llegada y la base de partida. Lo mismo debe ocurrir con ΔY .

Evidentemente, obtendremos una diferencia entre nuestras sumas y los valores teoricos. Dichos errores serán los errores de cierre en coordenadas, e_x é e_y .

Una vez obtenidos los errores en coordenadas parciales, deberemos analizar si son ó no tolerables.

Para calcular la tolerancia en el error de cierre de coordenadas, tenemos que calcularnos el error longitudinal (E_L) y el error transversal (E_T). La tolerancia será el valor que resulte mayor de estos dos errores.

Compararemos el error total en coordenadas: $e_{XY} = \sqrt{e_X^2 + e_Y^2}$

El error longitudinal: $E_L = \frac{e_D}{\sqrt{2}} \sqrt{n}$

El error transversal: $E_T = \frac{L}{n} \frac{e_a^{cc}}{r^{cc}} \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}}$

Para realizar la compensación, dependerá de cual de los errores, EL ó ET sea mayor:

- Si $EL \leq ET$.- Compensaremos proporcional a la longitud de cada tramo.
- Si $EL \geq ET$.- Compensaremos proporcionalmente a las coordenadas parciales.

Para que el cierre en coordenadas sea tolerable:

$$e = \sqrt{e_x^2 + e_y^2} \leq E_T \text{ o } E_L$$

Una vez compensada la poligonal en X e Y, deberemos calcular y compensar las cotas de los puntos.

TRAMO	DESNIVEL	correccion	DESN CORR	COTA COMP
A-B	1.256	-0.016	1.240	150.000 A
B-C	3.149	-0.016	3.133	151.240 B
C-D	-2.751	-0.01	-2.761	154.373 C
D-A	-1.600	-0.012	-1.612	151.612 D
ERROR Z	0.054	-0.054	0.000	150.000 A
corr	-0.000101			

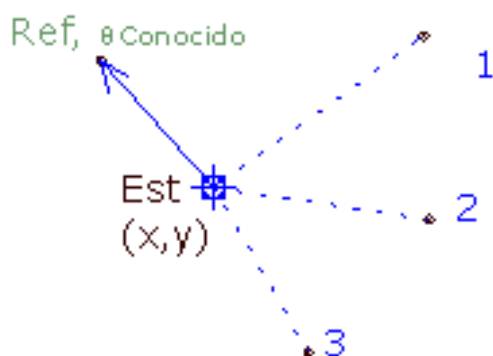
Para ello, calcularemos los desniveles ($\Delta Z = t + i - m$). Una vez calculados los desniveles, la suma de todos ellos, si la poligonal es cerrada deberá ser cero. Si esto no ocurre, la diferencia será el error de cierre altimétrico. Deberemos de comprobar si es tolerable.

La tolerancia queda definida por: $T = E_{\Delta H} \sqrt{2}$

Donde $E_{\Delta H}$ es el error en la determinación del desnivel trigonométrico.

Si el error es compensable, lo compensaremos proporcionalmente a las distancias reducidas.

5.11 RADIACION



Es el método comúnmente empleado para el levantamiento de superficies de mediana y gran extensión. Así mismo, es el sistema empleado para el replanteo de puntos de una obra.

La radiación se apoya en una poligonal previamente observada y calculada. A partir de sus vértices se hacen radiaciones levantando todos los puntos del terreno y de detalle.

La radiación se puede realizar con un teodolito y

una mira vertical, en cuyo caso habrá que anotar, además de los ángulos horizontal y vertical, las lecturas de los hilos estadimetricos sobre la mira. También se puede emplear una estación total y un prisma. En este caso, se nos generara un archivo ascii con todas las coordenadas de los puntos radiados, bien en la memoria interna ó bien en la libreta electrónica de campo.

Con la altura de aparato y la altura de la señal, junto con las lecturas acimutales y cenitales, así como con la distancia reducida, podremos obtener las coordenadas X,Y,Z de todos los puntos visados.

METODO OPERATIVO

Estacionaremos el taquímetro ó estación total en una base de coordenadas conocidas, y mediremos su altura. A continuación iremos visando a los distintos puntos a levantar anotando sus lecturas acimutales y cenitales, así como la distancia reducida y la altura de la señal. Es decir, iremos obteniendo las coordenadas polares de todos los puntos que integran el levantamiento.

Si al observar las direcciones acimutales, el cero del limbo acimutal ocupa una posición arbitraria, estaremos realizando una radiación no orientada.

Es mejor por ello orientarnos siempre, visando para ello a otra base ó a una referencia de coordenadas conocidas.

METODO DE LAS VUELTAS DE HORIZONTE

En el método de radiación, es común observar desde una misma base a múltiples puntos, operación que conlleva bastante tiempo. Puede ocurrir que por efectos de agentes externos, sobre todo el calentamiento solar, el aparato sufra durante el proceso de medición pequeños movimientos. Para poder detectarlos es necesario iniciar y finalizar la radiación visando a una misma referencia. Entre medias, visaremos a todos los puntos a levantar, dando una vuelta de horizonte. Si las lecturas inicial y final a la referencia son iguales, ó la diferencia es aceptable, la radiación será válida. En caso contrario, habrá que repetirla. Será válida si el error obtenido es menor que $\sqrt{e_l^2 + e_p^2}\sqrt{2}$

En el caso de que el error de cierre de la radiación sea tolerable, se compensara proporcional a los ángulos leídos.

Para no tener que repetir toda la vuelta de horizonte, se emplea el método de observación por pares a la referencia. Consiste en ir visando a la referencia, al primer punto y volver a visar a la referencia. Así para cada punto. Es un método muy lento, por lo que se suele aplicar una solución intermedia. Se visa a la referencia y a continuación a una serie determinada de puntos, y se vuelve a visar a

la referencia. A continuación, se repite con otra serie de puntos y así sucesivamente. En caso de que en una de las series intermedias se haya detectado error, solo habrá que repetir dicha serie parcial.

5.12 METODOS DE INTERSECCIÓN

Los métodos de intersección nos permiten obtener las coordenadas de puntos a partir de otros puntos de coordenadas conocidas. Generalmente, se partirá de vértices de la red topográfica de 3° orden, con el fin de densificar las bases existentes para después aplicar otros métodos de trabajo, o bien para situar bases de replanteo con una alta precisión.

Antiguamente, y ante el problema que presentaba la medida de largas distancias, estos métodos se resolvían sólo mediante observaciones angulares. En cambio, hoy en día, dado el avance de la medición electromagnética de distancias, se aplican en su resolución tanto medidas angulares como de distancias.

Los métodos de intersección se pueden clasificar atendiendo a varios factores:

a.- En función de los datos previos del punto donde estacionemos el teodolito:

- Intersección DIRECTA.

Se estaciona en las bases conocidas, realizando observaciones al punto, ó puntos conocidos.

- Intersección INVERSA.

Se estaciona en el punto conocido y desde el se realizan visuales a puntos de coordenadas conocidas.

- Intersección MIXTA.

Se estaciona tanto en puntos conocidos como en puntos desconocidos.

b.- En función del número de observaciones:

- Intersección SIMPLE.

Se toman solamente los datos imprescindibles para resolver geométricamente el problema.

- Intersección MULTIPLE.

Se toman datos abundantes que permiten realizar comprobaciones en el cálculo de la posición del punto.

c.- En función del modelo de observación:

- Observación Angular.

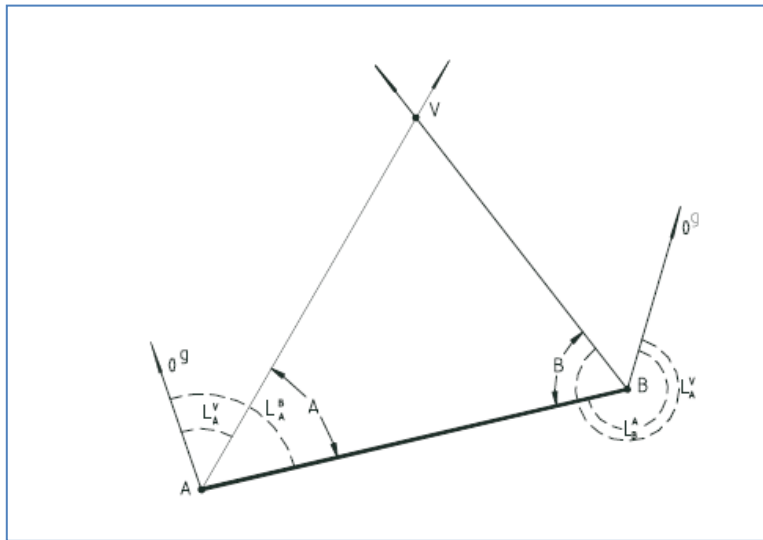
Solo se miden los ángulos.

- Observación Angular mas distancias.

Para cada visual se mide la dirección angular y la distancia.

En este manual, sólo trataremos la intersección directa simple y la intersección inversa simple, ya que los casos múltiples tan sólo son una repetición del método simple, y la intersección mixta es poco utilizada.

5.13 INTERSECCION DIRECTA SIMPLE



En este método, estacionaremos el aparato en dos puntos de coordenadas X,Y y Z conocidas, que serán los puntos A y B, y desde ellos, lanzaremos visuales al punto V, cuya posición queremos determinar.

Al conocer la posición de los puntos A y B, podremos, en cualquier caso, calcularnos el azimut de A a B (ó el recíproco), así como su distancia.

Por observación en campo, obtendremos los ángulos A y B, que forman las visuales correspondientes con la base AB.

Por trigonometría, sabemos que el ángulo en C será: $C = 200g - (A+B)$.

Conviene, si queremos obtener una alta precisión en los cálculos, realizar varias veces las medidas de los ángulos en A y en B, tomando como valor definitivo el promedio (valor más probable).

Una vez conocidos los tres ángulos y la longitud de la base AB, podremos, mediante aplicación del teorema del seno, obtener las distancias AV y BV.

$$\frac{D_{rA}^B}{\text{sen } V} = \frac{D_{rA}^V}{\text{sen } B} = \frac{D_{rB}^V}{\text{sen } A}$$

De donde:

$$D_{rA}^V = \frac{D_{rA}^B}{\text{sen } V} \text{sen } B$$

Y:

$$D_{rB}^V = \frac{D_{rA}^B}{\text{sen } V} \text{sen } A$$

Por otra parte, al conocer el azimut de AB y los ángulos A y B, podremos obtener los azimutes de A a V y de B a V.

$$\theta_A^V = \theta_A^B - A$$

$$\theta_B^V = \theta_B^A + B$$

Y conocido el azimut y la distancia de cada tramo, podremos calcular las coordenadas planimétricas del punto V, a través de A y a través de B:

A través del punto A:

$$X_V = X_A + D_{rA}^V \text{sen} \theta_A^V$$

$$Y_V = Y_A + D_{rA}^V \text{cos} \theta_A^V$$

A través del punto B:

$$X_V = X_B + D_{rB}^V \text{sen} \theta_B^V$$

$$Y_V = Y_B + D_{rB}^V \text{cos} \theta_B^V$$

Si todo el cálculo está bien realizado, ambas coordenadas serán iguales ó muy similares, tomando como solución el promedio de las obtenidas.

El error que podemos esperar será, como ya hemos contado para la poligonación, el semieje mayor de la elipse de tolerancia formada por las posibles visuales teniendo en cuenta el error angular e_a del aparato.

Su valor máximo viene dado por:

$$e_{id} = \frac{Le_a}{\text{sen} \frac{V}{2}}$$

Este error aumenta con la longitud de la visual y con el valor del error angular máximo del aparato, disminuyendo cuando aumenta el ángulo V de intersección.

Se establece que, por precaución, el ángulo V no debe ser menor de 30g ni mayor de 170g.

En cuanto a la longitud de las visuales, su límite lo podemos fijar según la siguiente expresión.

$$L_{max} = \frac{e_{id} \text{sen} \frac{V}{2}}{e_a}$$

Para mayor precisión, conviene realizar la intersección directa múltiple, al menos, desde tres bases de coordenadas conocidas.

Para calcular la cota del punto V, se calcula a través de nivelación trigonométrica desde A y B, como ya hemos explicado en capítulos anteriores.

5.14 INTERSECCION INVERSA. ARCO CAPAZ. METODOS DE POTHENOT Y HANSEN.

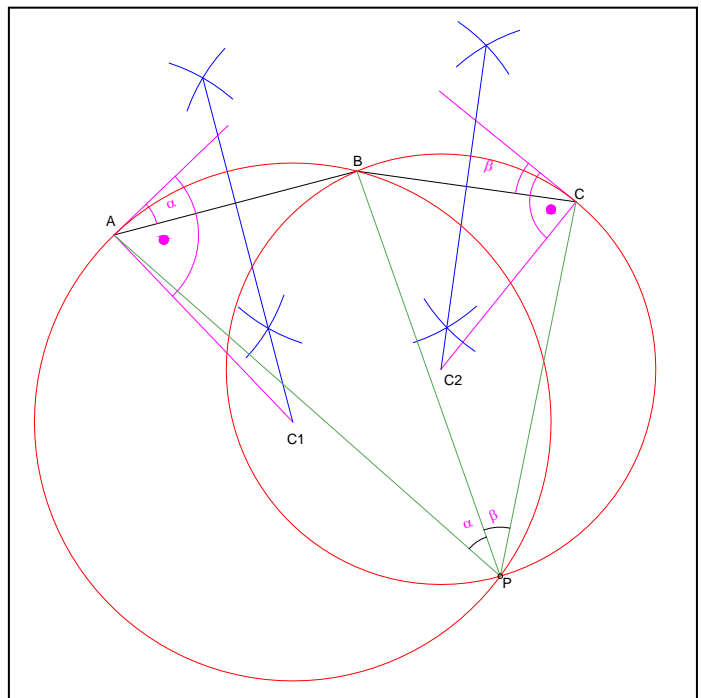
La intersección inversa es un problema clásico en topografía. Consiste en determinar las coordenadas del punto donde estacionamos el teodolito, P, a partir de observaciones angulares a tres puntos de coordenadas conocidas, A, B y C. En las estaciones totales modernas, este es el método de cálculo empleado cuando en el menú elegimos la opción de “estacionamiento libre”, con la diferencia que además de medirse los ángulos a las bases conocidas, se miden las distancias. Para que el método tenga suficiente precisión, deberemos visar al menos a tres bases.

Su resolución gráfica se base en la CONSTRUCCION DE LOS ARCOS CAPACES de los tramos AB y BC.

Se define como ARCO CAPAZ de un segmento AB, al lugar geométrico de los puntos que ven al segmento AB bajo el mismo ángulo.

Para construir el arco capaz, seguiremos los siguientes pasos:

1. Trazamos por el punto A, una semirrecta que forme el ángulo α formado por las visuales PA y PB, con la recta AB.
2. Trazamos por A, una recta perpendicular a la semirrecta trazada.
3. Trazamos la mediatriz del segmento AB (recta perpendicular a la recta AB trazada por su punto medio).
4. Donde se corta la semirrecta trazada por A con la perpendicular, tendremos el centro C1 del arco capaz del segmento AB.
5. Trazamos, por el punto C, una semirrecta que forme el ángulo β formado por las visuales PB y PC, con la recta CB.
6. Trazamos una perpendicular por C a la semirrecta anterior.



7. Trazamos la mediatriz del segmento BC.
8. Donde se corte la mediatriz con la perpendicular trazada por C, tendremos el centro C2 del arco capaz del segmento BC.
9. La intersección de ambos arcos capaces, nos determina la posición del punto P, estación del teodolito.

El problema no tendrá solución cuando los puntos A, B, C y el punto P se encuentren en la misma circunferencia, que se denomina circunferencia peligrosa. Cuanto más se parezca el valor de $\alpha + \beta$ al valor $200g - B$, más cerca estaremos de la circunferencia peligrosa.

Existen muchas más variantes de construcción gráfica de la intersección inversa, pero no las trataremos aquí por no ser objeto de este manual las construcciones gráficas, sino su cálculo matemático, y el método del arco capaz es el que más se aproxima a dicho cálculo.

CALCULO NUMERICO DE LA INTERSECCION INVERSA. METODO DE POTHENOT

Como ya hemos indicado, perseguimos obtener las coordenadas X é Y del punto donde hemos estacionado el aparato. Para ello, lanzaremos visuales a, al menos, tres bases A, B y C, de coordenadas conocidas y perfectamente visibles desde el punto de estación P.

De esta forma, en campo obtendremos el ángulo α , formado por las visuales PA y PB, y el ángulo β , definido por las visuales PB y PC.

Mediante cálculo, podremos obtener además las distancias AB y BC, así como sus azimutes correspondientes, θ_A^B y θ_B^C .

El ángulo formado en B, lo podremos conocer por diferencia de dichos azimutes, $B = \theta_B^A - \theta_B^C$.

El problema de la intersección inversa consiste en determinar los valores de los ángulos formados en A y en C, así como las distancias PA, PB y PC.

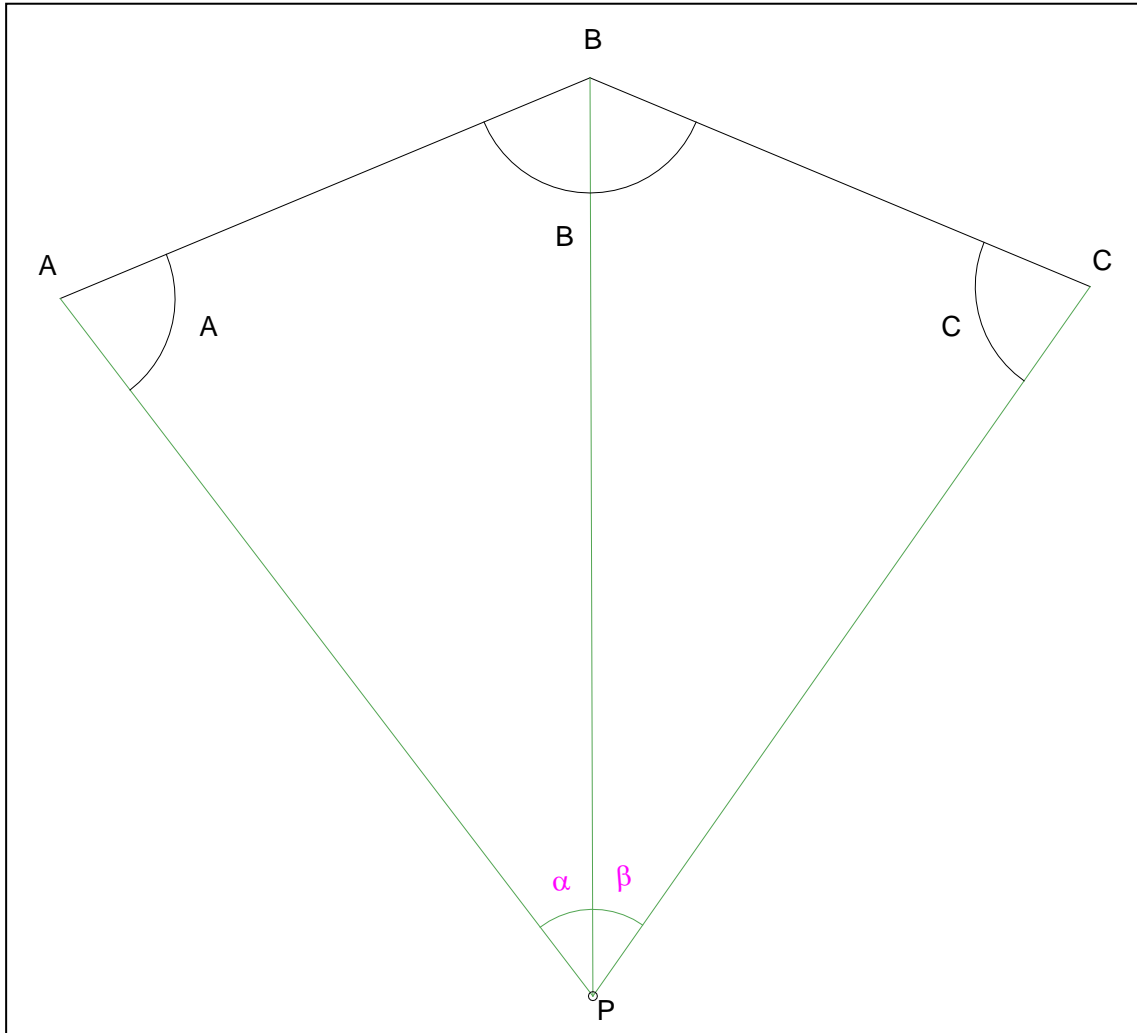
Como vemos en la figura adjunta, los cuatro puntos nos definen un cuadrilátero. Por tanto, conocemos la suma de sus ángulos interiores, que debe ser igual a $400g$. Así pues:

$$A + B + C + \alpha + \beta = 400g$$

Dejando en el primer miembro de la expresión los valores que desconocemos:

$$A + C = 400g - (B + \alpha + \beta)$$

Para determinar los valores de A y C, necesitamos otra expresión que nos ligue dichas incógnitas con valores conocidos. Para ello, según vemos en la figura, los triángulos APB y BPC, tienen como diagonal común al lado PB.



Así pues, vamos a plantear, para cada triángulo, el teorema del seno para obtener dicho valor de la diagonal:

En el triángulo APB:

$$\frac{PB}{\text{sen } A} = \frac{AB}{\text{sen } \alpha}$$

Despejando PB:

$$PB = AB \frac{\text{sen } A}{\text{sen } \alpha}$$

En el triángulo BPC:

$$\frac{PB}{\text{sen } C} = \frac{BC}{\text{sen } \beta}$$

Despejando PB:

$$PB = BC \frac{\text{sen } C}{\text{sen } \beta}$$

Igualando ambas expresiones, nos queda:

$$AB \frac{\sin A}{\sin \alpha} = BC \frac{\sin C}{\sin \beta}$$

O lo que es igual:

$$\frac{\sin C}{\sin A} = BC \frac{AB \sin \beta}{BC \sin \alpha}$$

Es decir, que la expresión $\frac{\sin C}{\sin A}$ esta puesta en función de valores todos conocidos.

Si al resultado de la operación de dichos valores lo denominamos $\text{tg} \gamma$:

$$\frac{\sin C}{\sin A} = \text{tg} \gamma$$

Operando en el primer término:

$$\frac{1 + \frac{\sin C}{\sin A}}{1 - \frac{\sin C}{\sin A}} = \frac{1 + \text{tg} \delta}{1 - \text{tg} \delta} \quad \frac{\sin A + \sin C}{\sin A - \sin C} = \frac{1 + \text{tg} \delta}{1 - \text{tg} \delta} = \frac{\text{tg} 50^\circ + \text{tg} \delta}{1 - \text{tg} 50^\circ \text{tg} \delta} = \text{tg}(50 + \delta)$$

Pero

$$\frac{\sin A + \sin C}{\sin A - \sin C} = \frac{2 \sin \frac{1}{2}(A + C) \cos \frac{1}{2}(A - C)}{2 \cos \frac{1}{2}(A + C) \sin \frac{1}{2}(A - C)} = \text{tg}(A + C) \cot(A - C)$$

Luego

$$\text{tg}(A - C) = \text{tg}(A + C) \cot(50 + \delta)$$

Formula que una vez resuelta, nos dará el valor de $A - C$

Si llamamos:

$$A + C = M$$

$$A - C = N$$

Fácilmente deducimos que:

$$A = \frac{M+N}{2} \quad y \quad C = \frac{M-N}{2}$$

Una vez conocidos los valores de A y C , el cálculo de los azimutes θ_A^P y θ_C^P .

Tan solo nos falta obtener las distancias AP y CP . Aplicando el teorema del seno en cada uno de los triángulos, nos queda:

$$\frac{PC}{\text{sen } B1} = \frac{AB}{\text{sen } \alpha}$$

Donde el ángulo $B1 = 200g - (A + \alpha)$, y por tanto:

$$PC = AB \frac{\text{sen } B1}{\text{sen } \alpha}$$

De igual forma, operando en el triángulo PBC, llegaremos a:

$$PC = BC \frac{\text{sen } B2}{\text{sen } \beta}$$

Donde $B2 = 200g - (B + \beta)$.

De esta forma, obtendremos las coordenadas a través de tres caminos. Si el cálculo está bien hecho, las tres coordenadas serán iguales ó existirán diferencias de muy pequeño orden. Tomaremos como resultado final, el promedio de las tres:

Desde el punto A:

$$\begin{aligned} X_P &= X_A + AP \text{ sen } \theta_A^P \\ Y_P &= Y_A + AP \text{ cos } \theta_A^P \end{aligned}$$

Desde el punto B:

$$\begin{aligned} X_P &= X_B + BP \text{ sen } \theta_B^P \\ Y_P &= Y_B + BP \text{ cos } \theta_B^P \end{aligned}$$

Y desde el punto C:

$$\begin{aligned} X_P &= X_C + CP \text{ sen } \theta_C^P \\ Y_P &= Y_C + CP \text{ cos } \theta_C^P \end{aligned}$$

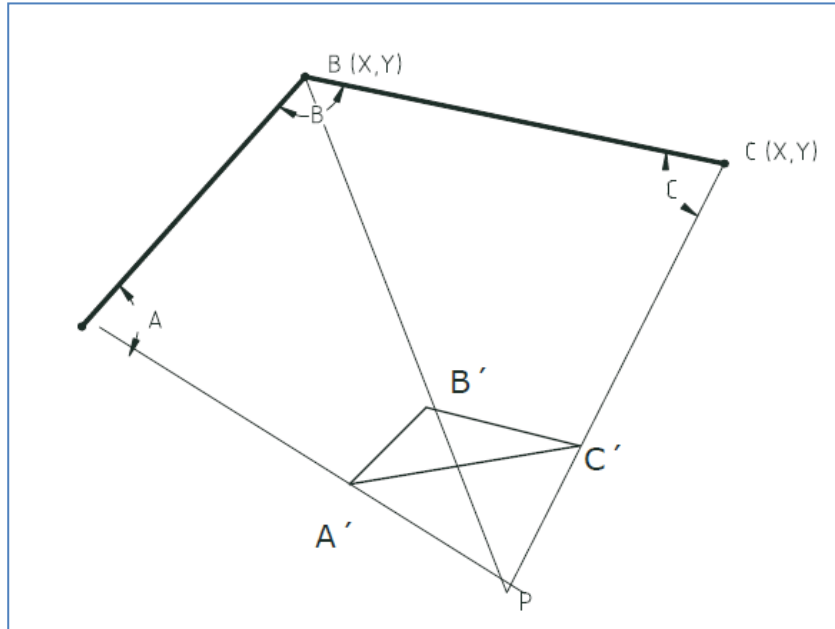
Si los valores no superan el valor del error máximo esperable, tomamos como coordenadas definitivas el promedio de las obtenidas:

$$\begin{aligned} X_P &= \frac{X_{Pa} + X_{Pb} + X_{Pc}}{3} \\ Y_P &= \frac{Y_{Pa} + Y_{Pb} + Y_{Pc}}{3} \end{aligned}$$

La Z del punto la obtendremos a través de las fórmulas de nivelación trigonométrica ya conocidas.

ERROR ESPERABLE EN LA DETERMINACION EN P.

Se estudia determinando el desplazamiento de las tangentes al arco capaz en el punto de intersección.



Tenemos que obtener el triángulo A'B'C', denominado triángulo indicativo de error. Para ello, nos calculamos las inversas a las distancias PA, PB y PC y nos las llevamos a partir de P, obteniendo el triángulo A' B' C'

La expresión del error esperable será:

$$e = \frac{e_a \sqrt{2}}{2S} \sqrt{(\text{lado mayor})^2 + (\text{lado intermedio})^2}$$

Donde:

e_a = error angular del aparato empleado.

S = Superficie del triángulo indicativo del error

Lado mayor = lado mayor del triángulo indicativo del error.

Lado intermedio = lado intermedio del triángulo indicativo del error.

TEMA 6 REPRESENTACION DEL TERRENO. SISTEMA DE REPRESENTACION DE PLANOS ACOTADOS. CURVAS DE NIVEL. COMO DIBUJAR CURVAS DE NIVEL. PROPIEDADES DE LAS CURVAS DE NIVEL. CALCULO DE PENDIENTES. TRAZADO DE CAMINOS CON PENDIENTE DADA. FORMAS DEL TERRENO EN FUNCION DE SU REPRESENTACION CON CURVAS DE NIVEL. PERFIL LONGITUDINAL DEL TERRENO.

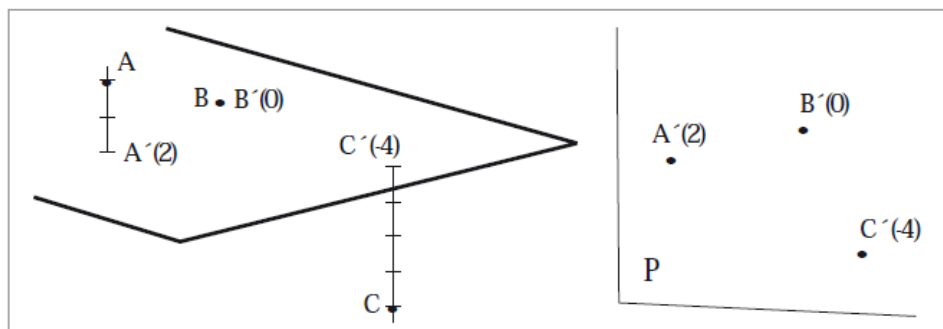
6.1 REPRESENTACION DEL TERRENO EN TOPOGRAFIA

Una vez que hemos implantado sobre el terreno bases de replanteo, aplicando el método de poligonación, habremos procedido a realizar, desde cada una de ellas, aplicando el método de radiación, todos los puntos visibles en su entorno que nos definan, tanto la topografía del terreno como aquellos detalles importantes existentes en el entorno: edificaciones, vías de comunicación, vegetación, líneas de transporte de energía, etc. Esta operación se denomina LEVANTAMIENTO.

En la oficina, y una vez volcados los datos desde la memoria de la estación total ó GPS al ordenador, obtendremos un fichero de todos esos puntos con sus coordenadas X, Y y Z, a partir del cual, y mediante aplicación del sistema de planos acotados, nos permitirá obtener la representación gráfica del terreno objeto del levantamiento. Este proceso actualmente es realizado de forma automática por distintos programas topográficos (mdt, cartomap, etc.).

Como recordatorio, con los métodos planimétricos, se obtiene la representación de los puntos del terreno en un plano. Con los métodos altimétricos, obtendremos la cota de dichos puntos. Con el método de radiación, obtendremos los tres valores simultáneamente.

6.2 SISTEMA DE REPRESENTACION DE PLANOS ACOTADOS.



El sistema empleado en topografía para la representación del terreno es el Sistema de Planos Acotados. En él, cada punto del

terreno es representado por su proyección sobre un plano horizontal, denominado PLANO DE REFERENCIA ó PLANO DE COMPARACION. Cada representación en dicho

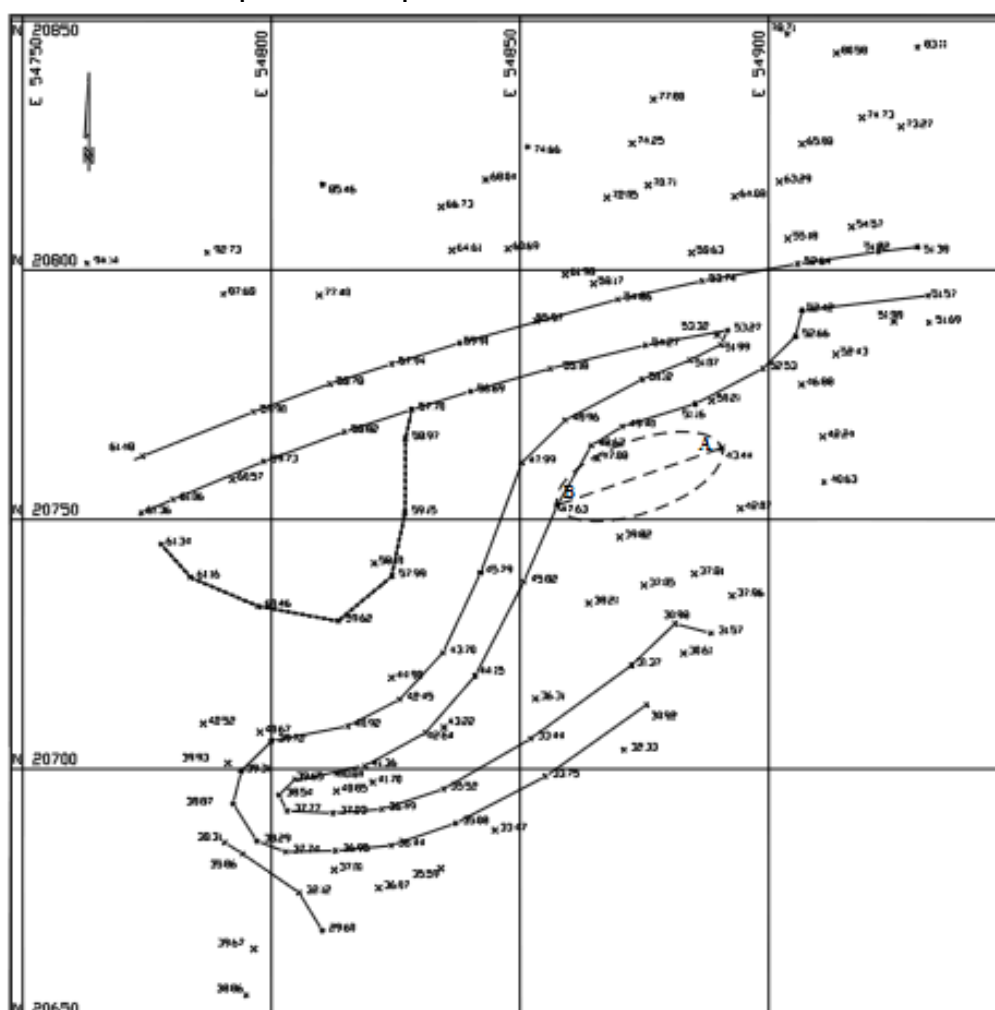
plano de un punto estará acompañada de su cota respectiva, referida al plano de comparación elegido.

En topografía, la unidad de medida es el METRO, y la cota del plano de comparación se suele tomar la del nivel CERO, que en España es la del nivel medio del mar en Alicante.

Las cotas positivas se denominan ALTITUDES, y las cotas negativas, PROFUNDIDADES ó SONDAS.

El sistema de representación de planos acotados es ideal para la representación plana del relieve del terreno, definiendo de éste puntos a la misma cota, de forma que al unirlos nos definirán una línea denominada CURVA DE NIVEL.

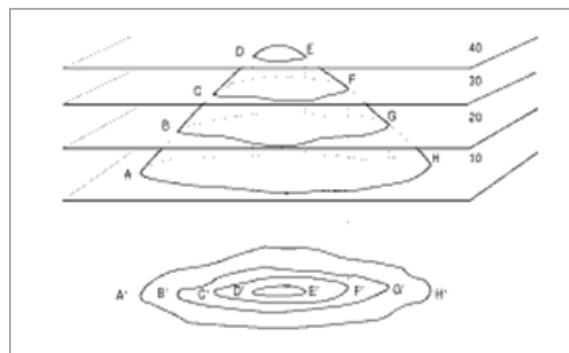
Una vez dibujados los puntos que integran el levantamiento, iremos uniendo aquellos que tienen los mismos códigos, es decir, aquellos que representan un mismo elemento (borde de camino, cuneta, tendido eléctrico, muros, etc.), obteniendo un plano con puntos acotados.



En la figura anterior, vemos la representación obtenida, pero no nos aporta nada en cuanto a la información del relieve del terreno representado. Para ello, necesitamos dibujar las CURVAS DE NIVEL.

6.3 CURVA DE NIVEL.

Una curva de nivel es el lugar geométrico de todos los puntos del terreno que se encuentran a la misma cota. Estas líneas serían el resultado de cortar al terreno por sucesivos planos horizontales paralelos al plano de comparación, separados entre sí la misma cantidad de metros. A dicha separación se le denomina EQUIDISTANCIA, y estará en



función de la escala del plano que vayamos a realizar. Las distintas curvas de nivel, al ser proyectadas sobre el plano de referencia, conformarán una representación bastante intuitiva del relieve topográfico del terreno.

Se denomina MODULO ó intervalo a la separación existente en el plano entre dos curvas de nivel consecutivas.

En un plano acotado, el modulo es la inversa de la pendiente.

Cada cierto número de curvas de nivel normales, o intermedias, se dibuja una curva de mayor grosor, que se denomina CURVA DIRECTORA. Si las curvas de nivel normales van cada metro, la curva directora se elegirá cada 5 metros.

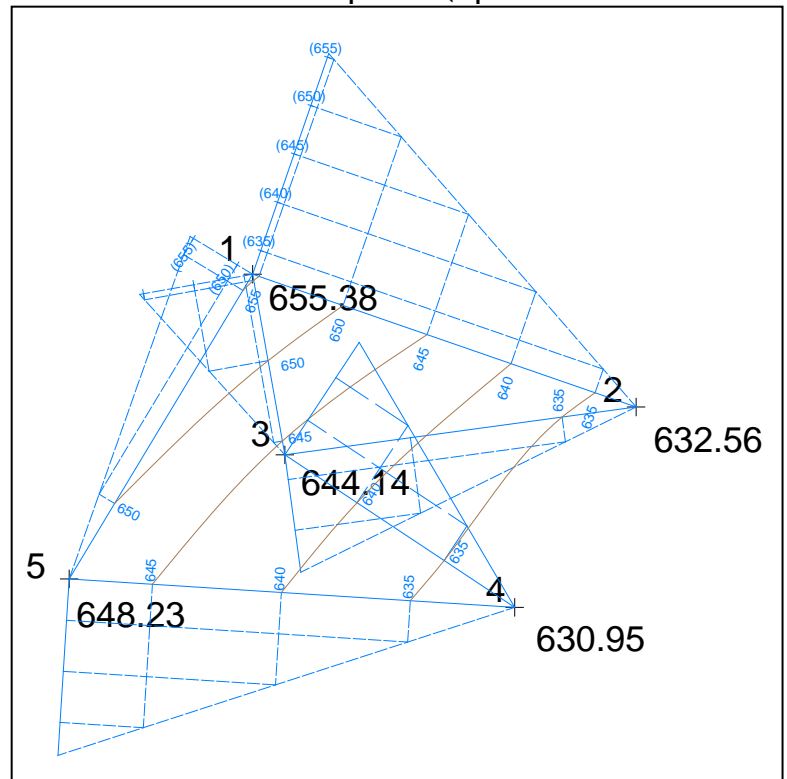
ESCALAS	Equidistancia	Curvas directoras	Curvas intermedias
1:5.000	2m	10m	4
1:10.000	5m	25m	4
1:25.000	10m	50m	4
1:50.000	20m	100m	4
1:100.000	40m	200m	4
1:200.000	100m	400m	3
1:400.000	200m	800	3
1:800.000	400m	---	---

Tabla 6.3. 1.- Equidistancias empleadas según escalas del plano

6.4 ¿COMO DIBUJAMOS UNA CURVA DE NIVEL?

Una vez pintados los puntos del levantamiento sobre un plano (operación

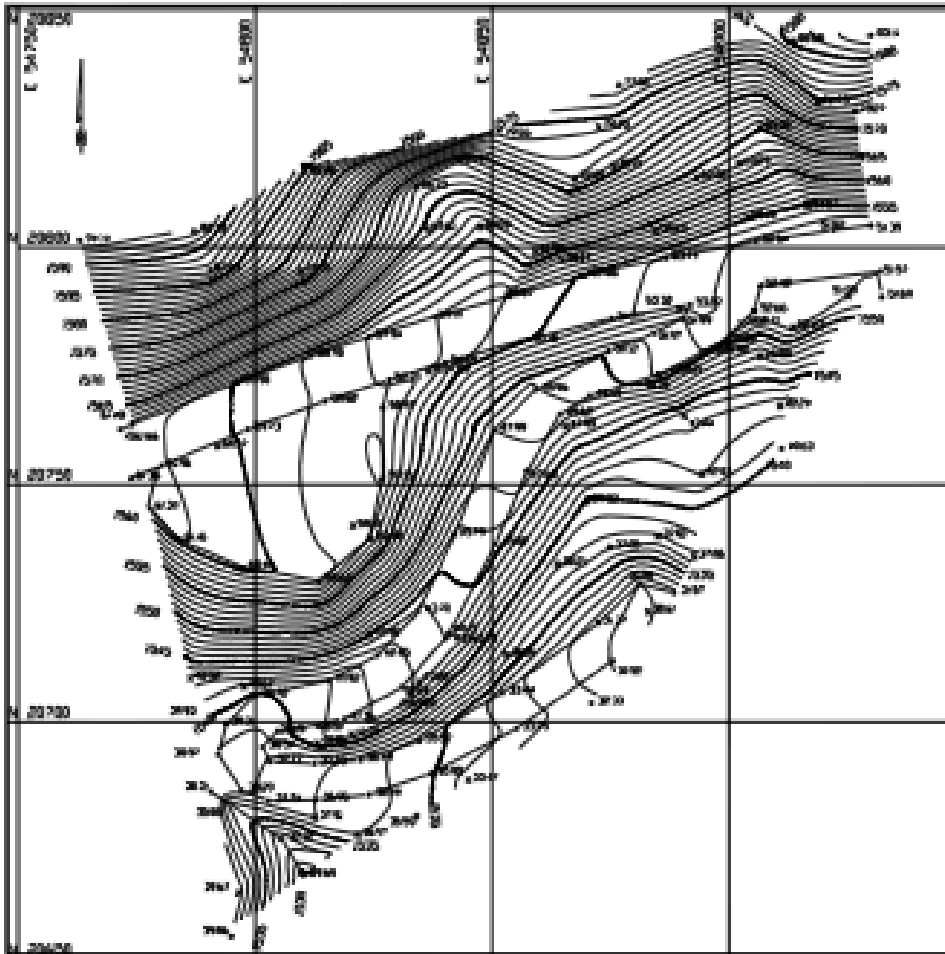
denominada “pinchar los puntos”, tendremos que proceder al dibujo de las curvas de nivel. Esta operación se realiza uniendo los puntos entre sí dos a dos, con lo que definiremos una recta de la que conocemos su punto inicial y final. A continuación, tendremos que buscar sobre dicha rectas los puntos que estén a una cota entera, ó que coincida con la equidistancia elegida. A esta operación se le llama GRADUAR UNA RECTA. Hecho esto con todas las combinaciones posibles, tendremos una serie de puntos de cota entera, que unidos convenientemente entre sí, nos definirán las curvas de nivel.



¿Cómo se gradúa una recta?

- 1º.- Unimos dos puntos de cota conocida. (a y b).
 - 2º.- Por el punto de más cota, levantamos una perpendicular a la línea que une los dos puntos. (a – b)
 - 3º.- Sobre la línea perpendicular, nos llevamos, en unidades de medida del plano, la diferencia de cotas entre los dos puntos. Obtenemos el punto (B).
 - 4º.- Unimos a con (B).
 - 5º.- Sobre dicha perpendicular y a partir del punto, marcamos los puntos de cota entera.
 - 6º.- Por dichos puntos, trazamos una línea auxiliar paralela a la que une los puntos del terreno, hasta que corte a la línea a(B).
 - 7º.- Por dicho punto, trazamos una perpendicular a la recta a-b, hasta que la corte. Ese será el punto de paso de una curva de cota entera.
 - 8º.- Este proceso se va repitiendo para todas las combinaciones posibles de puntos, y uniendo los puntos de igual cota obtenidos, tendremos el curvado del taquimétrico dibujado.
- En planos acotados, el proceso de graduar una recta se denomina MODULADO.

Así, en el plano taquimétrico de la figura del epígrafe 6.2, nos quedaría el plano curvado de la forma siguiente:



6.5 PROPIEDADES DE LAS CURVAS DE NIVEL

1. Las curvas de nivel nunca se cortan ni se cruzan. (En el caso de cuevas y cavernas, las curvas que definen dicho accidente geográfico se dibujaran en línea de puntos, y aparentemente se cortarían).
2. Las líneas de nivel son líneas cerradas (aunque por las dimensiones del plano, estas se corten en los límites del mismo).
3. Las curvas de nivel nunca se bifurcan ni ramifican.
4. Las curvas de nivel estarán más juntas, si la pendiente es grande, y más separadas si la pendiente es suave.
5. La línea de máxima pendiente entre dos curvas de nivel es aquella que las une mediante la distancia más corta. (la perpendicular común a ambas líneas).

6.6 OPERACIONES CON CURVAS DE NIVEL

CALCULO DE PENDIENTE ENTRE DOS PUNTOS SITUADOS EN DOS CURVAS DE NIVEL CONSECUTIVAS.

Supondremos que el terreno confinado entre dos curvas de nivel tiene pendiente constante.

La pendiente entre los dos puntos será igual a la relación entre la equidistancia de las curvas de nivel y la distancia longitudinal existente entre ambos puntos.

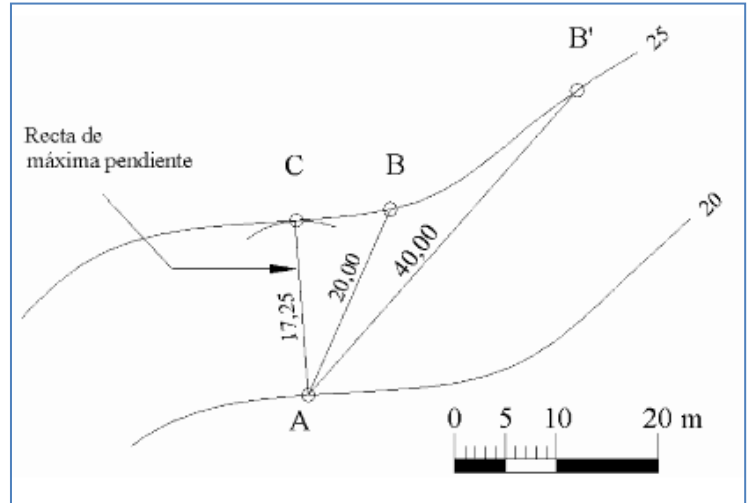
$$P = pte = \frac{e}{D} 100$$

Donde:

P = pendiente en tanto por eso se multiplica por 100).

e = equidistancia curvas de nivel.

D = Distancia horizontal existente entre los puntos considerados.



TRAZADO DE LINEAS EN EL TERRENO, DE PENDIENTE CONSTANTE.

Este caso es un problema que se presenta con relativa frecuencia a la hora de plantear el trazado de una vía de comunicación, ya sea carretera ó vía férrea, dado que siempre existen pendientes que en dichas obras no se pueden sobrepasar.

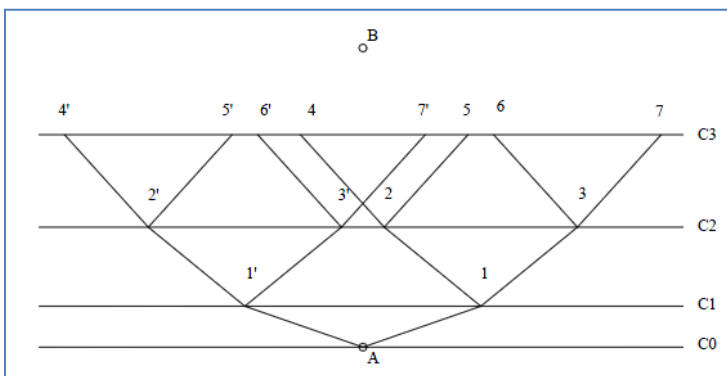
El procedimiento es el siguiente:

1.- Nos calculamos, para la equidistancia del plano, la distancia horizontal correspondiente a la pendiente dada.

$$D = \frac{e}{P} 100$$

2.- Pasamos la distancia obtenida, a la distancia correspondiente en el plano.

$$\frac{1}{E} = \frac{d}{D}; d = D/E$$



3.- Con centro en el punto A dado de donde debe partir el camino, trazamos un arco con radio la distancia calculada, y obtendremos, sobre siguiente curva dos puntos de corte que serán los que, unidos con A, nos

den rectas con las pendientes dadas.

4.- A partir de estos puntos, volveremos a realizar la misma operación, y obtendremos en la segunda curva cuatro puntos de corte que cumplen con la condición dada.

5.- Iremos procediendo de igual forma hasta llegar al punto final.

6.- De todos los caminos posibles, se eligiera aquel que ofrezca menor longitud.

CALCULO DE LA COTA DE UN PUNTO SITUADO ENTRE DOS CURVAS DE NIVEL

Sea el punto P dado del que queremos determinar su cota. Se procede de la siguiente forma:

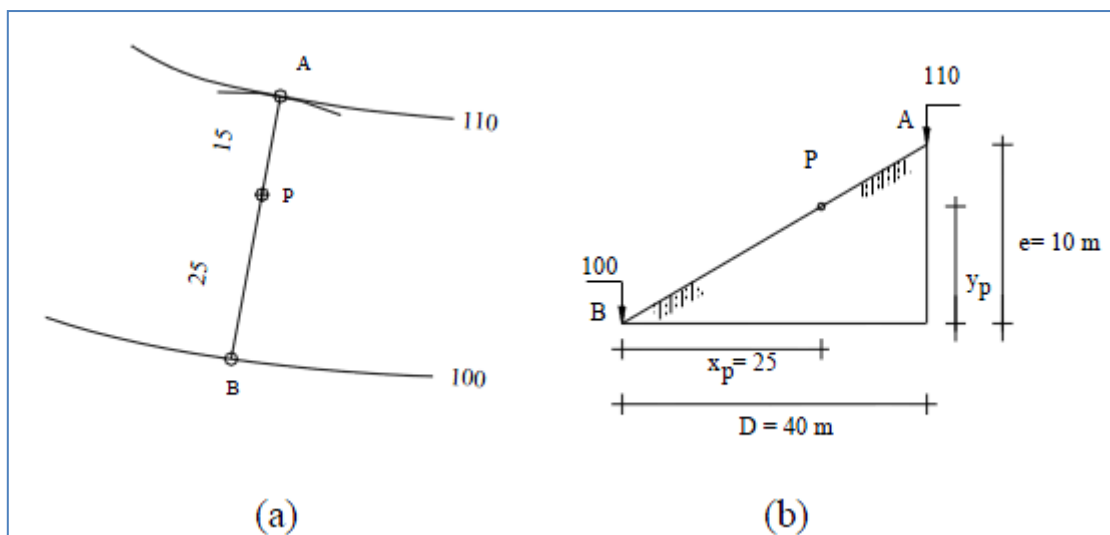
1º.- Se traza por P una circunferencia que sea tangente a una de las dos curvas anterior ó posterior.

2º.- Unimos dicho punto de tangencia A con el punto P y prolongamos esta línea hasta cortar a la otra línea de nivel en B.

3º.- Medimos las distancias BA y BP. A la distancia BA le corresponderá el desnivel existente entre las dos curvas de nivel. Para obtener el desnivel entre la curva de cota más baja y el punto P, se aplicara una regla de tres.

$$\begin{array}{rcl} AB & \text{-----} & e \\ BP & \text{-----} & \Delta h \text{ (entre B y P)} \end{array}$$

Y la cota del punto P será. $Z_p = Z_b + \Delta h$

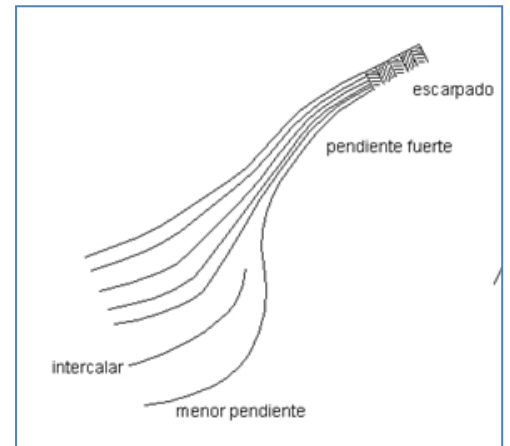


6.7 DISTINTAS FORMAS DEL RELIEVE

Las formas más usuales del relieve son:

MONTE.– Elevación del terreno por encima del circundante. Esta es representado por curvas cerradas, de forma que la de menor cota envuelve a la de mayor cota. El punto más alto se denomina **CIMA** ó **CUMBRE**. Se suele representar mediante un punto ó un triángulo, acompañado de la cota.

Se denomina **LADERAS** ó **VERTIENTES** a las superficies laterales é inclinadas que conforman el monte. Se representan por un conjunto de líneas de nivel, más o menos paralelas y equidistantes entre si. Cuando son muy inclinadas, se denominan **PAREDES** ó



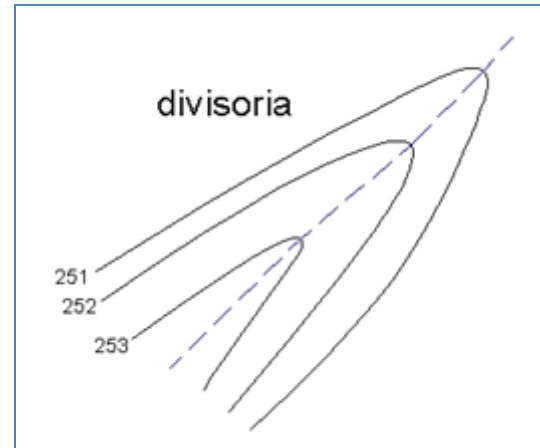
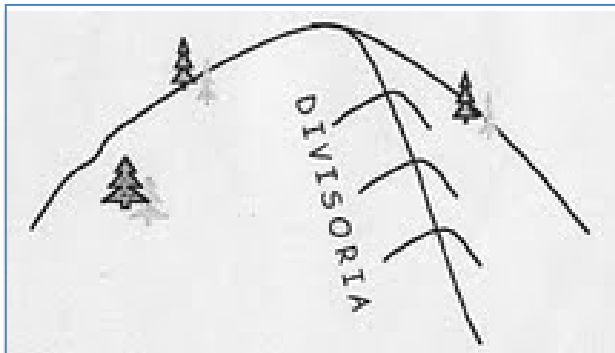
ESCARPADOS, y se representan por curvas de nivel muy juntas é incluso, cuando no es posible, mediante un símbolo convencional.



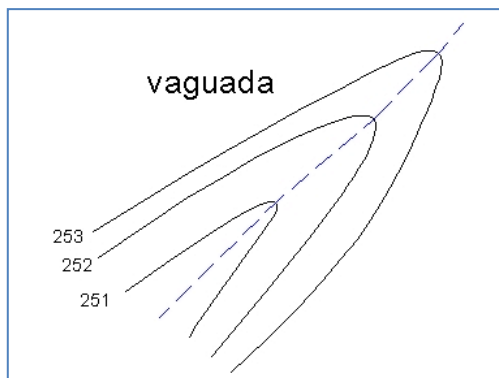
HOYA, HONDONADA ó **DEPRESION.**– Zona más baja que el terreno circundante. Se representa por curvas de nivel cerradas, de forma que las de mayor cota envuelven a las de menor cota.



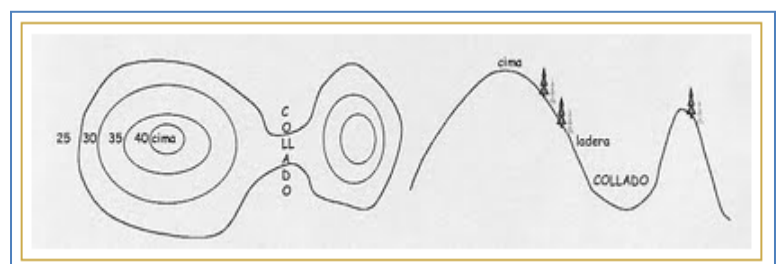
DIVISORIA Ó CRESTA.– Línea imaginaria que reparte el agua que cae sobre la montaña a cada uno de los lados



VAGUADA.– Camino natural del agua. Se sitúa generalmente entre las vertientes de montañas. Si las laderas que la conforman son muy inclinadas, se denomina **BARRANCO**. Si la inclinación es casi vertical, se denominan **GARGANTAS Ó DESFILADEROS**.



COLLADO.– Lugar donde coinciden dos divisorias, en sus puntos más bajos, con dos vaguadas, en sus puntos más altos. Es el lugar más cómodo para franquear el paso entre dos montes, por estar a menor altura.



Los collados de fácil acceso se denominan **PUERTOS**. Los de difícil acceso, **BRECHAS Ó PORTILLAS**.

LLANURA.– Zonas de muy poca pendiente, representadas por curvas de nivel casi paralelas entre si y muy separadas unas de otra.

OTERO.– Cerro aislado que domina un paisaje llano.

MOGOTE.– Pequeña elevación del terreno respecto del que le rodea, de forma troncocónica. Si es de forma alargada, se denomina **LOMA**.

MONTAÑA.– Gran elevación del terreno, formada por varios montes.

MACIZO.– Agrupación de montañas que se ramifican en todas las direcciones. Si sólo se prolongan en una dirección, recibe el nombre de **SIERRA**.

CORDILLERA.– Sucesión de sierras.

VALLE.– Zona de terreno situada entre dos grandes divisorias. El fondo del valle corresponderá a una vaguada.

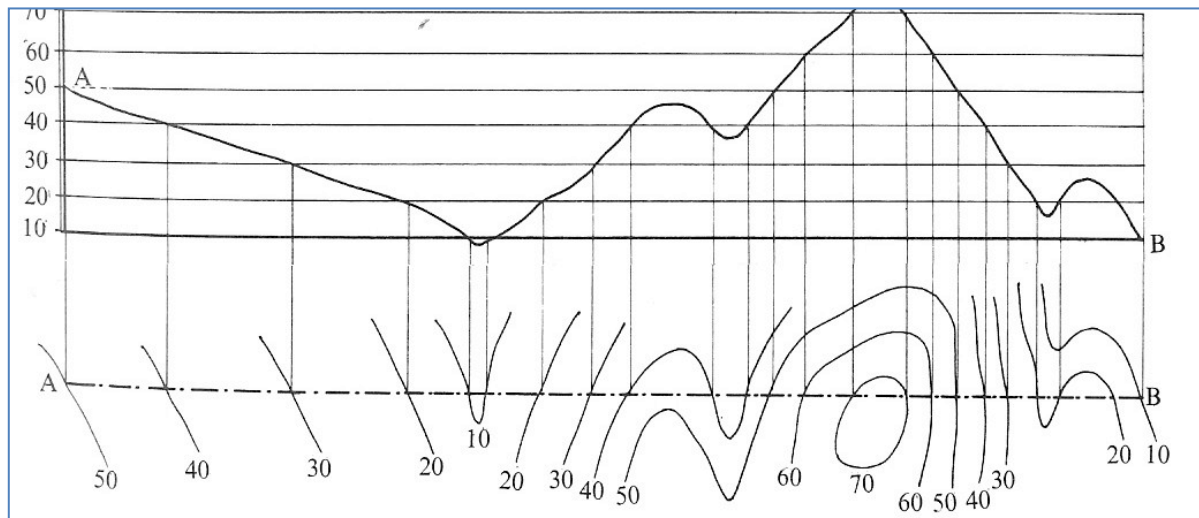
COSTA.– Parte del terreno en contacto con el mar. Si es baja y arenosa, se denomina **PLAYA**. Si es escarpada, de paredes casi verticales, se denomina **ACANTILADO**.

6.8 PERFIL LONGITUDINAL DEL TERRENO.

PERFILES: Representación gráfica del terreno al ser cortado por un plano vertical al mismo. Para obtenerlos, necesitamos tres datos; LA ESCALA, EL FACTOR DE REALCE Y LA EQUIDISTANCIA. Para dibujarlos basta con unir dos supuestos puntos A y B con una recta (llamada directriz) y luego levantar sucesivas líneas perpendiculares a esta recta en diversos puntos intermedios (C, D, E, F, ...) que cortan las distintas curvas de nivel. Sobre estas perpendiculares y a partir de una recta horizontal cualquiera (llamada base a la que se asigna la cota del punto más bajo) se toman segmentos proporcionales a las diferencias de nivel de los puntos intermedios. Uniéndolos con una línea los extremos de estos segmentos obtendremos el perfil deseado.

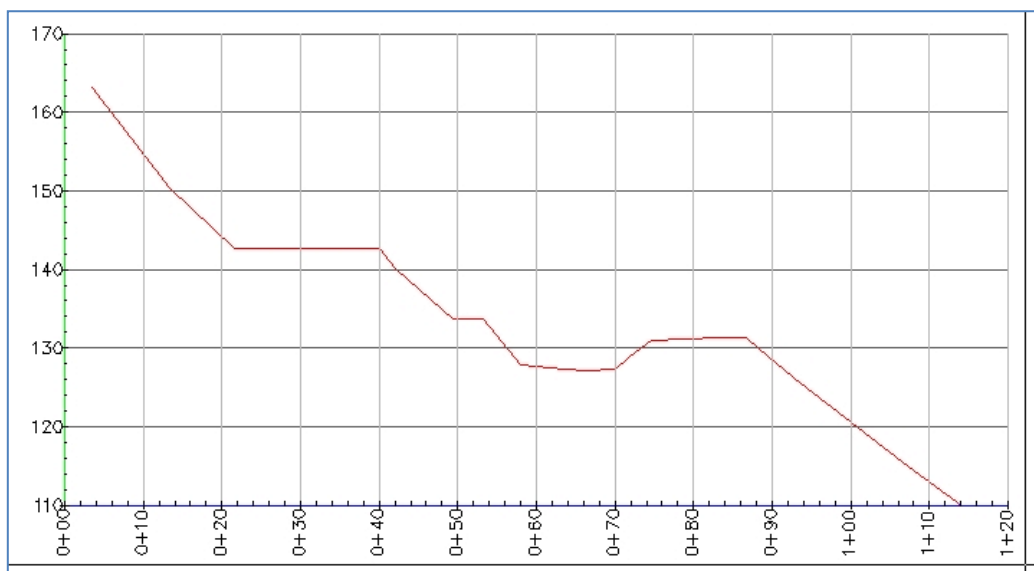
Si la escala usada para dibujar el perfil es la misma que la del plano, se obtiene un perfil natural, pero esto representa un inconveniente y es que las diferencias de nivel entre dos curvas no es muy pronunciada y por tanto la pendiente es muy suave. Para evitarlo se emplea una escala vertical mayor que la horizontal, obteniéndose un perfil realzado. El número de veces que esta escala es mayor que la escala horizontal se denomina factor de realce.

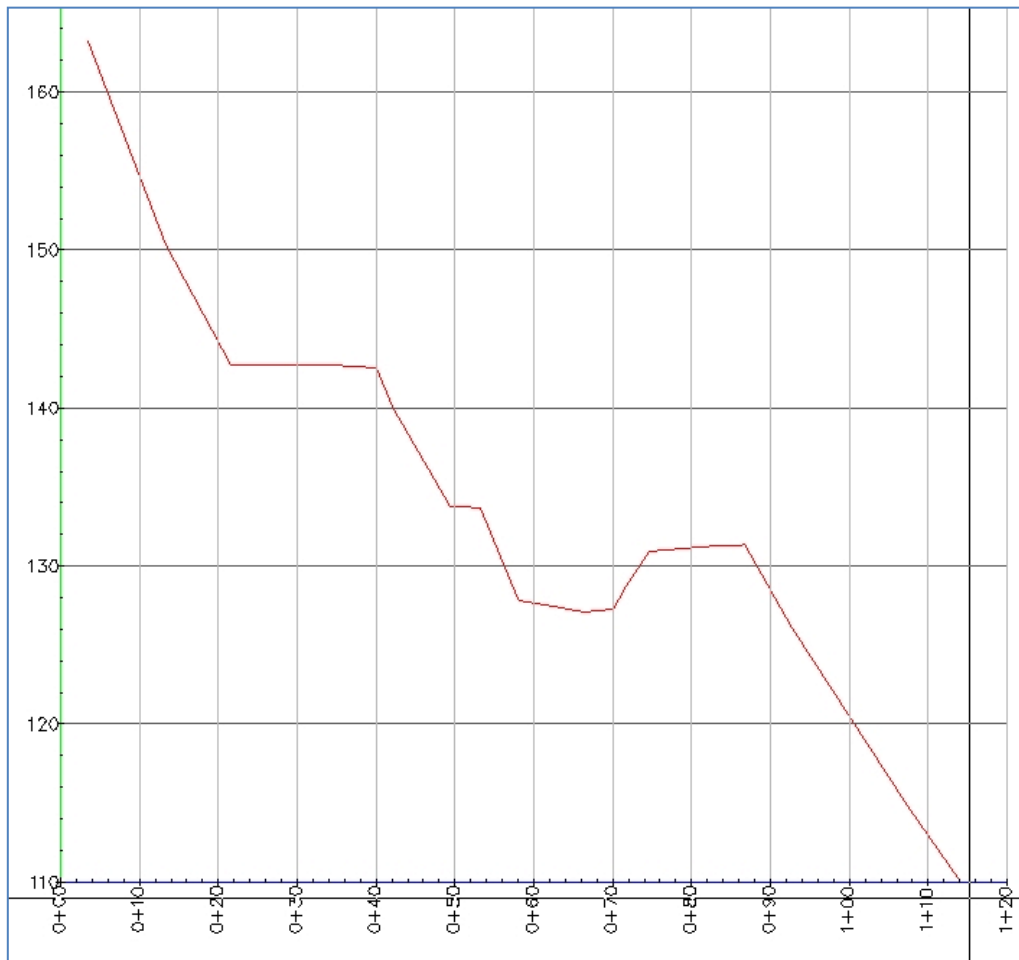
Podemos decir que el perfil de una línea es la intersección entre el plano vertical que



contiene dicha línea y el terreno.

Perfil longitudinal es el perfil a lo largo de la línea que define la sección. A veces para mejor ver el terreno y normalmente en obras lineales(carreteras,) se definen perfiles perpendiculares al longitudinal cada cierto intervalo y con un ancho a cada lado del longitudinal. Son los PERFILES TRANSVERSALES. También suelen utilizar se para cubicar, como veremos mas adelante.



Perfil longitudinal "NATURAL" (Escala horizontal = Escala Vertical)

Perfil longitudinal Realzado (Escala vertical 2 veces mayor que la vertical)

TEMA 7 REPLANTEO TOPOGRAFICO DE OBRAS

DEFINICION Y TIPOS DE OBRA. PROYECTO DE UNA OBRA. DOCUMENTACION QUE INTEGRA EL PROYECTO DE UNA OBRA. ENTIDADES QUE ACTUAN EN UN PROYECTO. REPLANTEO TOPOGRAFICO. DEFINICION. TIPOS. MATERIALIZACION DE PUNTOS. REFERENCIACION DE PUNTOS. ENCAMILLADO DE EJES. ERRORES PRODUCIDOS AL MARCAR ALINEACIONES A PARTIR DE DETERMINACIONES ANGULARES. MARCADO DE ALINEACIONES RECTAS, ANGULOS Y PUNTOS. REPLANTEO DE PUNTOS A UNA CIERTA DISTANCIA SOBRE UNA ALINEACION RECTA. DETERMINACION DE INTERSECCIONES. FORMA DE AFINAR EL MARCADO DEL PUNTO SOBRE LA ESTACA REPLANTEO DE PERPENDICULARES. DISTINTOS METODOS. TRAZADO DE PARALELAS. DISTINTOS METODOS. TRAZADO DE BISECTRICES.

7.1 DEFINICION DE OBRA. TIPOS DE OBRAS

Una obra, desde el punto de vista del técnico en topografía, es la definición geométrica de un elemento ó elementos industriales, arquitectónicos ó infraestructuras de comunicación ó transporte de fluidos, a construir en el terreno.

Tipos de Obra:

Existen muchas formas de clasificar una obra: En función de su tamaño, en función de su tipología, según su ubicación, sus condicionantes geométricos, etc.

Si clasificamos las obras en función de sus características geométricas:

- Obras Ortogonales: Donde priman las alineaciones rectas, generalmente perpendiculares entre sí: Obras de edificación, obras de urbanización, etc.
- Obras Curvilíneas: Construcción de depósitos, presas de arco, etc.
- Obras Mixtas: Carreteras, ferrocarriles, conducciones de fluidos, etc.

Atendiendo a su extensión:

- Obras puntuales: Aquellas que se sitúan en zonas limitadas de terreno.
- Obras complejas: Pueden ser concentradas ó dispersas: Grandes edificaciones, urbanizaciones, Presas, centrales térmicas, hidroeléctricas, etc.
- Obras Lineales: Vías de comunicación ó de distribución de fluidos: Carreteras, ferrocarriles, túneles, oleoductos, gaseoductos, tendidos eléctricos, etc.

7.2 PROYECTO DE UNA OBRA. DOCUMENTOS QUE INTEGRAN EL PROYECTO DE UNA OBRA. ENTIDADES QUE ACTUAN EN UN PROYECTO.

Cuando se decide la ejecución de un elemento arquitectónico, industrial, vía de comunicación, ó del tipo que sea, el primer paso que se plantea es diseñar, geométrica y mecánicamente dicho elemento, en función del tipo de terreno donde vaya a situarse, así como el estudio de las interrelaciones con el resto de infraestructuras existentes en la zona.

Un proyecto será pues un conjunto de documentos técnicos (normas, cálculos, especificaciones técnicas, anejos de cálculo, presupuestos, etc.) y de planos, que definen perfecta e inequívocamente todos los procesos de ejecución del proceso de construcción del elemento ó elementos que llamaremos obra.

Desde el punto de vista del topógrafo, nos interesaran sobremanera aquellos documentos donde se aborde la definición geométrica de la obra. En el proyecto suele encontrarse un anejo de datos topográficos, donde se encuentran, entre otros: Instrumentos empleados en los trabajos previos al proyecto con sus características correspondientes, bases de replanteo situadas en la obra, con sus correspondientes coordenadas, poligonales realizadas con sus cálculos. Si además se trata de una obra lineal, nos encontraremos la definición geométrica en planta y alzado de dichos ejes.

En el capítulo de planos, encontraremos planos de definición geométrica de la planta, perfiles longitudinales del terreno con sus correspondientes rasantes, perfiles transversales y planos de detalle de aquellos elementos cuya construcción sea singular.

Para redactar un proyecto de obra, primero se realizan ESTUDIOS PREVIOS, mediante los cuales se estudia la viabilidad de la obra (su necesidad ó no). Son necesarias cartografías de gran escala, tipo 1/50000 ó 1/25000. A continuación, se realiza un ANTEPROYECTO, en el que se va definiendo la obra en sus características generales. Para este paso, se necesitará contar con una cartografía de escalas en torno a 1/10000 ó 1/5000.

A continuación, se pasa a realizar el PROYECTO propiamente dicho, donde se realiza la definición definitiva de todos los elementos que integran la obra y se genera toda la información, tanto numérica como gráfica necesaria.

Aquí será necesario un concurso más cercano de la topografía, preparando planos de detalle, situando puntos en el terreno que sirvan como apoyo para la ejecución de la obra, encajando diversos elementos que componen la obra, etc.

Una vez aprobado el proyecto de construcción, comenzaría la EJECUCION DEL PROYECTO, labor que, desde el punto de vista de la topografía, se centrara en la

realización de los REPLANTEOS necesarios para llevar todos los datos geométricos de dicho proyecto al terreno.

Durante la ejecución de la obra, puede surgir la necesidad de cambiar ó modificar partes del proyecto. En este caso, se editaran PROYECTO MODIFICADOS ó REFORMADOS.

Las ENTIDADES que actúan en un proyecto son:

- La PROPIEDAD ó ADMINISTRACIÓN PUBLICA
- Las OFICINAS DE PROYECTOS.
- La DIRECCION FACULTATIVA, también denominados CONSULTING
- Las EMPRESAS CONSTRUCTORAS, denominadas CONTRATA.
- Los DISTINTOS ORGANISMOS OFICIALES involucrados en dicha obra.

7.3 REPLANTEO TOPOGRAFICO. DEFINICION. TIPOS.

La operación de REPLANTEO, en topografía, consiste básicamente en reponer puntos en el terreno, que por causa de los trabajos en obra han desaparecido. En líneas más generales y desde el punto de vista de la obra, replantear consiste en materializar en el terreno, todos los puntos que definen geométricamente la obra que estemos realizando, a partir de los planos del proyecto y obtenidos mediante calculo en oficina técnica.

A la hora de replantear, podremos emplear instrumentos auxiliares sencillos, como son la cinta métrica (siempre metálica), los jalones, cuerdas de albañil (llamadas de atirantar), estacas, clavos, escuadras, niveles de agua ó de albañil, etc.

Con estos instrumentos podremos realizar replanteos de muchos elementos de obra, siempre y cuando trabajemos a cortas distancias y en zonas sensiblemente horizontales. Trabajando de forma adecuada, se logran altas precisiones con este tipo de instrumentos. A estos replanteos se les conoce como REPLANTEOS EXPEDITOS.

Cuando se requiere mayor precisión, ó se debe replantear en zonas de relieve irregular ó a distancias más largas, deberemos emplear instrumentos propios de topografía, como son el nivel y el taquímetro ó estación total.

Hoy en día, y dada su difusión y precisión, se emplea el GPS para realizar múltiples replanteos, sobre todo en obras que se ejecutan en zonas despobladas.

No obstante, tanto en un caso como en otro, el técnico en topografía deberá poseer profundos conocimientos de geometría, necesaria para resolver los posibles problemas que puedan surgir a la hora de materializar los puntos.

Al replantear, primero marcaremos los puntos ó líneas que definen la planta del elemento. Una vez realizado este trabajo, pasaremos a replantear las cotas, nivelando los puntos marcados en planta é indicando, de forma grafica sobre el punto, la diferencia de nivel entre el punto nivelado y su posición definitiva.

7.4 MATERIALIZACION DE PUNTOS.

Hay que distinguir entre los puntos de apoyo para topografía, comúnmente denominados BASES DE REPLANTEO, que se habrán colocado y observado durante la ejecución de las distintas poligonales de apoyo, y los puntos que definen básicamente la posición de elementos en obra.

En cuanto a los puntos de apoyo topográficos, estos deben reunir las siguientes características:

- Deben situarse en zonas donde se asegure su permanencia en el tiempo, durante el periodo que duren los trabajos de obra.
- Deben emplearse elementos fabricados en materiales inalterables, resistentes a los agentes atmosféricos, personas ó cosas. A veces pueden emplearse materiales propios de la obra (cemento u hormigón), para realizar hitos donde situar los puntos.
- Las marcas que representes dichos puntos deben realizarse de forma fina y precisa, que definan de forma inequívoca cual es el punto marcado.
- Deben de situarse de manera que sean fácilmente estacionables. Además, deben ser visibles desde otros puntos, y a su vez, deben de tener amplia visibilidad de la zona de trabajos.
- Deben ser fácilmente localizables. Es muy importante, una vez implantados en el terreno, realizar una reseña literal y grafica de su situación, midiendo distancias a tres puntos de su entorno, y realizando una fotografía.
- La forma de nombrar los puntos de apoyo es variable, si bien, como ejemplo, se pueden nombra a las bases como BR, a los puntos de nivelación, como N, a los puntos de referencia como PR, etc.

Para puntos de replanteo de puntos ó ejes de elementos de obra:

- Para puntos, emplearemos preferentemente estacas de madera, de dimensiones, generalmente de 35 x 3 x 3 cm. Deberán clavarse en el terreno de forma que no sobresalgan más de 8 ó 10 cm.
- Deberán situarse lo más vertical que nos sea posible.
- En el caso de que correspondan a ejes de replanteo, marcaremos el punto que determina dicho eje mediante un clavo, finamente replanteado en la cabeza de estaca.
- Para ciertos elementos a replantear (bordillos, losas de hormigón, capas especiales, etc.), pueden emplearse trozos de ferralla de obra ó similar, que se clavarán lo más vertical que nos sea posible. Estos clavos serán empleados posteriormente para, sobre las líneas de cota de rasante, tirar cuerdas ó alambres para definir la rasante en el espacio.

7.5 REFERENCIACION DE PUNTOS

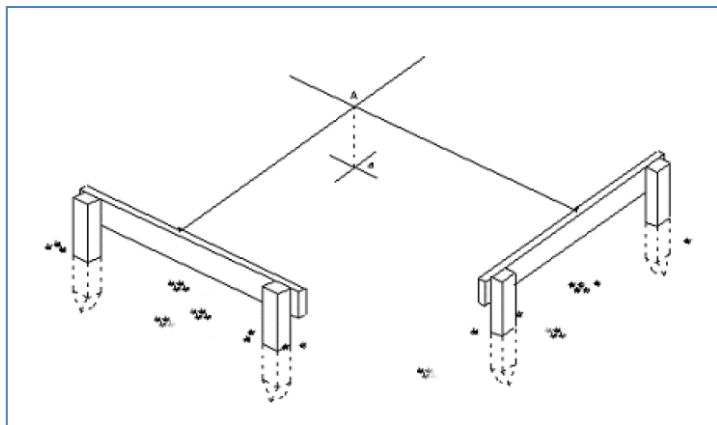
REFERIR un punto es relacionar este con otra serie de puntos auxiliares, situados cerca de él y a distancias y/o ángulos conocidos de manera que, en caso de desaparecer el punto principal, podamos reponerlo de forma rápida y segura. Para referir un punto, cuando este punto desaparecerá por efecto del avance de la obra, basta que situemos, en su misma alineación, a cada lado del punto a referenciar, y a distancias conocidas 2 ó más puntos situados en lugares que nos aseguren su futura permanencia. En función de la precisión buscada, dicha alineación la podemos materializar, bien con un teodolito ó si la precisión buscada es menor, mediante alineaciones materializadas con cuerdas.

Una vez desaparecido el punto, para reponerlo, bastara estacionar el instrumento en una de las referencias, alinearse con la otra, y medir las distancias anotadas en el momento de situar las referencias. También podremos unir las referencias con cuerdas y una vez bien tirante, con ayuda de una cinta, proceder a la medida de las distancias oportunas.

Si la precisión así lo exigiese, podríamos situar dos líneas de referencia de modo que el punto a referencia se encuentre en la intersección de las mismas.

ENCAMILLADO DE EJES.

En obras de edificación, nos encontraremos con que los elementos más importantes a replantear serán ejes, bien de zapatas, pilares, muros, etc. Además,



todas las obras de edificación comenzarán por la realización de un vaciado (excavación), por lo que las estacas replanteadas inicialmente, desaparecerán al iniciarse este. Dichos ejes además serán muy utilizados para múltiples trabajos. Por tanto, se deberán de referenciar de forma que su localización y materialización sea

clara y rápida, y además, que permanezca largo tiempo. La forma de conseguir esto es empleando CAMILLAS.

Las CAMILLAS están constituidas por dos estacas clavadas verticalmente, y unidas en su parte superior mediante un listón clavado firmemente a ellas, de forma que sobre el iremos marcando, bien mediante marcas con rotulador, hendiduras ó clavos, los distintos ejes que conforman una alineación.

La forma de proceder es la siguiente:

Primero, se realizaría el replanteo de los puntos definitorios de los ejes en el terreno, mediante estaca y clavo bien situado.

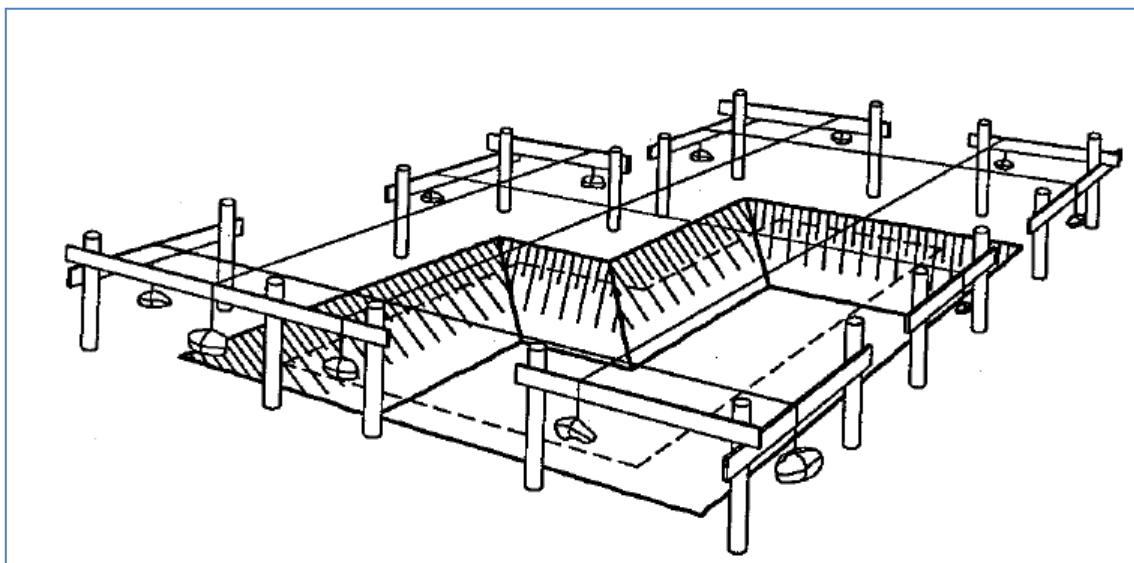
Una vez definido el eje, nos estacionaremos en uno de los extremos y alineándonos con el otro, situaremos la camilla fuera de la zona de obras y de forma que quede situada en el centro de la alineación marcada. Colocaremos el tablero transversal y sobre él, marcaremos la posición del eje (rotulándolo claramente).

Situándonos en el otro extremo, y operando de la misma forma, situaremos la otra camilla correspondiente al mismo eje.

Ambas camillas se situaran a distancias determinadas de los puntos referenciados. De esta forma, realizaremos el encamillado de todos los ejes que consideremos necesarios para la ejecución de la obra.

Una vez que, iniciados los trabajos, desaparezcan los puntos iniciales, bastara con unir los clavos ó hendiduras realizadas en la camilla correspondientes a dicho eje, mediante una cuerda de atirantar, para, mediante el empleo de una plomada física, poder referir dicho eje al fondo de la excavación, para su posterior utilización. A veces, y aprovechando la colocación de camillas, se colocan, detrás de estas y a

distancias conocidas, estacas de referencia de la misma alineación, para mayor seguridad.



7.6 ERRORES PRODUCIDOS AL MARCAR ALINEACIONES A PARTIR DE DETERMINACIONES ANGULARES

Siempre que en una operación de replanteo, empleemos un taquímetro y este se realice mediante observaciones angulares, como es el caso de marcar una perpendicular, ó una alineación que forme un determinado ángulo con otra línea de referencia, hay que tener en cuenta que en dicha operación aparecerá un error de dirección, por la indeterminación producida al visar a la referencia, así como el inherente error de lectura.

Supongamos que tenemos una alineación AB y que, por A queremos trazar una perpendicular AP a dicha alineación. Si la distancia entre A y B es corta, y además, la longitud de la perpendicular es mayor, el error producido por la indeterminación al visar al punto B, se transmitirá, ampliándose proporcionalmente, al punto marcado P.

Si llamamos:

l = distancia entre A y B (ó entre A y una referencia en la misma alineación).

L = distancia entre A y P (longitud de la perpendicular).

x = error de dirección al tomar línea a la referencia.

X = Error al marcar la perpendicular.

Se cumple, por semejanza de triángulos que:

$$\frac{x}{l} = \frac{X}{L}; X = \frac{L}{l}x$$

Es decir, que el error cometido al tomar alineación se multiplica, al marcar la perpendicular, por la relación entre la distancia de la perpendicular y la distancia de alineación.

De esto se deduce que, para cometer el mínimo error en el marcado de una perpendicular, será necesario realizar visuales de alineación lo más largas posibles, en relación con la distancia perpendicular a marcar.

Por ejemplo, supongamos que tomamos línea a 10 metros, y se nos produce un error por dirección de 5 mm. Si a continuación, marcamos la perpendicular a 100 metros, el error producido al marcar la perpendicular será:

$$X = \frac{100}{10} 5 \text{ mm} = 50 \text{ mm} = 5 \text{ cm}.$$

Es decir, el error se multiplica por 10.

IMPORTANTE: PARA MARCAR PERPENDICULARES, DISTANCIAS DE ALINEACION GRANDES, PERPENDICULARES CORTAS.

De igual forma, nos va a afectar el error de lectura al determinar el ángulo perpendicular, también nos influirá en el marcado de la perpendicular, acumulándose con el error de dirección.

Si llamamos δ al error angular de lectura cometido, el error PP_1 cometido en la determinación de la perpendicular será:

Al ser δ muy pequeño: $PP_1 = L \operatorname{tg} \delta$

Siendo: $\delta = \frac{2}{3} a$; donde a = apreciación angular del instrumento.

Es decir, el error será proporcional a la distancia L de la perpendicular.

Por ejemplo, con un instrumento de apreciación angular de 1^c , para el caso anterior:

$$\delta = \frac{2}{3} 1^c = 0,0067^g$$

Y para 100 m: $PP_1 = 100 \times 0.0067 = 0.0105 \text{ m} = 1 \text{ cm}.$

Es decir, que el error combinado puede llegar a los 6 cm, inaceptables en el caso que busquemos buena precisión (caso de marcado de ejes de avance en túneles).

7.7 MARCADO DE ALINEACIONES RECTAS, ANGULOS Y PUNTOS

A) MARCADO ALINEACIONES RECTAS

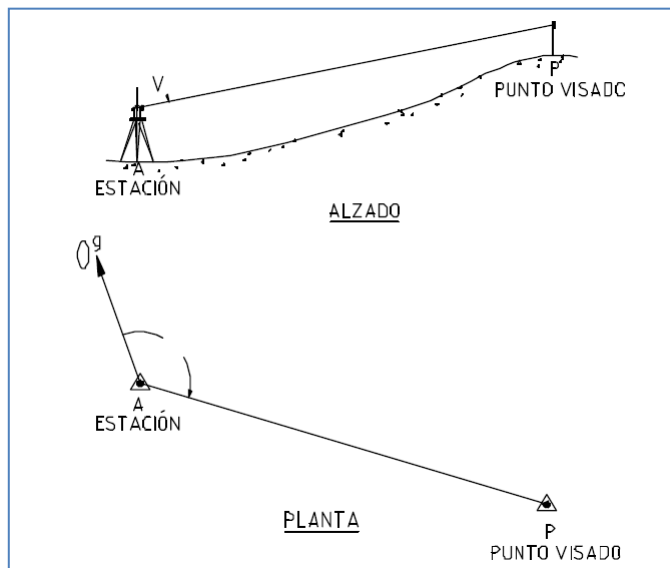
Esta operación, que en esencia es sencilla, requiere de un conocimiento previo de la metodología a seguir, así como de una serie de cuidados al realizar su trazado.

Por **ALINEACION** entendemos una serie de puntos situados en una misma recta y separados por un intervalo constante (ó no), entre ellos.

FORMAS DE MARCAR UNA ALINEACION RECTA.-

- Con **PRECISION**.- Empleando un taquímetro.
- De forma **EXPEDITA**.- Menor precisión,. Con jalones.

MARCADO DE ALINEACION RECTA CON TAQUIMETRO.



1. Estacionaremos el taquímetro en un punto A, origen de la alineación AB, determinada por el ángulo α que dicha alineación forma con una referencia R.

2. Para determinar la alineación, visaremos a la referencia, bien obligando la lectura 0 a dicha referencia y girando horizontalmente el ángulo α , ó bien, efectuando una lectura cualquiera a la referencia y luego,

sumar a dicho valor el valor angular α y definir así la alineación.

El mejor método de operar es el segundo, dado que evitaremos el posible error que se cometerá al obligar una lectura a una dirección dada. Es importante que esta operación la realicemos más de una vez, para comprobar la bondad del trabajo.

Por último, indicar lo comentado con referencia al error de dirección y de lectura en el marcado de direcciones angulares. Deberemos de elegir referencia lo más lejanas posibles, en comparación con la longitud de la alineación a replantear.

Una vez determinada la dirección de la alineación, deberemos proceder a su materialización. Para ello existen distintos sistemas:

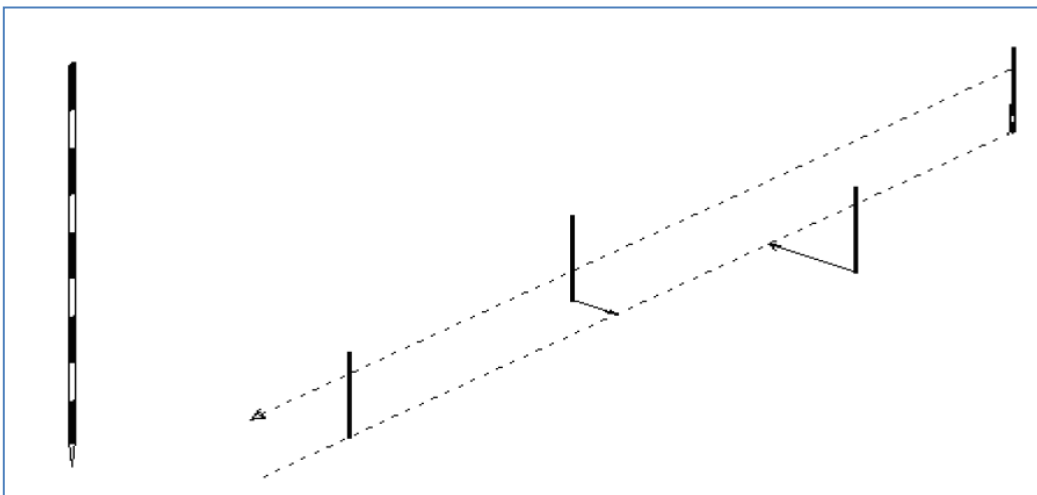
- Podremos marcarla mediante una serie de estacas con su correspondiente clavo. Para ello, iremos colocando con la estación total las estacas, con una aproximación en distancia de 1 centímetro. Una vez colocada la estaca, procederemos a colocar en su cabeza y de la forma más exacta posible, un clavo de acero que se encuentre a la distancia prefijada del punto A. Así

haremos con el resto de estacas. Este sistema es el empleado en obras lineales ó en ejes de replanteo de edificaciones.

- En edificación, o en obras singulares, como grandes cimentaciones de estructuras elevadas, etc., puede ser necesario materializar físicamente dicha alineación. Para ello, enlazaremos los distintos clavos de las estacas con cuerda de atirantar.
- En el caso de excavaciones, se suele marcar la alineación en el suelo mediante un trazo de yeso, que verteremos por encima de la cuerda. Dicho trazo no tendrá mucha precisión, pero es la suficiente para obras de excavación.
- En casos especiales, por ejemplo, en montajes industriales ó en ejecución de túneles, puede materializarse dicha alineación mediante el empleo de láseres.

MARCADO ALINEACIONES DE FORMA EXPEDITA

Cuando no se requiere mucha precisión, podemos marcar los puntos intermedios de una alineación con ayuda de jalones. Situamos dos jalones, uno en A y otro en B, extremos de la alineación a estaquillar. El operador se coloca detrás de uno de ellos de forma que, visualmente se alinee con el otro jalón del extremo. Un operador medirá la distancia entre el punto A y el primer punto a marcar, y con el jalón perfectamente vertical, se moverá a izquierda ó derecha, siguiendo las



órdenes del operador, hasta que veamos los tres jalones en línea. Esto se conseguirá cuando el jalón en A oculte a la vista el jalón

intermedio.

Es un método impreciso, y siempre se ha de tomar alineación con el punto más lejano posible, pues si no es así, se nos producirá un error de paralaje que nos aumentara mucho el error de alineación.

7.8 REPLANTEO DE PUNTOS A UNA CIERTA DISTANCIA SOBRE UNA ALINEACION RECTA.

En general, es una operación sencilla, más aun con los métodos de hoy en día. No obstante, vamos a indicar los métodos existentes así como su forma de proceder. Este es el trabajo que vamos a realizar en mayor medida en los replanteos de obra.

- MARCADO CON TAQUIMETRO Y CINTA METRICA.

(a) SI EL TERRENO ES PRACTICAMENTE HORIZONTAL

Estacionamos el taquímetro en el punto de la alineación desde donde queremos situar el punto P a una distancia dada.

Sujetamos la cinta en el clavo del punto A, por medio de la anilla, y el otro extremo se lo llevara el ayudante junto con un jalón.

Se colocará a la distancia determinada, y desde el taquímetro, le colocaremos en línea, para lo cual visaremos al jalón a la zona más baja posible, bisecándolo perfectamente.

Una vez en línea, se comprobará la distancia. Se modifica en caso necesario y se vuelve a modificar la alineación.

En el punto final, clavaremos la estaca, lo más vertical posible. Una vez situada la estaca, repetiremos el proceso para situar el clavo de alineación, siendo más preciso.

(b) SI EL TERRENO TIENE PENDIENTE.—

Se operara de igual forma, pero midiendo la distancia geométrica. Para ello, se colocará el jalón a una distancia aproximada a la buscada, tensaremos la cinta entre el eje de colimación y la punta del jalón. Realizaremos la lectura del ángulo cenital correspondiente, y calcularemos la reducida.

Con este dato, corregiremos el jalón, tanto en distancia como en línea, de forma que en dos ó tres tanteos, conseguiremos colocarlo a la distancia buscada.

- CON ESTACION TOTAL Y RADIOTELEFONOS.

Es el sistema usual de replanteo de puntos.

(a) Estacionaremos el aparato en el punto a partir del cual queremos situar el punto P a una distancia determinada.

(b) El ayudante medirá la distancia aproximada a pasos, y le colocaremos en línea.

- (c) Mediremos la distancia al prisma (nos dará la reducida). Le indicaremos la cantidad que se tiene que desplazar hacia delante ó hacia atrás. El operador marcará con el jalón el punto, y con un flexómetro, medirá dicha distancia, volviendo a situar el jalón con el prisma perfectamente calado, para su observación.
- (d) En dos ó tres intentos tendremos el punto replanteado.

Nota.- Para medir la distancia, de forma expedita, podríamos haber empleado dos jalones y una cinta, de forma que, puesto el cero en el jalón situado en el punto A, buscaríamos la mínima distancia sobre el jalón situado en el punto P. Esto sólo es aplicable en trabajos de baja precisión.

Nota.- En trabajos de gran precisión, se sustituyen las estacas por placas metálicas ancladas al terreno o superficie de hormigón mediante patillas ó tornillos. En dicha placa, marcaremos la posición del punto P mediante un granetazo. Si se replantea desde varias posiciones, podremos marcar las posibles situaciones del punto P, tomando como posición final el punto equidistante de los marcados.

7.9 DETERMINACION DE INTERSECCIONES

Para obtener la intersección de dos alineaciones y materializar dicho punto, el sistema operativo depende de si lo tiene que realizar un único operador con un taquímetro, ó bien son dos los operadores y dos los instrumentos utilizados.

(a) UN SOLO OPERADOR CON UN INSTRUMENTO.

Supongamos que tenemos ya materializadas en el terreno las alineaciones AB y CD, mediante sus respectivos puntos y que queremos proceder a la materialización de su intersección. Operaríamos de la siguiente forma:

1. Estacionamos el aparato, por ejemplo en B, y visando al punto A, coloco dos estacas auxiliares E1 y E2 aproximadamente antes y después de la previsible intersección, con sus respectivos clavos.
2. A continuación, repetimos esta operación desde D, visando a C, y colocamos de igual forma las estacas auxiliares E3 y E4.
3. Unimos cada par de estacas con cuerdas de línea, encontrándose el punto I buscado en la intersección de ambas. En dicho punto clavamos una estaca, y con ayuda de una plomada, fijamos un clavo en la vertical de la intersección de ambas cuerdas.

4. La comprobación sería estacionar en I, y visar, por ejemplo al punto B. Al campanear el anteojo, debería estar alineado también con A. Lo mismo haríamos con la otra alineación

(b) DOS OPERADORES Y DOS APARATOS.

Este sistema se denomina bisección y es el más preciso para marcar la intersección de dos alineaciones (mas que el sistema empleado de radiación por polares). Su desventaja es la necesidad de dos operadores y dos aparatos.

El proceso de actuación es el siguiente:

1. Estacionamos un taquímetro en B visando a A y otro en D visando a C. Un operario con un jalón se sitúa, aproximadamente en las inmediaciones de la intersección.
2. El operador situado en B colocara en línea el jalón. Este habrá pasado de la posición J1 a la posición J2.
3. Ahora, el operario mirara hacia el aparato estacionado en D, y desde este, se colocara en línea con él, marcando el punto J3.
4. De nuevo desde A, se volverá a colocar en línea el jalón, obteniendo el punto J4.
5. De esta forma, y por aproximaciones sucesivas, llegaremos a determinar el punto I, intersección de ambas alineaciones.
6. Una vez clavada la estaca, repetiremos el proceso para marcar el clavo que define el punto. La comprobación final será que una vez situado el jalón sobre el clavo, se vea perfectamente en línea desde los dos aparatos.

FORMA DE AFINAR EL MARCADO DEL PUNTO SOBRE LA ESTACA

Una vez clavada la estaca en el punto I, marcaríamos sobre su cabeza, dos puntos correspondientes a la alineación AB y otros dos puntos correspondientes a la alineación CD. Uniendo los pares de puntos correspondientes con trazos (con un lápiz u otro elemento que marque un trazo fino) determinaríamos la posición del punto I con gran precisión.

Se debe entender que este sistema, al igual que el comentado de bisección, son métodos muy lentos, pero muy exactos, quedando por tanto reservado para el replanteo de aquellos puntos que requieran de una alta precisión.

7.10 REPLANTEO DE PERPENDICULARES

Es un caso bastante frecuente en obra el marcar una alineación que, pasando por un punto sea perpendicular a otra alineación dada, ó bien, el trazar una por un punto de una alineación dada, una recta perpendicular a dicha alineación. En estas operaciones tendremos en cuenta lo comentado a la hora de trabajar con alineaciones referidas mediante medidas angulares (errores de dirección y lectura).

TRAZADO DE UNA PERPENDICULAR A UNA RECTA POR UN PUNTO DE LA MISMA.

Supongamos que nos dan una alineación A-P-B, perfectamente señalizada, y que nos piden trazar por

P una línea perpendicular a AB.

Lo primero que se debe hacer es comprobar que, efectivamente, los puntos A, B y P forman una única alineación.

Una vez comprobado, podemos, para obtener la perpendicular, aplicar los siguientes métodos:

10.1.- TRAZADO CON ESCUADRA DE AGRIMENSOR

10.2.- TRAZADO CON TAQUIMETRO (el más usual)

10.3.- TRAZADO CON CINTA (método expedito usado en ciertos replanteos rápidos de obra).

Dentro de este último, podemos diferenciar dos sistemas:

a.- mediante arcos desde puntos equidistantes.

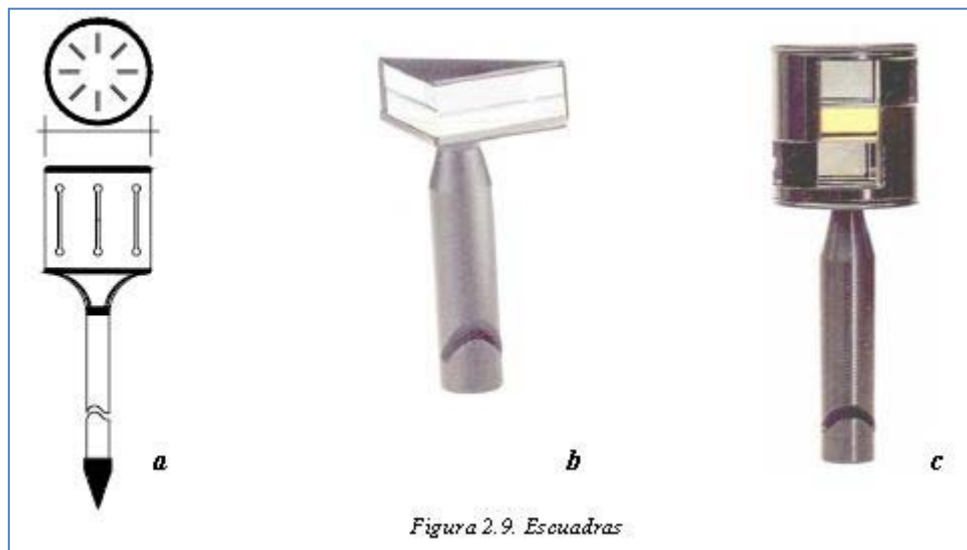
b.- Mediante aplicación de la escuadra geométrica (llamado también método egipcio).

TRAZADO DE PERPENDICULARES CON ESCUADRA DE AGRIMENSOR O ESCUADRA DE PRISMAS.

La escuadra de agrimensor consiste en un cilindro con ranuras verticales, que definen de forma precisa una serie de planos verticales, de modo que las alineaciones a través de éstas presentan 45 o 90 grados, en función de su disposición. Dicho cilindro se coloca encima de un jalón auxiliar que permite colocarla perfectamente vertical. La forma de operar es la siguiente:

- A) Situaremos la escuadra de agrimensor, perfectamente vertical, en el punto P, de forma que visemos al punto A con una de sus ranuras ó pínulas.
- B) Elegiremos la ranura que forma 100 g con la anterior y marcaríamos P'.
- C) Realizaríamos el mismo proceso mirando a B, comprobando la posición del punto P'.

Como ya se ha comentado, es un método expedito y no da mucha precisión.



Existen otros tipos de escuadras, como las escuadras de prismas, que realizan la misma función.

TRAZADO DE PERPENDICULAR CON TAQUIMETRO.

Es el método más preciso y el empleado en los replanteos de obra.

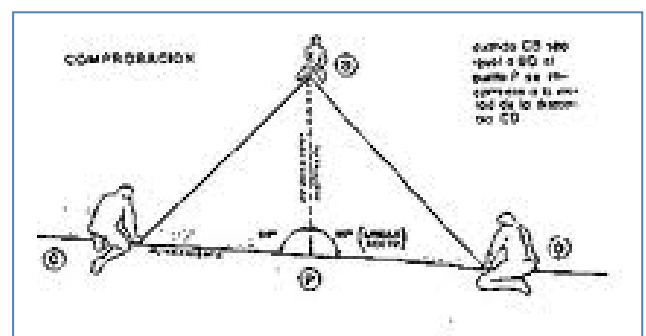
- Estacionamos en P, y visando al punto A, comprobaremos que B está en la alineación (para lo que campanearemos el anteojo).
- A continuación, y a partir de lectura obtenida para el punto A, giraremos 100 g, y marcaremos el punto P'.
- Como ya se ha comentado anteriormente, conviene que la distancia entre P y A sea bastante más grande que la distancia PP', para minimizar el error de dirección.

Conviene realizar esta operación dos veces con el fin de comprobar la precisión del trabajo realizado.

TRAZADO DE PERPENDICULAR CON CINTA METRICA.

Este sistema es aplicable siempre que se trabajen con distancias cortas y en zonas sensiblemente horizontales. Da poca precisión y es muy laborioso de realizar. La forma de operar es la siguiente:

- Lo primero que tendremos que hacer es materializar en el



terreno la alineación APB, bien con cuerda de atirantar ó bien mediante un trazo de añil (azulete) efectuado con la bota de marcar.

- Desde el punto P y hacia ambos lados de la alineación, marcamos dos puntos auxiliares M y N a la misma distancia de P.
- Desde M y N se trazan arcos con la misma distancia. De esta forma, colocaremos en su posición aproximada una estaca.
- Por tanteos, sobre la estaca, buscaremos el punto que equidista de M y N, colocando un clavo de acero.

TRAZADO DE PERPENDICULAR CON CINTA MEDIANTE ESCUADRA GEOMETRICA (METODO EGIPCIO).

Este método parte de la aplicación del Teorema de Pitágoras, que a su vez, lo obtuvo de los egipcios. Estos ya sabían que, en un triángulo cuyos lados fuesen proporcionales a las longitudes 3,4 y 5, producían en la intersección de los dos lados más cortos un ángulo recto.

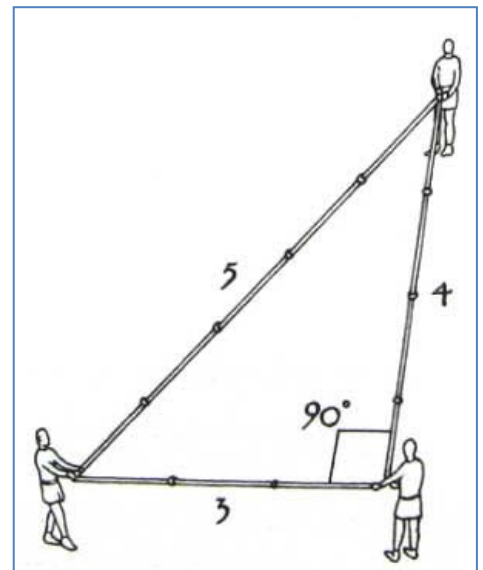
Según el teorema de Pitágoras, el valor de la hipotenusa (lado largo) al cuadrado, es igual a la suma de los cuadrados de los catetos (lados cortos). En el caso del triángulo de lados 3,4 y 5, se cumple ya que:

$$(3)^2 + (4)^2 = (5)^2, \text{ ó lo que es igual: } 9 + 16 = 25$$

Como es lógico, podremos emplear cualesquiera 3 valores que cumplan con el teorema, y se adapten a la distancia a la que queramos marcar la perpendicular. Para la realización del método necesitaremos el concurso de tres personas.

La forma de operar consiste en:

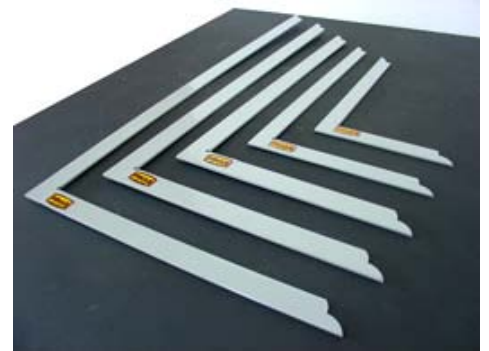
Una vez materializada la alineación, un operario se colocara, por ejemplo en el punto P, y sujetara el cero y el 12 de la cinta. Otro operario se colocara, sobre la alineación PA y marcara el punto donde la cinta marque 3 metros. El tercer operario, tomara el punto donde la cinta marque la suma de los dos catetos, es decir, 7 metros, y será el que, una vez se tense bien la cinta por parte de los tres operarios, el punto P'.



Este método, pese a ser expedito, en distancias cortas y si se tensa bien la cinta, da excelentes resultados para replanteos de obra, o como paso auxiliar para construir PARALELAS PROXIMAS a alineaciones dadas.

OTROS METODOS EXPEDITOS PARA OBTENER PERPENDICULARES

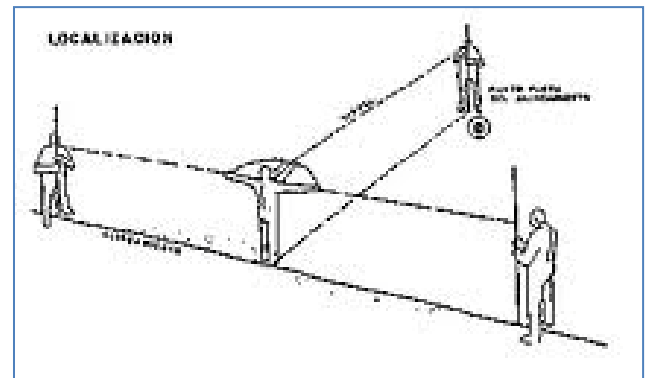
Existen instrumentos, propios de las obras de edificación, como las ESCUADRAS METALICAS, que nos permiten, para distancias muy cortas, obtener perpendiculares a alineaciones dadas. La precisión dependerá en gran medida de cómo coloquemos la escuadra sobre la alineación principal y de cómo este fabricada dicha escuadra. Hay que pensar que dichos instrumentos están sometidos al uso diario de la obra, sufriendo muchos golpes, que afectaran a la forma de dicha escuadra.



Otro método, muy basto y grosero, pero que nos sirve para situar aproximadamente el punto donde se encontrara la perpendicular, es el siguiente:

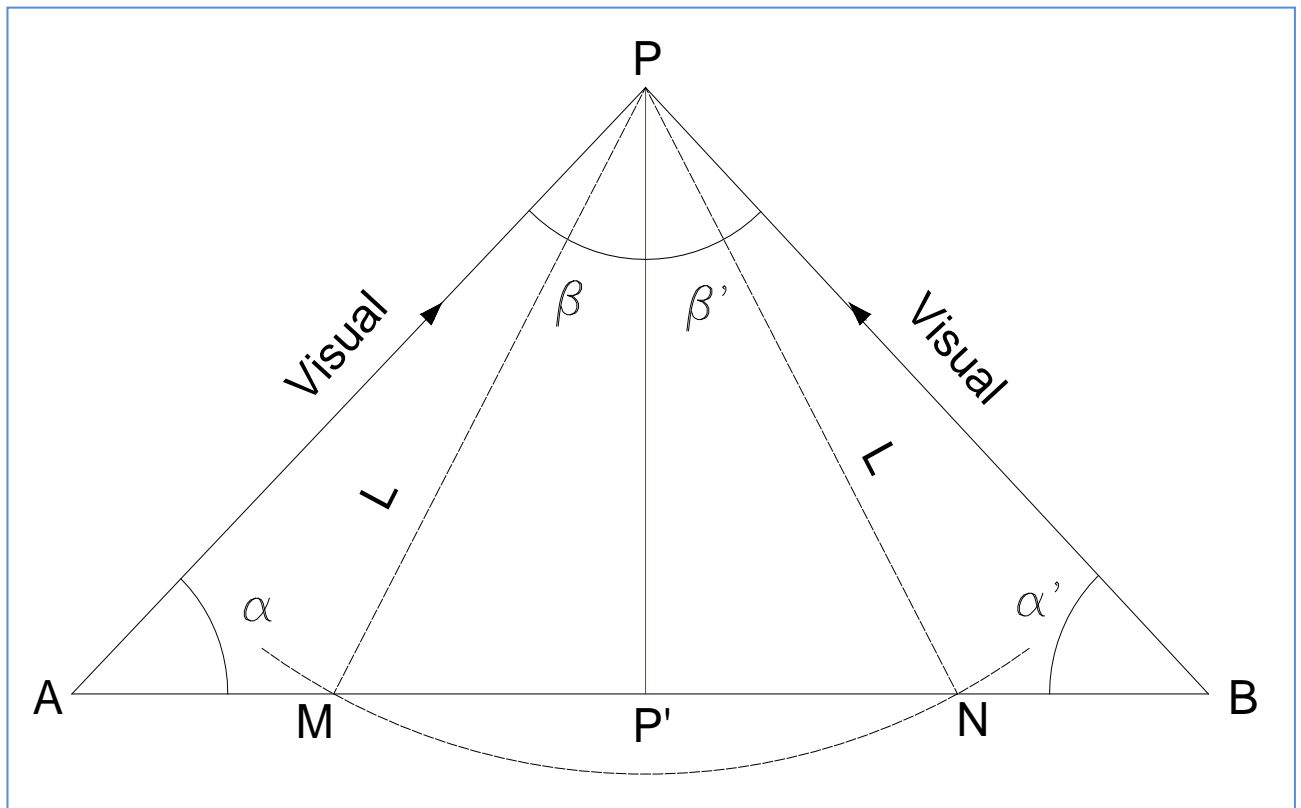
Se sitúan dos operadores con jalones en los extremos de la alineación.

Otro operador, se sitúa sobre el punto P, y, abriendo los brazos, señala con cada uno a los jalones situados en los extremos.



Cerrando los brazos horizontalmente, señalaremos el punto donde, aproximadamente, se situará el punto que define la perpendicular.

TRAZADO DE UNA PERPENDICULAR A UNA RECTA POR UN PUNTO EXTERIOR A LA MISMA.



Supondremos que tanto P como la alineación AB son estacionables (AB en toda su longitud), y visibles entre sí.

Existen los siguientes métodos:

7.11 CON TAQUIMETRO

7.12 POR TANTEO CON ESCUADRA Ó TAQUIMETRO

7.13 CON CINTA

7.14 CON TAQUIMETRO Y MEDIDAS LINEALES AUXILIARES

CON TAQUIMETRO.

Es el método más preciso y por tanto el más empleado.

Procedimiento:

- Estacionamos el taquímetro en A y visamos al punto B y al punto P, obteniendo el ángulo α .
- Sabemos que en un triángulo rectángulo: $\beta = 100 - \alpha$. Calculamos pues β .
- Estacionamos ahora en P, y visando al punto A, giramos acimutalmente el aparato hasta que marque el ángulo β . De esta forma, obtendremos el punto P sobre la alineación AB (que debería estar marcada en el terreno), ó bien,

conocida la longitud del lado AP' y los ángulos correspondientes, obtengamos la longitud PP' .

POR TANTEO CON ESCUADRA Ó CON TAQUIMETRO.

Es un método poco aconsejable a la vez que poco preciso y muy laborioso. Es necesario tener materializada en el terreno la alineación AB . Nos iremos posicionando sobre ella, bien con la escuadra ó estacionando el taquímetro, hasta conseguir que P se vea bajo un ángulo de 100^g , con referencia a dicha alineación.

CON CINTA.

Este método, que es factible en teoría, en campo se torna complicado además de poco preciso, perdiendo mucho tiempo para no obtener precisión.

- a) Con la alineación AB materializada en el terreno, trazamos, desde P , un arco con un radio L , de forma que dicha longitud sea sensiblemente mayor que la distancia entre P y P' . De esta forma materializaremos, sobre la alineación, los puntos de corte auxiliares M y N . Dichos puntos, geométricamente, estarán ambos a la misma distancia del punto P' .
- b) Medimos la distancia MN , y determinamos P' , sobre la alineación AB , en el punto medio de MN , que sería el pie de la perpendicular.

CON TAQUIMETRO Y MEDIDAS ANGULARES AUXILIARES.

Este sistema se basa en realizar las observaciones necesarias, tanto lineales como angulares, con el teodolito, para determinar los ángulos y distancias necesarios para el replanteo del punto P' .

Se puede realizar:

- Estacionando en el punto exterior P .
- Estacionando en los puntos A y B de la alineación.
- Estacionando en los tres puntos, A , B y C , con lo que tendremos comprobación directa.

a) ESTACIONANDO EN P .

- Según la figura general anterior, mediríamos el ángulo que hay entre las direcciones PA y PB , determinando así el ángulo en $P = \beta + \beta'$. Además, se medirán las distancias PA y PB .
- Ahora, por aplicación del teorema del coseno: $AB^2 = AP^2 + BP^2 - 2(AP)(PB) \cos P$.

- Una vez conocido AB, por aplicación del teorema del seno, podremos obtener el valor de los ángulos α y α' .
- Conocidos α y α' , podremos calcular $\beta = 100 - \alpha$; y $\beta' = 100 - \alpha'$.
- Con dichos ángulos podremos situar P a partir de dichos ángulos sobre la alineación AB, que debe estar materializada en el campo.

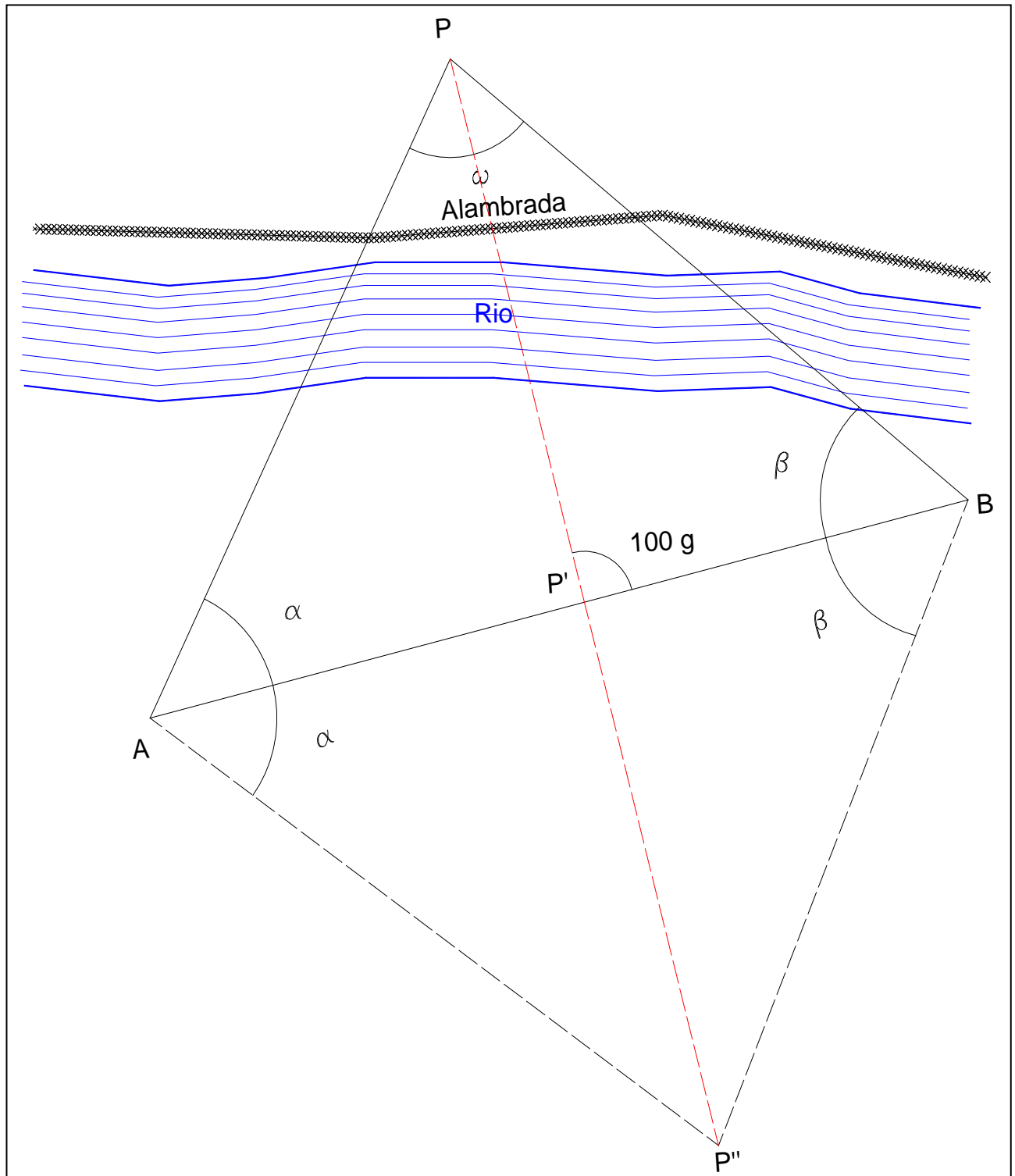
b) ESTACIONANDO EN A Y EN B

- Estacionamos en A y visando a B y a P, medimos el ángulo α , así como la distancia AB.
- Estacionamos en B y visando a A y a P, obtenemos el ángulo α' y de nuevo, AB.
- Sabemos que $\alpha + \alpha' + P = 200$. De aquí obtenemos el ángulo P.
- Con el teorema del seno, obtenemos AP y BP.
- Calculamos $PP' = AP \cos \alpha = BP \cos \alpha'$.
- Con estos datos, podremos situar P' sobre la alineación AB. Restaría estacionar en P', visar a A (ó B), meter 100 g, y comprobar que obtenemos P.

c) ESTACION EN A, B Y P.

- De esta forma, podremos tener comprobación, y en su caso compensar la suma de los tres ángulos observados del triángulo. Si medimos las distancias, también podremos ajustar el lado del triángulo. El proceso posterior de cálculo es similar al del punto B.

TRAZAR UNA PERPENDICULAR A UNA RECTA POR UN PUNTO EXTERIOR A LA MISMA, CUANDO DICHO PUNTO EXTERIOR NO ES ESTACIONABLE, PERO SI VISIBLE Y SEÑALIZABLE.



Suponemos que la recta AB es estacionable en cualquier punto y existe visibilidad entre ambos.

Además, en el punto B podremos colocar una banderola u otro elemento de señalización.

Podríamos aplicar diversos métodos:

- a) POR TANTEO
- b) CON TAQUIMETRICO, TRIANGULANDO
- c) CON TAQUIMETRICO, POR SIMETRÍAS

a) **POR TANTEO.**– Como en otros casos anteriores, el método, muy poco preciso y laborioso, consiste en moverse sobre la alineación AB materializada en el terreno, con una escuadra de agrimensor ó de prismas, ó incluso con un taquímetro, é ir tanteando puntos hasta conseguir marcar el pie de la perpendicular P'.

b) **CON TAQUIMETRICO, TRIANGULANDO.**– Es el método más indicado, por su rapidez de ejecución así como por la precisión. Consiste en lo siguiente:

- Estacionamos en A, y visando a B y luego a P, obtenemos el ángulo α .
- Estacionamos en B, y visando a A y luego a P, obtenemos el ángulo β .
- Medimos la distancia AB.
- Con los ángulos medidos: $\alpha + \beta + \omega = 200g$. De aquí, deducimos el valor de ω .
- Aplicando el teorema del seno, calculamos AP y BP.
- A continuación, obtenemos AP' y BP':
 $AP' = AP \cos \alpha$ y $BP' = BP \cos \beta$.
- Con estos valores, bien desde A ó desde B, situaremos P', pie de la perpendicular buscada.

c) **CON TAQUIMETRICO POR SIMETRÍAS.**– Este método también da precisión, y es aconsejable si se dispone de dos aparatos, y de espacio para realizarlo, lo que no siempre ocurre.

Procedimiento:

- Estacionamos en A, visando a B y a P, obtenemos α .
- Estacionamos en B, y visando a A y P, obtenemos β . Estas dos operaciones se realizarían de forma simultánea.
- Hacia el lado contrario donde se encuentra P, marcaríamos, desde A, α , y desde B, β . Donde se cortan, obtendríamos el punto P''.
- Estacionando en P'' y visando a P, marcaríamos el punto P' sobre la alineación AB.

7.11 TRAZADO DE PARALELAS

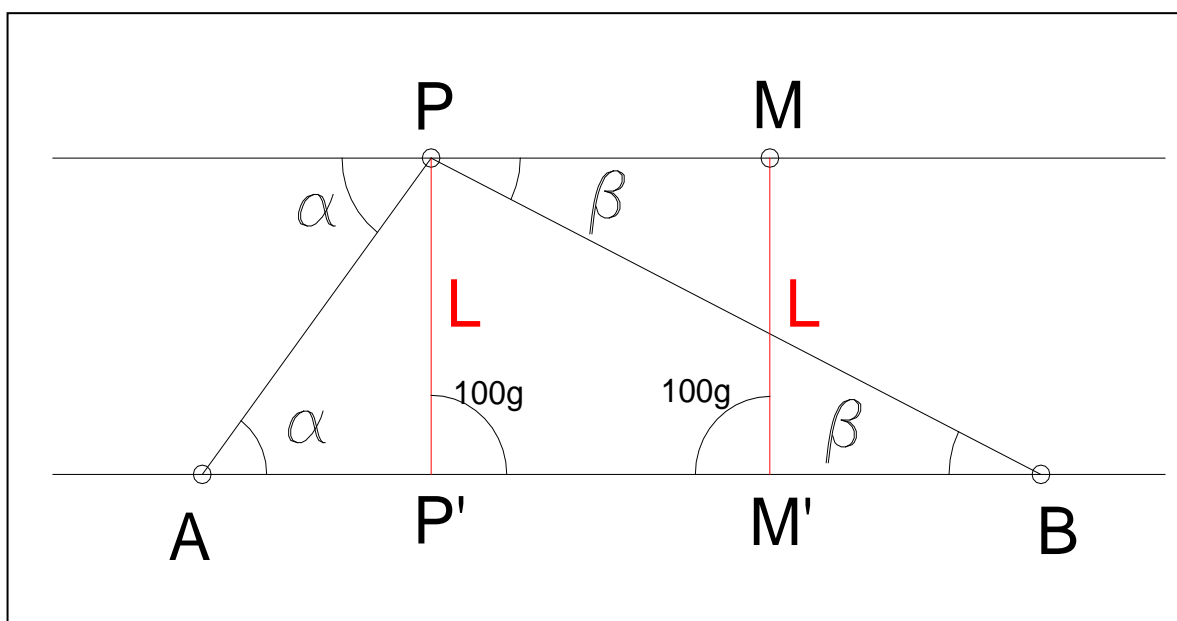
Esta operación se suele realizar cuando queremos trasladar ejes ya marcados a una determinada distancia para evitar que desaparezca durante la ejecución de la obra. En definitiva, estaremos **RETRANQUEANDO** el eje.

RETRANQUEAR es desplazar un eje paralelamente a sí mismo, una distancia determinada.

TRAZADO DE UNA PARALELA A UNA ALINEACION DADA POR UN PUNTO P EXTERIOR A LA MISMA. (PUNTO P ESTACIONABLE)

Se puede realizar:

- CON TAQUIMETRO
- CON CINTA (PARALELA PROXIMA).



a) CON TAQUIMETRO

Tanto A como B como P son puntos estacionables y visibles entre sí.

- Estacionamos en A, visamos a B y a P, y obtenemos el ángulo α .
- Nos estacionamos en P, visamos al punto A, y metemos el ángulo α .
- La alineación así definida será paralela a la alineación dada AB.
- Conviene:
 - o Comprobar haciendo lo mismo desde B.
 - o Una vez definida la paralela, podemos marcar por P la perpendicular a la alineación AB, obteniendo la distancia L. Por un punto auxiliar M de la paralela, trazáramos otra

perpendicular a AB, obteniendo M', que debe estar a una distancia L del punto M.

b) CON CINTA (PARALELA PROXIMA)

Ya hemos visto su utilidad cuando se tiene que realizar una perpendicular a una alineación no estacionable. Como en dicho caso, el método más preciso consiste en trazar, en dos ó más puntos, escuadras geométricas, por aplicación del teorema de Pitágoras (método egipcio).

Como las distancias a las que marcaremos la paralela serán pequeñas, los pequeños errores de indeterminación en el trazado de la perpendicular no nos afectarán en el trazado de la paralela.

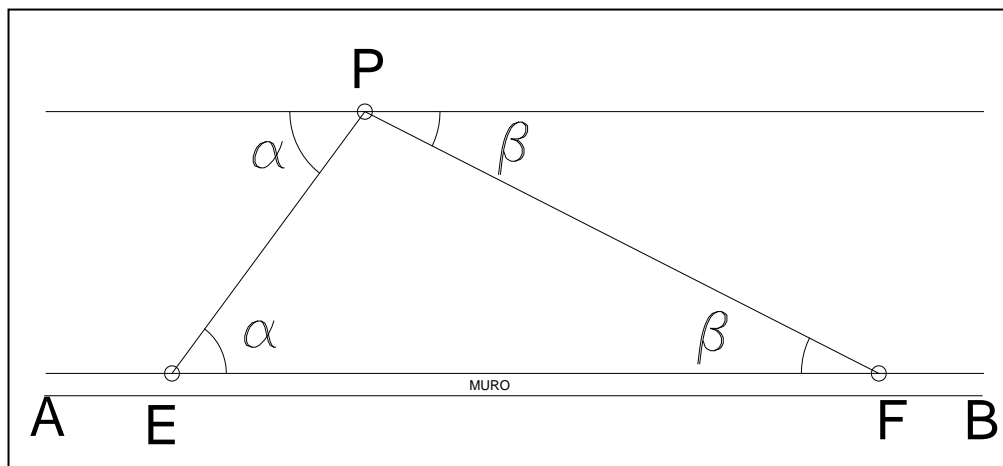
TRAZADO DE UNA PARALELA A UNA ALINEACION RECTA NO ESTACIONABLE EN NINGUNO DE SUS PUNTOS, DESDE UN PUNTO P EXTERIOR.

Los métodos a aplicar pueden ser:

- a) CON TAQUIMETRO, DESDE P
- b) TRAZANDO UNA PARALELA PROXIMA, y aplicar el método anteriormente explicado.

a) CON TAQUIMETRO, ESTACIONANDO EN P.

- Marcaríamos en el muro, dos puntos auxiliares, E y F.
- Estacionando en P, miraríamos el ángulo definido entre E y F, que llamaremos ω .
- Mediremos la distancia entre E y F (distancia horizontal).
- Con estos datos, con el teorema del seno, calculamos los ángulos α y β .
- Con el taquímetro estacionado en P, visando a E, marcaríamos α . Comprobaremos a través de F.



b) TRAZANDO PARALELA PROXIMA.

Trazaríamos, mediante escuadras geométricas, una paralela próxima a AB, de forma que sobre ella podamos estacionar. Ya solo restaría aplicar el método ya descrito con anterioridad.

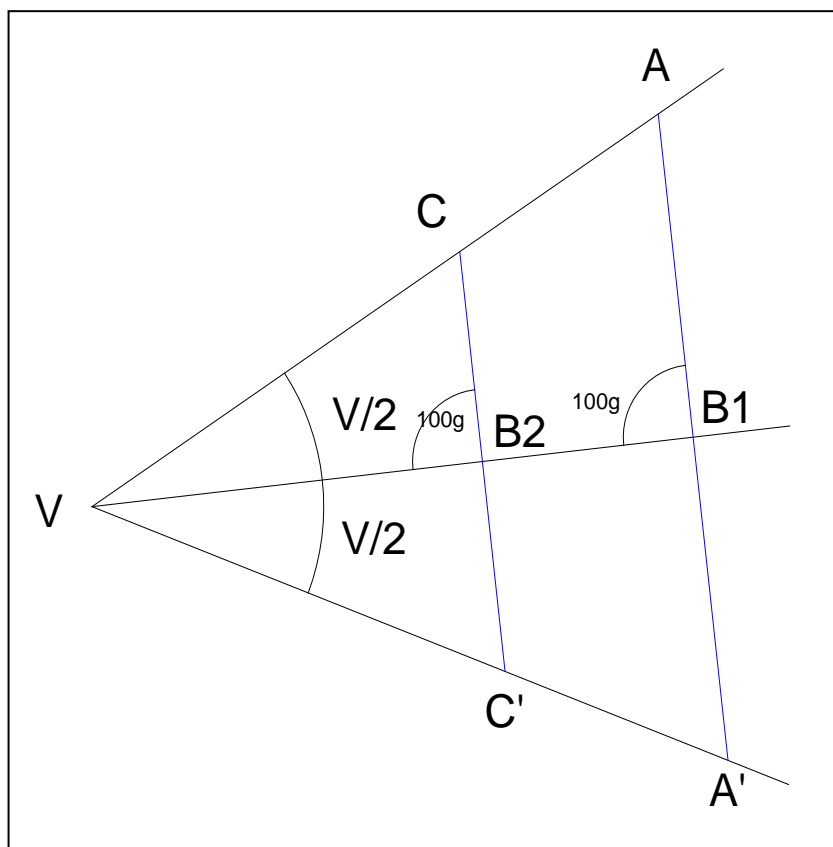
7.12 TRAZADO DE BISECTRICES

BISECTRIZ: Línea que divide en dos partes iguales a un ángulo.

TRAZADO DE LA BISECTRIZ DE UN ANGULO CON VERTICE ESTACIONABLE

Los diversos métodos que existen son:

- a) CON TAQUIMETRO
- b) CON CINTA

a) CON TAQUIMETRO

Estacionaríamos en V, y visando a A y a C, determinamos el ángulo en V. Calculamos la mitad de dicho valor y lo obligamos en el aparato, obteniendo la bisectriz VB_1 .

b) CON CINTA.-

Para trabajos de poca precisión, pero muy útil en el caso de que el vértice V no sea estacionable, por ejemplo, en el que las alineaciones VA' y VA sean dos tapias ó vallados.

La forma de proceder es la siguiente:

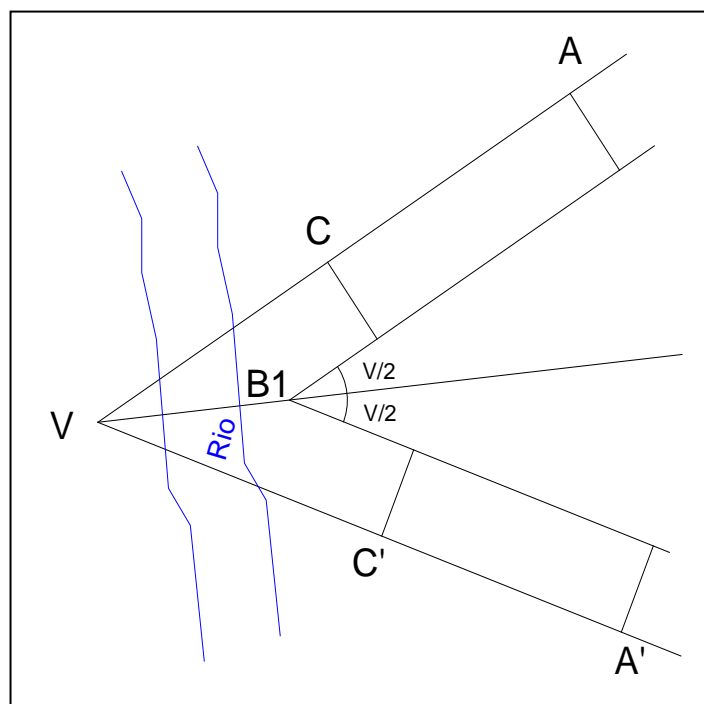
- Sobre la alineación VA, nos llevamos dos distancias, VC y VA.
- Sobre la alineación VB, nos llevamos distancias iguales a las anteriores, VC' y VA', es decir, $VC = VC'$ y $VA = VA'$.
- Unimos C con C'. En su punto medio, marcamos B₂. Unimos A con A'. En su punto medio marcamos B₁. La línea B₁B₂ es la bisectriz buscada.

TRAZADO DE LA BISECTRIZ DE UN ANGULO CON VERTICE V NO ESTACIONABLE, PERO VISIBLE.

La resolución de este problema depende de si podemos estacionar ó no en puntos de las alineaciones que definen el ángulo.

- a) Si podemos estacionar en puntos de las alineaciones, trazaríamos paralelas a dichas alineaciones, de forma que podamos definir su intersección B₁. Para trazar estas paralelas, lo que haríamos por los puntos de las alineaciones es trazar perpendiculares a la misma distancia L.

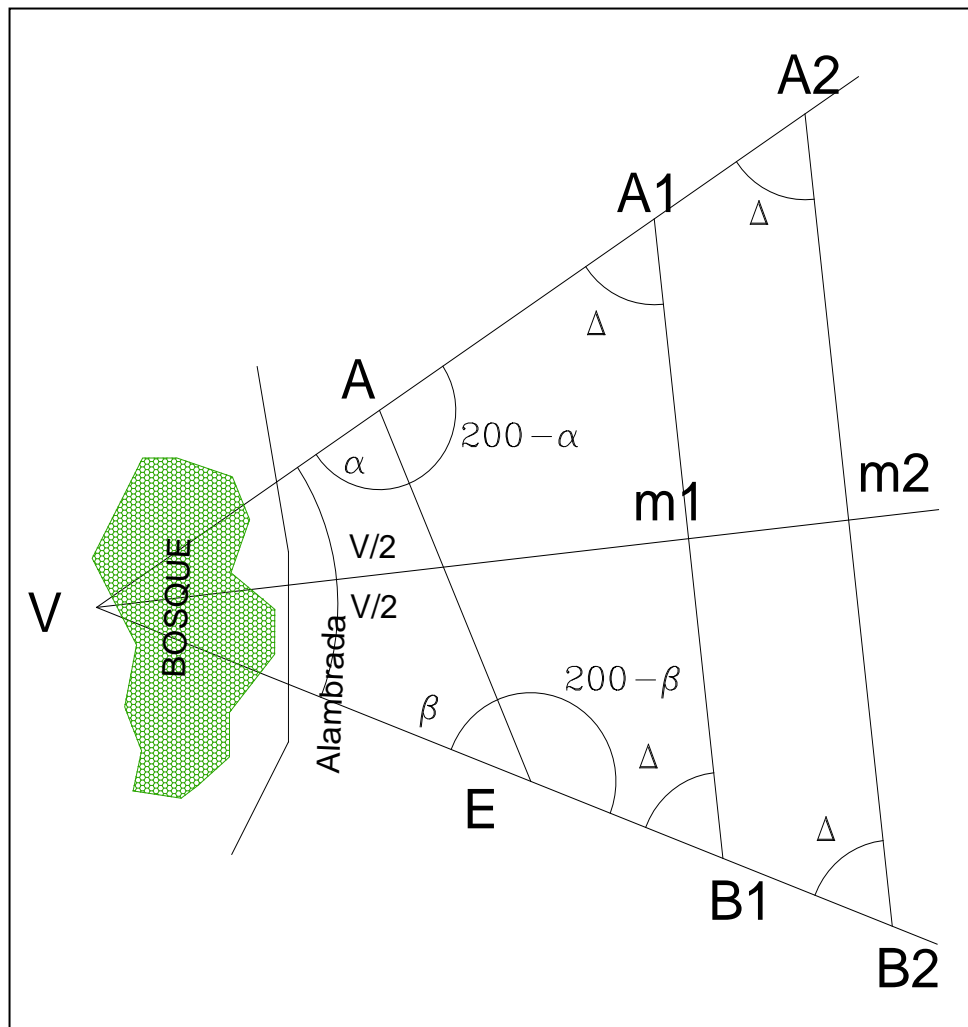
Una vez definido el punto B₁ por intersección de las paralelas, estaríamos en un caso de determinación de la bisectriz ya visto.



Si V no fuese visible, deberíamos repetir la operación con otras dos paralelas, obteniendo un segundo punto B2, y uniendo ambos puntos, definiríamos la bisectriz.

Si las alineaciones no fuesen estacionables, deberíamos recurrir como paso previo a la paralela próxima, para luego realizar todo el proceso de igual forma.

TRAZADO DE LA BISECTRIZ DE UN ANGULO SIN CONOCER NI PODER OBSERVAR SU VERTICE V.



- Estacionamos en A y visando a E y a la alineación VA_2 , leemos el ángulo $200-\alpha$.
- Estacionamos en E y visando a A y a la alineación VB_2 , obtenemos $200-\beta$.
- Con esto, tendremos α y β . Con estos valores, podemos deducir $V = 200-(\alpha+\beta)$.

- Ahora, si suponemos un triángulo isósceles VA_1B_1 , tendremos que $V + \Delta + \Delta = 200g$.
- Desde un punto A_1 cualquiera de la alineación VA_2 , obligaremos visando a A , la lectura angular Δ . Esta alineación nos cortara a la alineación VB_2 en otro punto B_1 cualquiera, que formará con VA el mismo ángulo Δ . El punto medio de AA' , m_1 , será un punto de la bisectriz.
- Repitiendo el proceso con otros dos puntos cualquiera, obtendremos otro punto de la bisectriz, con lo que queda completamente definida. (m_2).

TEMA 8 REPLANTEOS PLANIMETRICOS

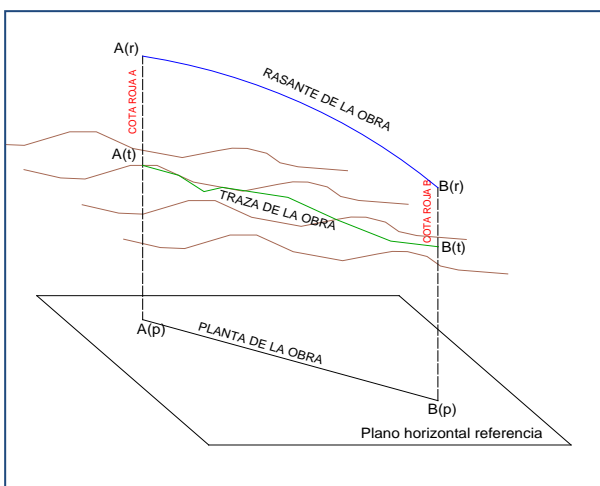
METODOS DE REPLANTEO. CONCEPTOS DE PLANTA, TRAZA Y RASANTE. CONCEPTO DE COTA ROJA. DESARROLLO DE UN PROYECTO DE OBRA. CALCULO DE UN REPLANTEO. METODOS DE REPLANTEO PLANIMETRICOS. EJEMPLO CALCULO ANALITICO DE UN REPLANTEO PLANIMETRICO. ERRORES Y PRECISIONES DE UN REPLANTEO. TRANSFORMACION DE UN REPLANTEO GRAFICO EN ANALITICO. PLANIMETRIA DE OBRAS. TIPOS DE COORDENADAS EMPLEADAS EN REPLANTEOS DE OBRAS. TRANSFORMACION DE COORDENADAS. CALCULO DE UN ESTADO DE ALINEACIONES. CURVAS EMPLEADAS EN LA DEFINICION EN PLANTA DE UN PROYECTO. CURVA CIRCULAR. ELEMENTOS DE LAS CURVAS CIRCULARES. CALCULO DE LOS MISMOS. METODOS DE REPLANTEO INTERNO POR TRAZA DE UNA CURVA CIRCULAR. CURVAS CONICAS. CURVAS DE TRANSICION. LA CLOTOIDE. ESTUDIO DE LA CLOTOIDE. TIPOS DE ENLACES

8.1 METODOS DE REPLANTEO

Un proyecto de ingeniería consiste en la definición geométrica de una serie de puntos que están relacionados entre sí y con el entorno que los rodea.

Replantar es hacer topografía al revés, es decir, materializar en el terreno los puntos que definen el proyecto de la obra. Para ello, deberemos aplicar los métodos necesarios para cada caso, así como el material idóneo para cada situación.

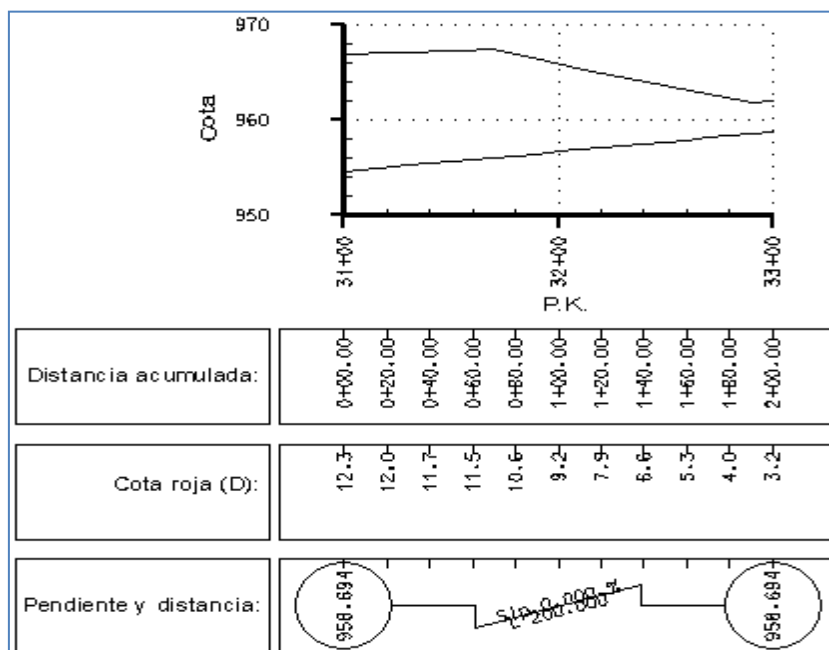
En todo proyecto, primero se replanteará la posición planimétrica de los puntos que definen el terreno. Una vez situados en el terreno en su posición en planta exacta, se pasará a efectuar el replanteo en altimetría, comparando las cotas de los diversos puntos materializados con la cota que figura en el proyecto constructivo.



8.2 CONCEPTO DE PLANTA, TRAZA Y RASANTE.

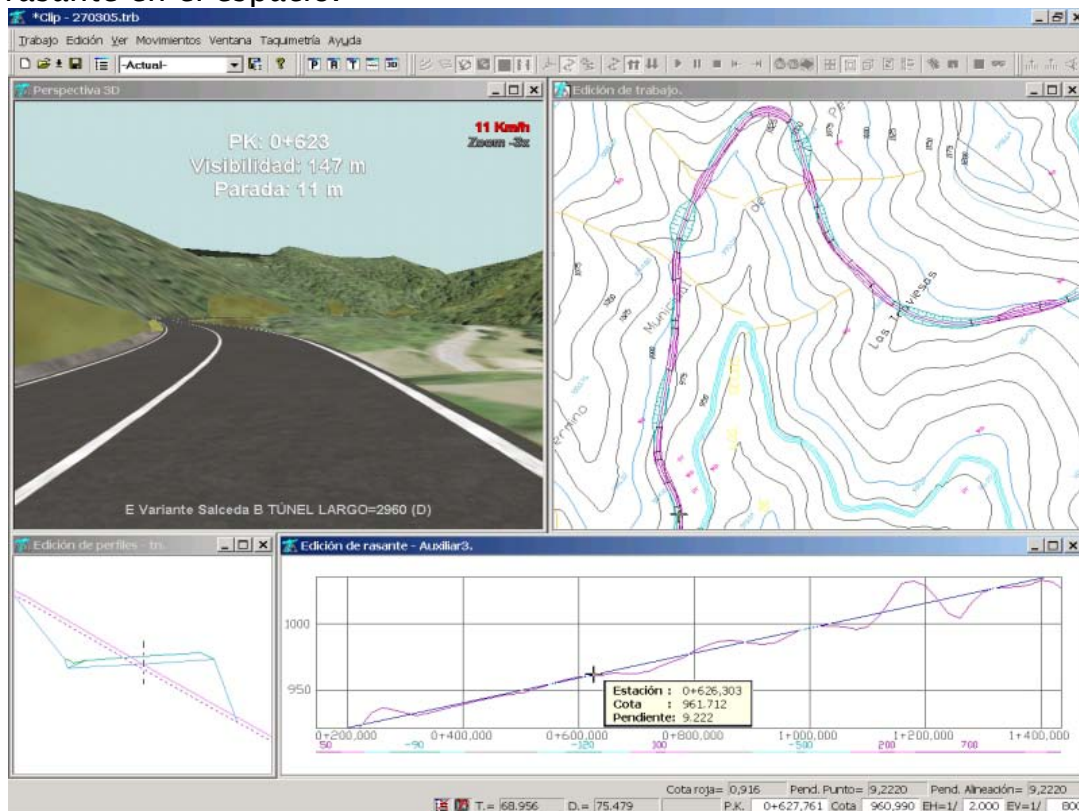
Un punto cualquiera del proyecto, ocupará tres posiciones, según el estado de replanteo en el que nos encontremos:

PLANTA.– Es la proyección del punto considerado sobre un plano horizontal. Si denominamos al punto A, su proyección en planta será A_H . En obra civil, el plano



8.4 DESARROLLO DE UN PROYECTO

- 1.- Se proyecta primeramente la planta, dibujándola sobre un plano topográfico base.
- 2.- Se procede a la definición geométrica de la misma.
- 3.- Se calcula analíticamente la planta, obteniendo las coordenadas planimétricas del proyecto.
- 4.- Se estudia la altimetría del proyecto, a partir de la topografía del plano base.
- 5.- Se realiza el replanteo planimétrico de la planta, con lo que obtendremos la traza de la obra.
- 6.- Se nivela el terreno correspondiente a dicha traza, obteniéndose las cotas del terreno con las que definiremos el perfil longitudinal de la traza de la obra.
- 7.- Sobre este perfil longitudinal, se proyecta la rasante del proyecto. (En general, esta operación se puede realizar y se realiza de hecho a partir de la topografía del plano base de la obra, a partir de datos gráficos).
- 8.- Relacionando la rasante proyectada con el terreno, obtendremos las cotas rojas.
- 9.- A partir de las cotas de rasante, ó de las cotas de la traza y de las cotas rojas, se replantean los puntos altimétricamente, marcando en el punto del terreno la elevación ó depresión indicada por la cota roja, obteniendo así la posición de la rasante en el espacio.



I.- Ejemplo planta, alzado, perfil y vista fotográfica generado por CLIP

8.5 CALCULO DE UN REPLANTEO

El cálculo analítico de un replanteo consiste en la obtención de los datos (ángulos, azimutes, distancias ó diferencias de cotas) necesarios para poder ejecutar en campo el replanteo propiamente dicho, a través de los distintos sistemas de replanteo existentes.

En la actualidad, y dado el auge y precisión de estaciones totales ó GPS, los datos necesarios para replantear son directamente las coordenadas X, Y, Z de los puntos que integran el proyecto

El trabajo de replanteo está condicionado por una serie de factores:

- La topografía del plano base
- Calidad del plano base
- Características topográficas del terreno
- Medios de trabajo disponibles
- Condiciones meteorológicas
- Condiciones propias del proyecto

El replanteo es una de las operaciones más importantes de la obra. Un replanteo bien realizado ahorra costes, evita demoras y puede acelerar el proceso constructivo. El replanteo debe por tano planificarse adecuadamente y emplear para realizarlo los aparatos, métodos y precisiones requeridas en cada caso. Un mal replanteo generara todo tipo de problemas, que afectaran, directamente, a la marcha de la obra.

A veces, los datos de replanteo se obtienen gráficamente sobre el plano del proyecto. Esta opción es desaconsejable, por los errores que se producen.

8.6 METODOS DE REPLANTEO PLANIMETRICO.

Los métodos que se emplean para el replanteo son:

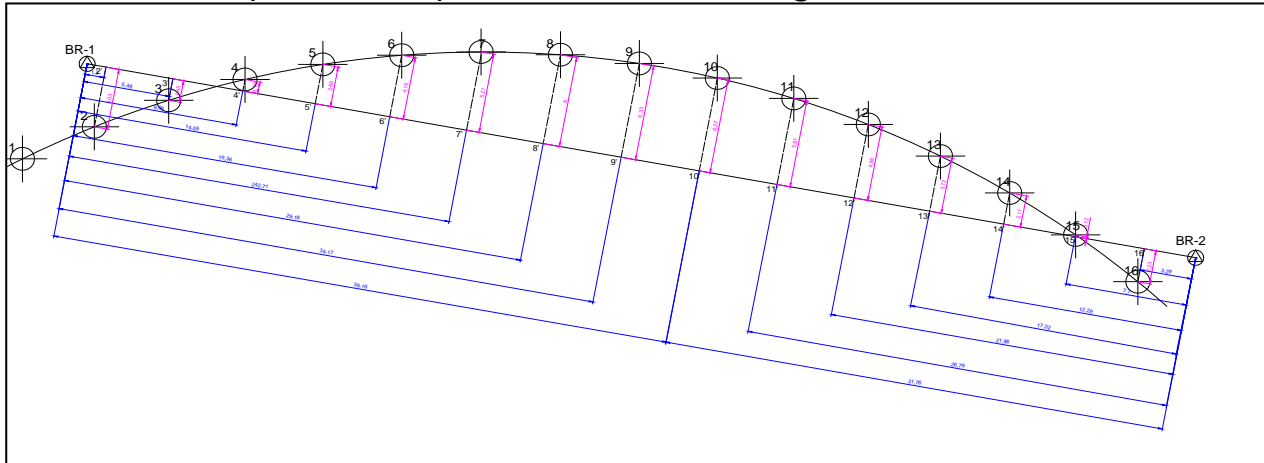
- a) Por abcisas y ordenadas respecto a una base
- b) Por polares
- c) Por intersección.
 - Intersección angular directa de dos visuales. Bisección.
 - Intersección angular directa múltiple. Polisección.
 - Intersección de distancias.
- d) Por coordenadas rectangulares con respecto a una cuadrícula
- e) Por combinación de métodos.

a.- POR ABCISAS Y ORDENADAS CON RESPECTO A UNA BASE

El método consiste en calcular la abcisa y ordenada del punto P a replantear sobre la base AB. De esta manera, definiremos el punto H, pie de la perpendicular obtenida al proyectar P sobre la base.

ABCISA del punto P, sobre la base AB.- Distancia AH (tomando como origen de replanteo la base A).

ORDENADA del punto P, respecto a la base AB.- Segmento PH, medido sobre la



normal.

Método operatorio: Se estaciona en A, se visa a B, y marcamos la distancia AH. Definido H, estacionamos en él, y visando a A (ó B), marcaríamos 100g, y sobre esta perpendicular, marcáremos la distancia HP, obteniendo el punto P.

Error del método: Al trabajar con perpendiculares, habrá que tener cuidado con el error de dirección producido. Hay que procurar trabajar con perpendiculares más cortas que las alineaciones.

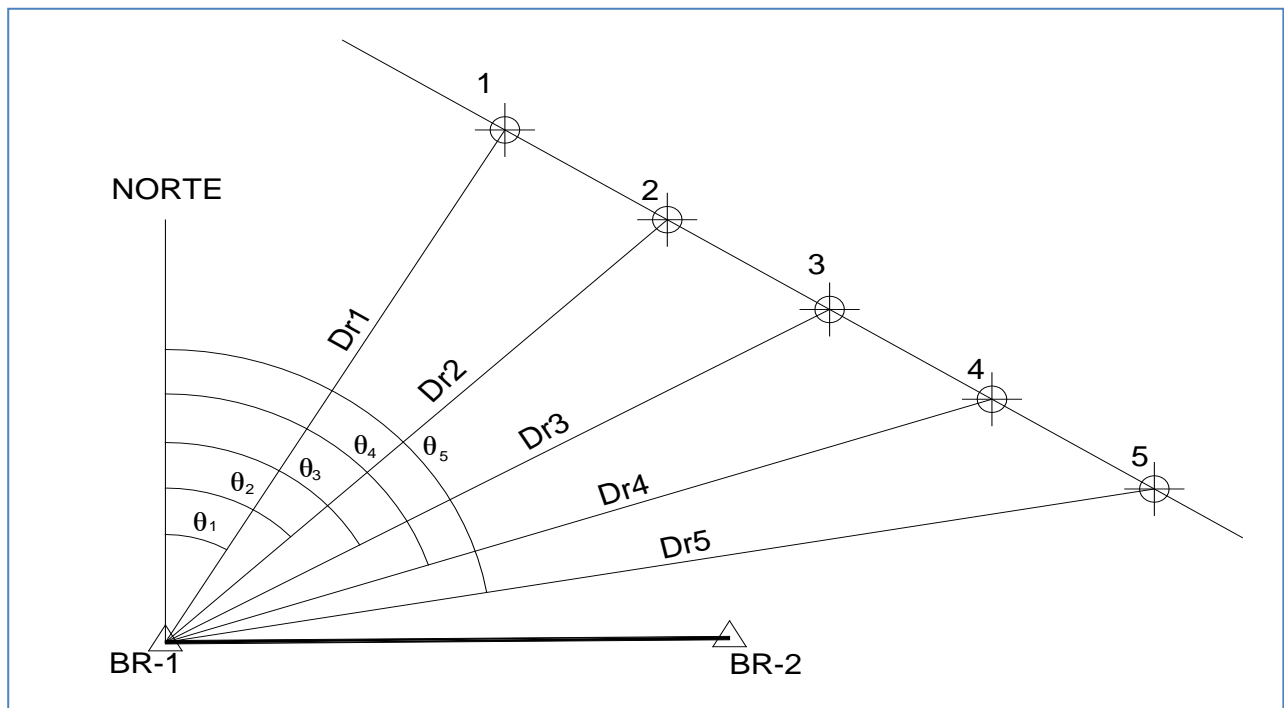
Ventajas del método: Simplicidad de realización. En caso de poca precisión, puede ser realizado por personal auxiliar y con instrumentos expeditos: escuadras, jalones y cintas.

Inconvenientes del método: Para cada punto a replantear, hay que marcar otro auxiliar en el pie de la perpendicular. Aumenta el tiempo de ejecución y propicia el aumento de errores.

b.- REPLANTEO POR POLARES DESDE UNA BASE DE REPLANTEO

Es el sistema que se emplea generalmente en todos los replanteos, dado el auge del uso de estaciones totales, que aúnan una gran precisión angular con una gran precisión en la medida de distancias.

Consisten en replantear los puntos a partir del conocimiento del azimuth y la distancia al punto replanteado, desde la base de replanteo donde estacionamos.



Método Operativo: Para realizarlo, estacionaremos el taquímetro en una base de replanteo A, visaremos para orientar con una referencia conocida ó con otra base de replanteo B. A continuación, giraremos el aparato hasta que su lectura angular coincida con el azimut del punto, y en esa dirección situaremos el punto P, a través de mediciones de distancias.

También se puede preparar un listado de ángulos polares, con referencia 0g a la base B, para todos los puntos a replantear, junto con las distancias reducidas correspondientes.

Errores del método: Al ser un método donde se realizan mediciones angulares, habrá que tener en cuenta el error de dirección y el error de lectura, ya visto. Por ello, las distancias a las que se radie deben de ser menores que la distancia a donde orientemos. Además nos influirá el posible error al medir la distancia. De esta forma, se nos configurara una elipse de error.

Por ejemplo, supongamos que visamos a 100m cometiendo un error lineal de 2 mm, empleando un teodolito de apreciación de 0.0010 g

Vamos a suponer que el error angular del aparato sea:

$$\varepsilon_a = \sqrt{E_d^2 + e_l^2}$$

Los otros dos errores, el de puntería y el de verticalidad, serán de hecho muy pequeños y los vamos a obviar.

El error de lectura es 2/3 de la apreciación = $(2/3)0.0010 = 0.000666$

El error de dirección = $\arctg(0.002/100) = 0.001273$

El error angular total será = 0.001436 g, que puesto en mm será = $\text{tg } \epsilon \times L = 0.002 = 2 \text{ mm}$.

El error longitudinal será el propio del distanciómetro, por ejemplo 5mm.

Hay que tener cuidado con el error de dirección.

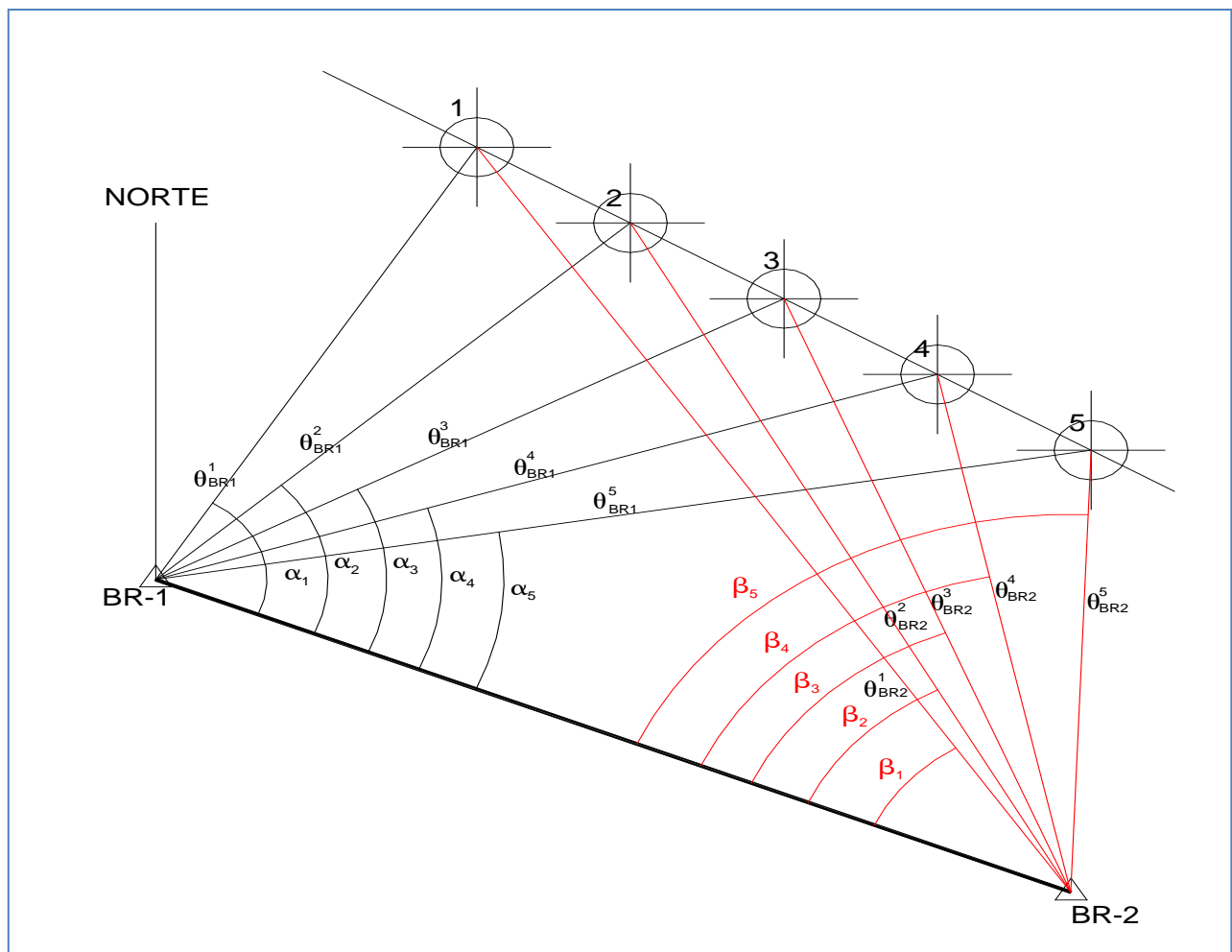
Ventajas del método: Es el método más rápido de todos. Desde un único punto de estación se replantean múltiples puntos

Inconvenientes del método: Surge en la medida de distancias, sobre todo si son largas y no tenemos distanciómetro.

c.1.- REPLANTEO POR INTERSECCION ANGULAR DIRECTA DE DOS VISUALES. METODO DE BISECCION.

El método consiste en replantear un punto por intersección de dos visuales, lanzadas de sendos aparatos estacionados en dos bases de replanteo.

Método Operativo.– Se estacionan dos taquímetros, uno en la base A y otro en la base B, de forma que el de A orienta a B y viceversa. La dirección al punto P se



puede marcar de dos formas:

- A través de los respectivos azimutes a P desde A y B

- A través de los ángulos α y β que forman las respectivas visuales con la base de replanteo AB

Una forma de eliminar el posible error de dirección es orientar los aparatos, no a los puntos del terreno, sino a las imágenes de las cruces filares de sus respectivos aparatos. Esto se denomina una cuasi autocolimación óptica. Se consigue después de dos o tres tanteos.

Análisis del método: En este método no se necesita para nada las distancias al punto, empleando tan solo medidas angulares. Ha sido considerado hasta hace poco tiempo el método más preciso para replantear, hasta haber sido desbancado por los replanteos polares con las actuales estaciones totales (antiguamente, se medían los ángulos con más precisión que las distancias).

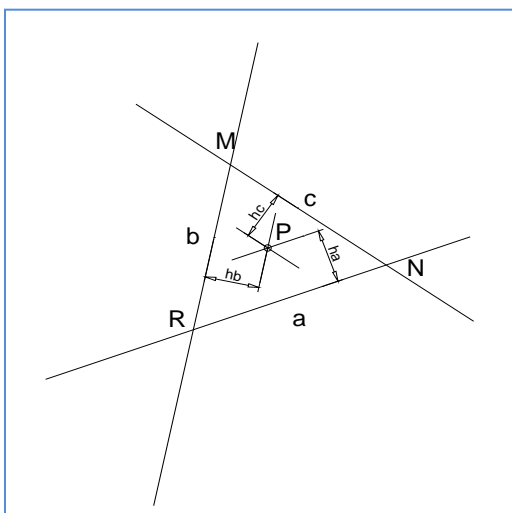
Errores del método: Se tiene el mismo error que el obtenido en una intersección directa. Es decir, se nos formará una elipse de tolerancia, donde un semieje será el error angular y otro el error longitudinal. Las mejores intersecciones serán las más próximas a un Angulo de 100g. Para ángulos menores de 30° ó mayores de 170g no es aconsejable.

También nos puede influir el posible error en la medida de la longitud de la base AB de replanteo. Por ello es importante, antes de iniciar los replanteos, efectuar una comprobación o chequeo de la topografía de apoyo (bases y vértices de replanteo).

Ventajas del método: No necesitamos distanciómetros para obtener una alta precisión en el replanteo.

Inconvenientes del método.– Es necesario el uso de dos aparatos y dos técnicos, lo cual es un grave inconveniente, sobre todo desde el punto de vista económico de la obra.

C2.– REPLANTEO POR INTERSECCION ANGULAR DIRECTA MULTIPLE. POLISECCION.–



Es una variante del método anterior, que como sabemos, tan sólo con dos visuales no tendremos comprobación. Por ello, y cuando la precisión así lo requiera, se procederá al replanteo del punto P desde 3 ó más vértices de replanteo, procediendo de igual forma que en el método anteriormente expuesto. Remarcar que será necesario emplear los aparatos del mismo tipo é idéntica precisión, para que el trabajo sea homogéneo.

Dada la existencia de los inherentes errores

accidentales, al intentar determinar la posición de un punto por intersección de 3 visuales, estas no se cortaran exactamente en un punto, sino que formarán entre si un triangulo de indeterminación, denominado triangulo de dispersión, de forma que el punto P se encontrara en el interior de dicho triangulo.

Para situar el punto en el interior, nos calcularemos las distancias h_a , h_b , h_c , que serán proporcionales a las longitudes de las visuales L_a , L_b y L_c . De esta forma:

$$\frac{h_a}{L_a} = \frac{h_b}{L_b} = \frac{h_c}{L_c}$$

La forma de obtener proceder para marcar el punto P es la siguiente:

Una vez realizadas las observaciones, marcamos los puntos M, N y R de las intersecciones dos a dos de las visuales, definiendo el triangulo de dispersión MNR. A continuación, mediremos dichos lados. Supongamos por ejemplo que sean:

$RN = 45 \text{ mm}$; $RM = 43 \text{ mm}$; $MN = 29 \text{ mm}$

De igual forma, supondremos las longitudes de las visuales:

$L_a = 382 \text{ m}$; $L_b = 254 \text{ m}$, $L_c = 318 \text{ m}$.

Podremos poner: $h_a/382 = h_b/254 = h_c/318$

De aquí:

$H_b = 254h_a/382$ y $h_c = 318h_a/382$.

Medimos la superficie del triangulo MNR, que obtenemos a través de la formula de Herón: Obtendríamos en este caso 600.9269 mm.

Por otra parte, podemos expresar la superficie del triangulo como suma de las superficies de los tres triángulos RPN, RMP y MNP.

$$S = 45h_a/2 + 43h_b/2 + 29h_c/2$$

Si ponemos h_b y h_c en función de h_a (arriba calculado), obtendremos que $764S = 37334 h_a$, es decir, $h_a = 12.297 \text{ mm}$. Con h_a , $h_b = 8.176 \text{ mm}$ y $h_c = 10.237 \text{ mm}$.

Con estos valores, trazaríamos paralelas a los lados NR, MR y MN a las distancias calculadas, y obtendríamos la posición del punto P.

Errores del método: Los mismos que en la intersección.

Ventajas del método: Tendremos perfecta comprobación del replanteo realizado.

Inconvenientes del método: Se necesitan tres aparatos y tres operarios en obra.

Prohibitivo en la mayoría de los casos.

Aplicación: Para puntos básicos de obra muy importantes.

C3.- REPLANTEO POR INTERSECCION DE DISTANCIAS

Se replantea el punto a partir de dos vértices de replanteo, donde estacionamos sendos aparatos y mediaríamos las distancias al punto P. Es un método muy lento y poco operativo, ya que hay que realizar muchos tanteos.

De forma expedita, para trabajos de baja precisión, puede ser interesante si lo realizamos con cinta métrica, en zonas ya horizontalizadas.

Su mayor aplicación es en la realización de las reseñas de los puntos de replanteo topográficos, donde se toman distancias al menos a tres puntos perfectamente identificables.

D.- REPLANTEO POR CUADRICULA

Este método es una aplicación particular del replanteo por abscisas y ordenadas, con la diferencia de que, previamente, habremos replanteado una serie de puntos de apoyo que conforman una cuadrícula en la zona de replanteo, de lado L.

Este método nos permitirá replantear cualquier punto P de coordenadas conocidas mediante varias cuadrículas, por lo que ofrece comprobación del trabajo. Además, como la distancia L suele ser corta, podremos replantear empleando cuerdas de línea y cinta métrica.

Lo más complicado será el replanteo perfecto de la cuadrícula.

Su ventaja es que el replanteo es rápido y se realiza con instrumentos expeditos y por personal poco cualificado, con muy poco cálculo.

Inconvenientes. Bastantes: Método lento y laborioso en preparación de la cuadrícula. Realización cara, por tiempos de ejecución largos y más material que el necesario en otros sistemas.

8.7 EJEMPLO CALCULO ANALITICO DE UN REPLANTEO PLANIMETRICO

Supongamos que tenemos dos bases en el campo, A y B, de coordenadas:

A (x=1500; y= 1200) y B (x=1750; y= 1100). Queremos calcular los datos para los posibles replanteos de un punto P de proyecto, de coordenadas:

P(x=1650;y=1240).

1º.- Nos calculamos el azimuth y la distancia de la base AB.:

$$\theta_A^B = \arctg \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A} = 124.2238^g$$

$$D_A^B = \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} = 269.258 \text{ m.}$$

2º.- Calculamos ahora el replanteo por polares del punto P.

- Desde la base A:

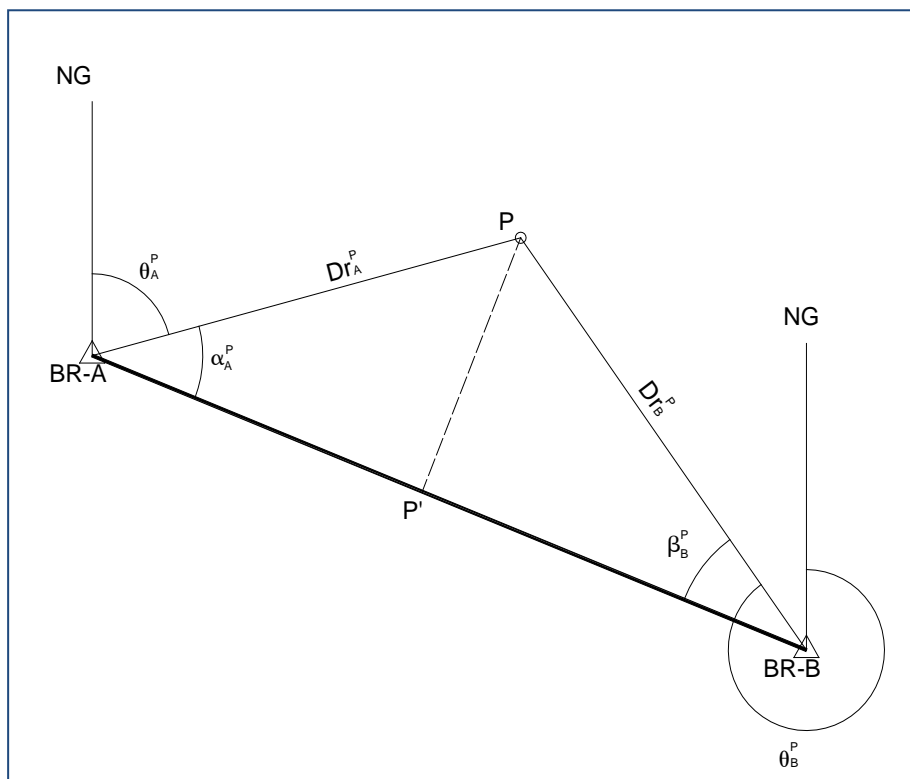
$$\theta_A^P = \arctg \frac{X_P - X_A}{Y_P - Y_A} = 83.4095^\circ$$

$$D_A^P = \sqrt{(X_P - X_A)^2 + (Y_P - Y_A)^2} = 155.242 \text{ m.}$$

- Desde la base B:

$$\theta_B^P = \arctg \frac{X_P - X_B}{Y_P - Y_B} = 360.5137^\circ$$

$$D_B^P = \sqrt{(X_P - X_B)^2 + (Y_P - Y_B)^2} = 172.047 \text{ m.}$$



3º. Nos calculamos los ángulos α y β de bisección con referencia a la base:

$$\alpha_A^P = \theta_A^B - \theta_A^P = 124.2238 - 83.4095 = 40.8143$$

$$\beta_B^P = \theta_B^P - \theta_B^A = 360.5137 - 324.2238 = 36.2899$$

Los datos de bisección por acimutes ya los tenemos calculados en el paso 2.

4º.- Nos calculamos las abcisas y ordenadas sobre la base AB.

- Con respecto a A

$$AP' = \text{abcisa} = AP \times \cos \alpha = 155.242 \times \cos 40.8143 = 124.416 \text{ m.}$$

$$PP' = \text{ordenadas} = AP \times \sin \alpha = 155.242 \times \sin 40.8143 = 92.848 \text{ m.}$$

- Con respecto a B

$$BP' = BP \times \cos \beta = 172.047 \times \cos 36.2899 = 144.843 \text{ m.}$$

$$PP' = BP \times \sin \beta = 172.047 \times \sin 36.2899 = 92.848 \text{ m.}$$

8.8 ERRORES Y PRECISIONES DE UN REPLANTEO

Partimos de la base de la inaceptabilidad de errores en el cálculo.

Pues bien, cualquier tipo de replanteo, sea cual sea el método empleado, estará afectado de una serie de errores, en función de:

- a.- Método de replanteo empleado.
- b.- Sistema de trabajo seguido.
- c.- Medios empleados para el replanteo.
- d.- Precisión de la topografía de apoyo.

a.- Ya hemos enunciado los posibles errores según el método de replanteo utilizado. Baste recordar una vez más la importancia de tomar referencias lejanas para realizar replanteos a corta distancia, con lo que reduciremos sensiblemente el error de dirección.

b.- En cuanto al sistema de trabajo, recordar que se ha de ser meticuloso y ordenado, tanto en las observaciones angulares y medidas de distancias como en el cálculo. De ello dependerá en buena medida que se obtengan óptimos resultados en el replanteo efectuado. De igual forma, si replanteamos un punto mediante una estaca, tendrá una duración bastante menor que si empleamos un clavo de ferralla con un granetazo introducido en su totalidad en el terreno, pues será este último caso más perdurable é inamovible.

c.- Los aparatos topográficos de que dispongamos marcarán en gran medida la precisión que alcancemos en cada replanteo, y habrá que elegir estos en función de las tolerancias marcadas en el proyecto (ó necesarias para cada tipo de trabajo).

d.- Si para replantear nos apoyamos en una red topográfica que cuenta de partida con errores en X é Y, estos errores los transmitiremos indefectiblemente a los trabajos que realicemos, por más preciso que sea el método de replanteo y por mucho cuidado que pongamos en el mismo.

Decir por último que cada tipo de replanteo exigirá unas determinadas tolerancias ó errores máximos. No será práctico replantear estacas para un movimiento de tierras con las mismas precisiones que las necesarias para un eje de un vial, ni un eje de un vial necesitará la precisión que requiere el replanteo de una zapata ó cimentación de una estructura.

Ahora bien, dentro de cada tipo de trabajo, deberemos de trabajar buscando replantear el punto con la máxima precisión que nos sea posible.

8.9 COMPROBACIONES DE UN REPLANTEO

En todo trabajo de replanteo, es necesario realizar:

- Comprobación red de apoyo.
- Comprobación interna del replanteo.
- Comprobación por replanteo reiterado.

1.- COMPROBACION DE LA RED DE APOYO.

Antes de realizar cualquier trabajo de replanteo de campo, es conveniente realizar una comprobación exhaustiva de la red topográfica en la que vayamos a apoyar nuestros replanteos: triangulación topográfica, poligonales, etc. Deberemos de comprobar que las distancias entre las bases de apoyo así como el acimut de los tramos, para terminar comprobando la coincidencia de las coordenadas de las mismas.

Se debería así mismo comprobar al mismo tiempo la planimetría del proyecto. Para ello, se deberían obtener coordenadas de puntos característicos que figuren en el proyecto.

Desgraciadamente, no siempre es posible realizar este chequeo previo, bien por imperativos de la obra, bien por falta de medios ó de tiempo. En este caso, se podrá evaluar la precisión de la misma por medios indirectos, como consecuencia de comprobaciones internas entre puntos ya replanteados, ó por reiteración del replanteo desde diversas bases.

2. COMPROBACIONES INTERNAS

Consiste en replantear varios puntos del proyecto por distintos métodos y desde distintas bases. Si el replanteo está bien hecho, las posiciones del punto replanteados desde varias bases distintas y por distintos métodos debe ser la misma.

3. COMPROBACION POR REPLANTEO REITERADO

Es interesante, además de realizar comprobaciones internas, realizar replanteos solapados, es decir, volver a replantear puntos ya situados en el terreno desde otra base, para verificar que sus posiciones coinciden. Esto conviene hacerlo de forma sistemática, sobre todo en el caso de ejes de viales u obras lineales.

8.10 MODALIDADES DE REPLANTEO

- a) REPLANTEOS EXTERNOS
- b) REPLANTEOS INTERNOS Ó POR TRAZA
- c) PROYECTO RED DE APOYO PARA REPLANTEO

a) REPLANTEOS EXTERNOS.

Es la forma más usual de realizar los replanteos en la actualidad. Consiste en replantear todos los puntos del proyecto desde los puntos de apoyo (PA) que combinados de dos en dos dan lugar a las BASES DE REPLANTEO. (Nota: No obstante, en la práctica, a los puntos de apoyo se les denomina indistintamente bases de replanteo, refiriéndonos al punto de apoyo). Estos puntos de apoyo deben de estar lo suficientemente cerca de la obra para poder tener buena visibilidad y acceso a todos los puntos de la obra. De igual forma, dichos puntos de apoyo deben situarse fuera de la zona de afección de la obra, para asegurar su permanencia y estabilidad.

b) REPLANTEOS INTERNOS Ó POR TRAZA.

Son aquellos en los que nos apoyamos en puntos propios del proyecto para realizar, a partir de ellos, el replanteo del resto del proyecto. Esto puede suceder cuando tenemos una obra encajada en una excavación (carreteras en grandes desmontes, túneles, etc.), ó en el caso de que nos den en el terreno alguno de los puntos de la traza ya replanteados. Hay que incidir en que, en esta modalidad de replanteo, tendremos que ser muy precisos en los puntos marcados, pues servirán como base para seguir replanteado, y por tanto, los errores cometidos en su determinación se acumularán con los de los siguientes puntos replanteados.

c) PROYECTO DE LA RED DE APOYO PARA REPLANTEO

Los puntos de apoyo de la restitución fotogramétrica del plano topográfico base no sirven como puntos de la red de replanteo, pues no están señalizados convenientemente y además, puede ocurrir que entre los distintos puntos no haya visibilidad. Tampoco tendrán la precisión necesaria para efectuar un replanteo con precisión.

Es necesario siempre implantar nuestra propia red de bases de replanteo, apoyada en la red del plano base. A esta red se la denomina RED DE PROYECTO, que en caso de ser necesario (por falta de visibilidad ó por nuevos replanteos), puede RECTICARSE ó AMPLIARSE.

8.11 SISTEMAS DE CÁLCULO DE LOS DATOS DE REPLANTEO

Estarán en función de que conozcamos ó no previamente, tanto los datos que definen la red topográfica de la zona, como las coordenadas de los puntos definitorios del proyecto. Así, podemos hablar de:

- Replanteos ANALITICOS.- Cuando conocemos las coordenadas, tanto de la red topográfica como de los puntos que (plana y analítica), trigonometría, etc.
- Replanteos GRAFICOS.- Cuando no contamos con dichos datos, sino con una representación gráfica de los mismos, es decir, contamos con un plano base topográfico donde se ha dibujado geométricamente la obra. En una primera etapa, todos los proyectos son gráficos.

Para replantear un proyecto grafico, tendremos más problemas, pues deberemos transformar ese proyecto grafico en un proyecto analítico para su posterior replanteo.

8.12 TRANSFORMACION DE UN REPLANTEO GRAFICO EN UNO ANALITICO

Supondremos que nos han dado un plano con una representación topográfica de la zona de obras aceptable, en donde figuren puntos perfectamente identificables en el terreno (postes, cruces de caminos, hitos kilométricos, pozos de servicios, torres eléctricas, edificaciones, etc.), y en donde nos han dibujado la forma de la obra.

Los pasos a realizar son los siguientes:

- 1.- De la zona donde se situará la obra, obtendremos un plano topográfico de detalle. Al no existir bases en la zona, lógicamente, implantaremos una red de bases a las que daremos coordenadas relativas, partiendo de una de ellas a la que forzaremos a unas coordenadas, así como de la orientación relativa a otra base. Una vez calculada esta poligonal, mediante el método de radiación, obtendremos todos los puntos necesarios para poder realizar un plano de gran detalle, con especial atención a los puntos identificados en el proyecto.
- 2.- Para poder situar la obra en nuestro plano, procederemos a medir distancias de una alineación de proyecto respecto a dos ó más puntos identificados, que ya figurarán en nuestro plano. Con ello, situamos dicha alineación en nuestro plano y ya tendrá coordenadas relativas en nuestro sistema de bases de apoyo.
- 3.- A partir de dicha alineación, y con las acotaciones lineales y/o angulares que figuren en el proyecto, iremos dibujando el resto de la obra proyectada sobre nuestro plano. De esta forma, tendremos la obra situada en coordenadas relativas.

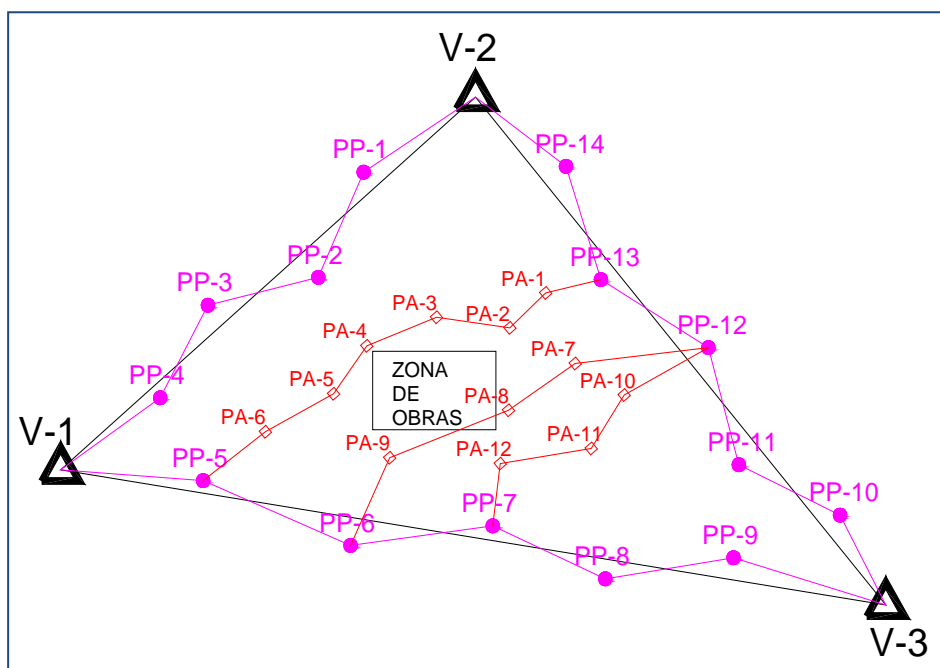
(NOTA.: Esta operación actualmente se realiza de una forma rápida, precisa y sobre todo, en bloque. Con nuestro plano dibujado en Autocad, superpondremos el plano de proyecto (como un bloque de autocad). Mediante una traslación, haremos coincidir uno de los puntos identificados en el proyecto con su homologo en nuestro plano. A continuación, y dando un giro con base en dicho punto y con referencia a otro punto identificado, colocaremos el plano de proyecto en nuestro sistema de coordenadas. Una vez girado y trasladado convenientemente, descompondremos el bloque del proyecto, quedando todo integrado en el mismo plano.).

4.- También podría darse el caso que desde algunas de nuestras bases se pudiesen visar bases de la red topográfica general. En ese caso, podríamos enlazar, mediante intersecciones inversas ó directas con dicha red, con lo que podríamos tener todo nuestro terreno y por tanto, el proyecto, en coordenadas generales.

8.13 SISTEMA CLASICO DE APOYO PARA TRABAJOS DE REPLANTEO DE OBRA.

Como ya hemos dicho en otras ocasiones, está constituido por:

- RED PRIMARIA.**– Compuesta por vértices V pertenecientes a una red estatal de 3° orden, compensada en bloque regional, con longitudes de lado de varios kilómetros.
- RED DE PROYECTO.**– Red de poligonales de precisión PP que enlazan los distintos vértices de la red primaria.
- RED AMPLIADA Ó RED DE APOYO.**– Red de poligonales de puntos de apoyo PA que, partiendo de la red de proyecto, se aproximen a la zona de obra.



8.14 TIPOS DE COORDENADAS DE PROYECTO

Un proyecto de ingeniería debe de estar definido en un sistema de coordenadas X, Y, Z, con respecto a un determinado sistema de referencia. En función de este último, podemos clasificar las coordenadas de un proyecto en cuatro grupos:

1.- COORDENADAS OFICIALES

Estas pueden ser:

- Geográficas.
- Cartográficas Internacionales (UTM).
- Nacionales, Estatales (Red Geodésica).
- Oficiales, Regionales.
- Municipales, Locales.

Para dar coordenadas oficiales a un proyecto, debemos enlazar este ó su red de apoyo con la red geodésica oficial ó nacional.

Para realizar el enlace altimétrico, no debemos apoyarnos en dichos vértices, pues no tienen la suficiente precisión. Para ello, deberemos enlazarnos con la Red de Nivelación de Alta Precisión Nacional u Oficial.

En la actualidad, la mayoría de proyectos están referidos al sistema de referencia UTM.

2.- COORDENADAS ZONALES Ó ARBITRARIAS CUALESQUIERA.

Cuando el proyecto está referido a un sistema de referencia totalmente arbitrario, atribuyendo a un punto cualquiera unos valores X,Y,Z, denominándose a este punto PUNTO ORIGEN. De igual forma, estableceremos un valor acimutal para una cierta dirección.

3.- GENERALES DE OBRA.

Cuando tanto las coordenadas de las redes de apoyo como las coordenadas de los puntos de proyecto están referidas al mismo sistema de coordenadas.

4.- PARTICULARES DE PROYECTO.

Pueden darse situaciones en que, ciertos elementos de obra, estén referidos a los propios ejes de esta, independientemente del sistema de coordenadas generales de obra.

En este último caso es interesante poder pasar de las coordenadas particulares ó locales de proyecto a las coordenadas generales de obra. Generalmente, esta transformación se realizará mediante una traslación del sistema de coordenadas locales, y un giro de los ejes de coordenadas locales, para que coincidan con las coordenadas y orientación de los ejes generales de obra.

8.15 TRANSFORMACIÓN DE COORDENADAS

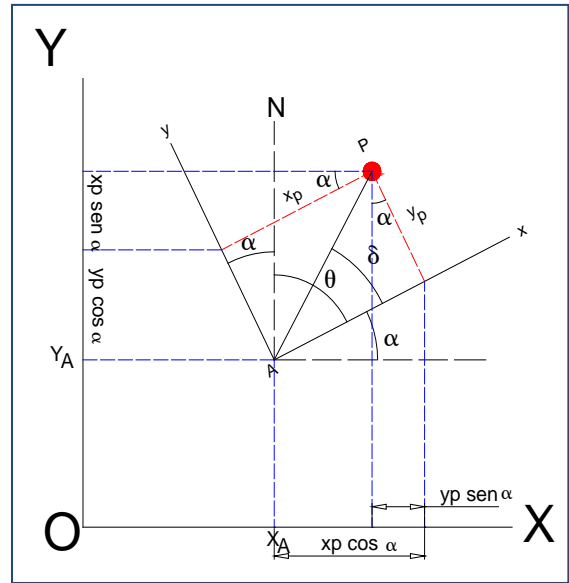
Las formulas de giro y translación son:

$$X_P = X_A + x_P \cos \alpha - y_P \sin \alpha$$

$$Y_P = Y_A + y_P \cos \alpha + x_P \sin \alpha$$

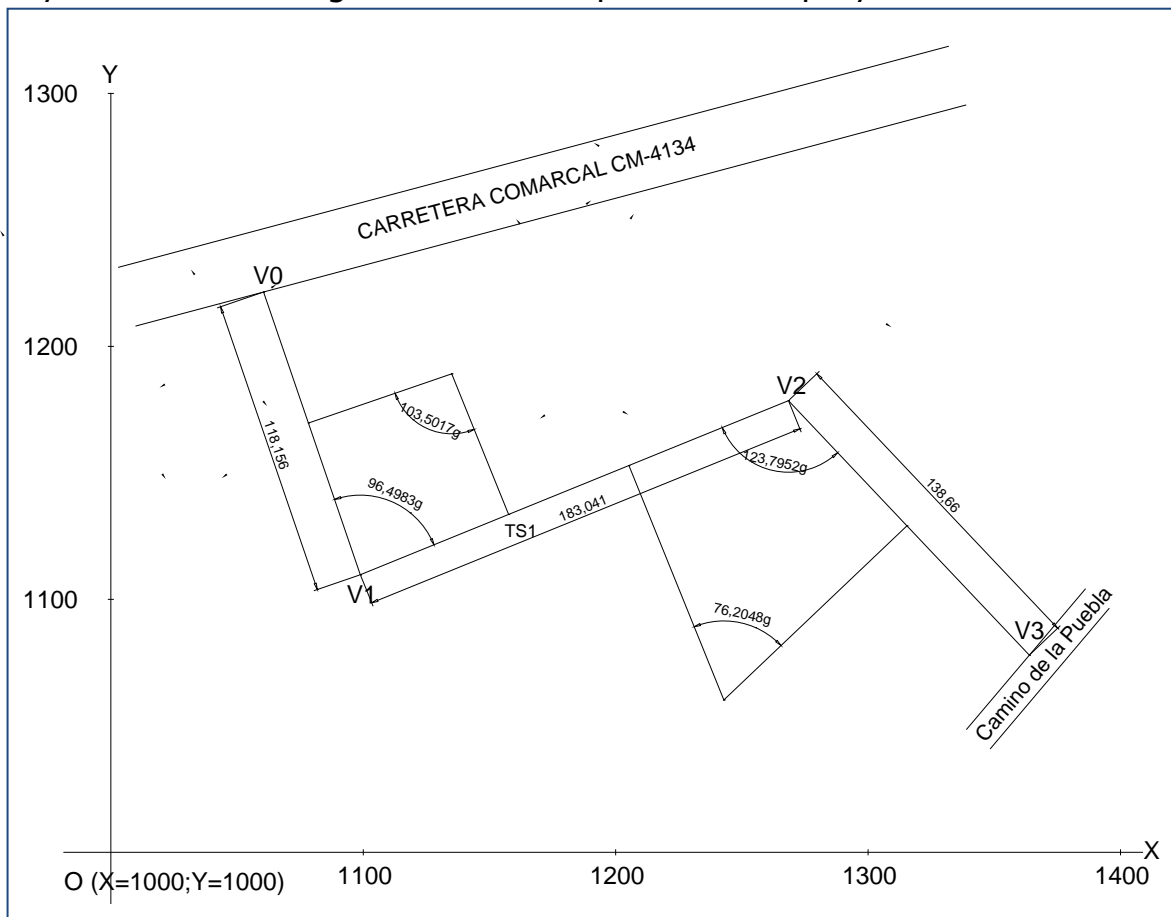
Y: $\alpha = 100^g - \theta$

Fórmulas que se deducen fácilmente de la figura adjunta.



8.16 CALCULO DE UN ESTADO DE ALINEACIONES

Veamos con un ejemplo como se define el estado de alineaciones en planta de un proyecto ó definición geométrica de la planta de un proyecto.



Dado el sistema de alineaciones rectas V0, V1, V2 y V3, situadas en un sistema de coordenadas, estaríamos ante un proyecto gráfico, que convertiremos en analítico. Lo primero que debemos hacer es obtener las coordenadas (gráficas) del punto inicial V0, así como del resto de puntos V1, V2 y V3. Así, tendremos definido, por coordenadas, el estado de alineaciones:

VERTICE	X	Y
VO	1060.50	1221.50
V1	1098.80	1109.70
V2	1268.50	1178.50
V3	1363.90	1078.00

Con estas coordenadas, nos podremos calcular las distancias y los azimutes entre cada dos vértices respectivos:

ALINEACION	AZIMUT	DISTANCIA
VO - V1	178.9886	118.178
V1 - V2	75.4792	183.116
V2 - V3	151.6570	138.569

Por diferencia de azimutes, podremos obtener los ángulos en los vértices V1 y v2

VERTICE	ANGULO
V1	96.4906
V2	123.8222

Una vez determinado el estado de alineaciones, el proyecto nos deberá de indicar el radio de las curvas circulares que servirán de acuerdo entre alineaciones rectas, que, en apartados posteriores calcularemos. Baste decir que por cada curva obtendremos tres puntos singulares: Tangente de entrada TE, Bisectriz B y tangente de salida TS.

De esta forma, nuestro eje en planta tendrá los siguientes puntos singulares:

VO.- Vértice de salida

TE1.- Tangente entrada curva circular 1

B12.- Bisectriz curva circular 1

TS1.- Tangente de salida curva circular 1

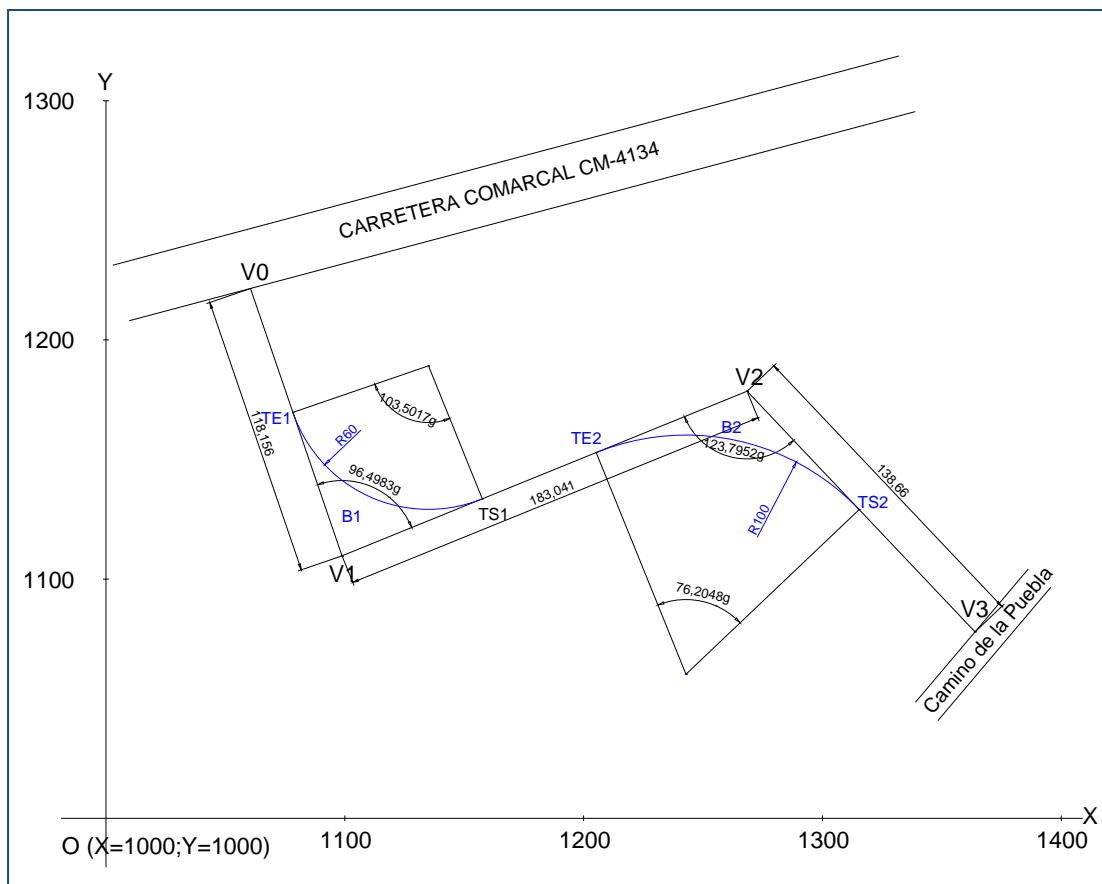
TE2.- Tangente entrada curva circular 2

B2.- Bisectriz curva circular 2

TS2.- Tangente salida curva circular 2

V3.- Vértice final

(V2 - V3.- Vértices de los ejes en planta).(no se replantearan).



Y el estado de alineaciones en planta quedará definido por las siguientes alineaciones:

- V0 – TE1.– Alineación RECTA
- TE1–B1–TS1.– Alineación CURVA
- TS1– TE2.– Alineación RECTA
- TE2–B2–TS2.– Alineación CURVA
- TS2– V3.– Alineación RECTA

8.17 CURVAS EMPLEADAS EN LA DEFINICION PLANIMETRICA DE UN PROYECTO

Tanto la planta como los alzados de cualquier proyecto de ingeniería están compuestos por alineaciones rectas y alineaciones curvas.

Las alineaciones curvas que se utilizan para encajar una planta pueden ser:

a.– CURVAS CIRCULARES.

A su vez, las podemos clasificar en:

- **Curvas Circulares SIMPLES**, con un único centro.
- **Curvas Circulares COMPUESTAS**, con dos ó más centros.

b.- CURVAS CONICAS.

- Elipse
- **Parábola.**– Se emplea en los ajustes entre alineaciones de rasantes
- Hipérbola

c.- CURVAS DE TRANSICIÓN Ó RADIODES

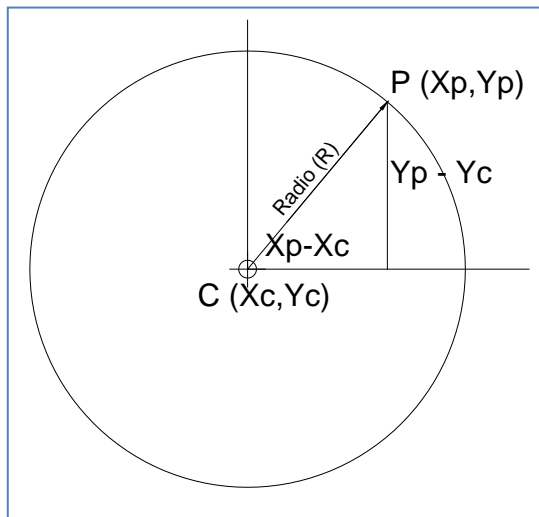
- Lemniscata de Bernoulli
- **CLOTOIDE**– Empleada como curva de transición en planta, entre alineaciones rectas y curvas circulares
- Parábola Cúbica

(Nota.– Por su utilización, estudiaremos la geometría de las tres curvas resaltadas con negrita: Curva circular simple, clotoide y parábola).

8.18 CURVAS CIRCULARES. LA CIRCUNFERENCIA

Las curvas circulares están definidas por arcos de circunferencia. Dado su empleo, realizaremos un estudio pormenorizado de la misma.

CIRCUNFERENCIA.– Lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de un punto interior denominado centro. A la distancia entre el centro y cualquier punto del contorno de la circunferencia, se le llama RADIO (R).

**ECUACION DE LA CIRCUNFERENCIA**

Si tenemos una circunferencia de centro C, de coordenadas X_c é Y_c , y de radio R, la ecuación analítica de dicha circunferencia es:

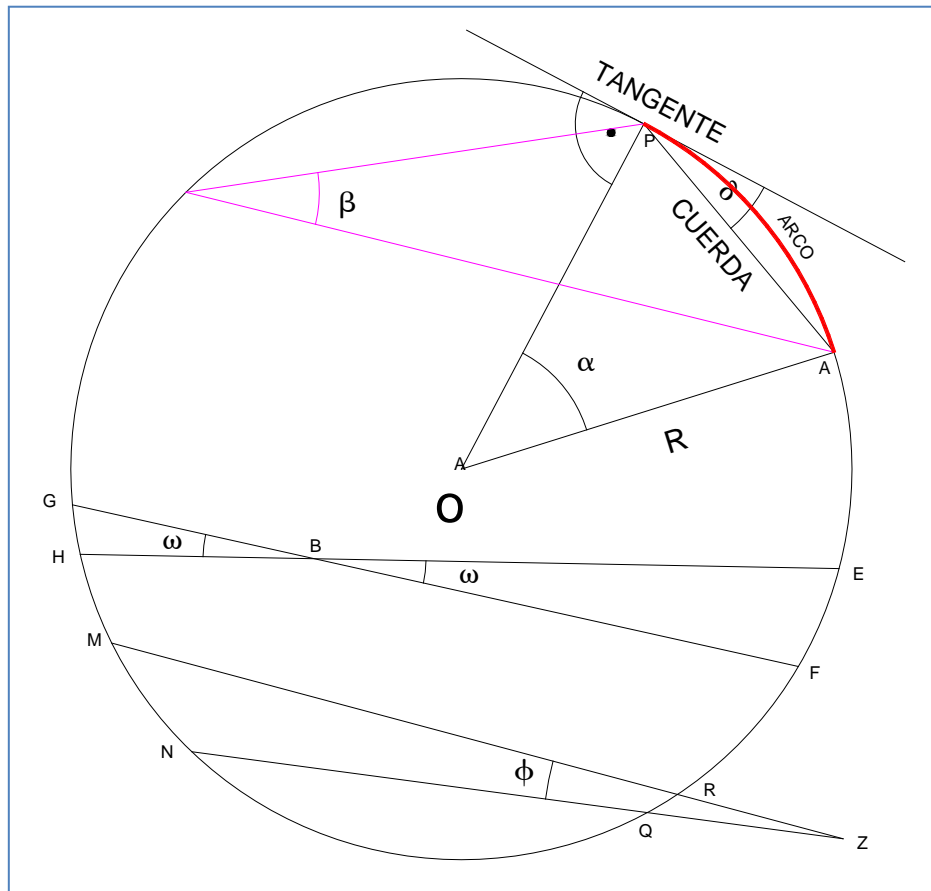
$$(X - X_c)^2 + (Y - Y_c)^2 = R^2$$

DESARROLLO DE UNA CIRCUNFERENCIA

Es la longitud total del arco de la circunferencia. Su expresión es:

$$\text{Desarrollo} = \text{Longitud circunferencia} = 2 \pi R$$

ANGULOS EN LA CIRCUNFERENCIA



TANGENTE A UNA CIRCUNFERENCIA.– Recta que tiene un único punto P en común con la circunferencia. En ese punto, el ángulo que la tangente forma con el radio es de 90° .

ARCO DE UNA CIRCUNFERENCIA.– Es un sector de la circunferencia. En el ejemplo, el arco PA es el trozo de circunferencia visto desde el centro bajo el ángulo α .

DESARROLLO DEL ARCO DE CIRCUNFERENCIA.– El desarrollo del arco de circunferencia PA visto desde el centro de la circunferencia O bajo un ángulo α , es:

$$\text{Desarrollo PA} = L = (2 \pi R \alpha) / 400$$

Esta fórmula es muy útil para determinar las posiciones secuenciales de puntos sobre una curva circular.

ALGUNOS VALORES ANGULARES

α = Angulo central, al que corresponde la cuerda y el arco PA.

δ = Angulo formado entre la tangente y la cuerda. Su valor: $\delta = (1/2) \alpha$.

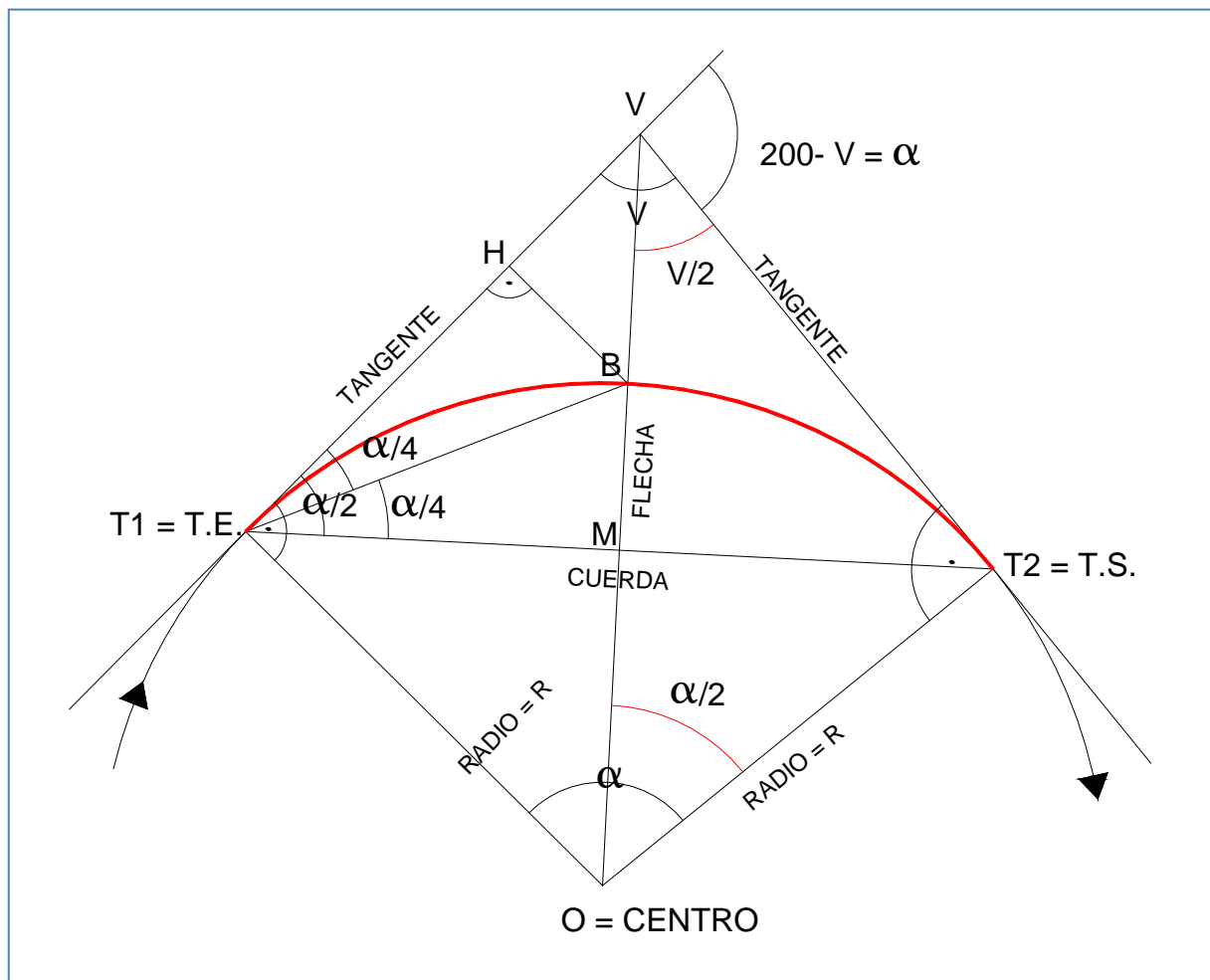
β = Angulo formado por dos cuerdas. Su valor. $\beta = (1/2) \alpha$.

ω = ángulo formado en el vértice B de dos rectas que se cortan en el interior de la circunferencia (sin ser el centro) = $(1/2)$ (ángulo visto desde el centro para el arco GH + ángulo visto desde el centro para el arco EF).

Φ = Angulo formado en el vértice Z formado por dos rectas que se cortan en un punto exterior a la circunferencia = $(1/2)$ (ángulo visto desde el centro para el arco MN - ángulo visto desde el centro para el arco RQ).

8.19 ELEMENTOS DE UNA CURVA CIRCULAR.

Una curva circular siempre se encaja (se define) en planta a partir de las alineaciones rectas a las que dicha curva circular debe ser tangente.



PUNTOS SINGULARES DE UNA CURVA CIRCULAR

V = Vértice

O = Centro de la curva

T_1 = TE = Tangente de entrada, según sentido avance

T_2 = TS = Tangente de salida, según sentido avance

B = Bisectriz. Punto medio del arco $T_1 T_2$

M = Punto medio de la cuerda T_1-T_2 .

ELEMENTOS CURVA CIRCULAR

R = Radio de la curva circular

$T_1-V = V-T_2$ = Tangente de la curva circular

VB = Distancia de la curva al vértice.

D = Desarrollo. Longitud del arco T_1-B-T_2 .

BM = FLECHA del arco T_1-B-T_2 .

$T_1-M = M-T_2$ = Semicuerda.

α = Angulo en el centro de la curva, definido por los radios perpendiculares a las tangentes de la curva.

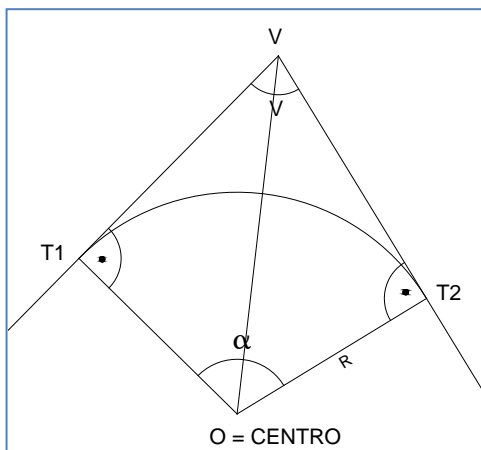
T_1-H = abcisa de B sobre la tangente T_1-V

HB = Ordenada de B sobre la tangente T_1-V .

IMPORTANTE.– Una curva circular quedara definida por el ángulo $\angle V$ en el vértice V y el radio. A partir de estos datos, podremos obtener el resto de los elementos y puntos singulares que definen la curva.

8.20 CALCULO DE LOS ELEMENTOS DE UNA CURVA CIRCULAR

DETERMINACION DEL ANGULO $\angle V$ EN EL VERTICE Y DEL ANGULO CENTRAL α .



Este ángulo lo determinaremos a partir de los azimutes de las dos alineaciones rectas que confluyen en el vértice.

Conocido V:

En el cuadrilátero V- T_1 - T_2 -O:

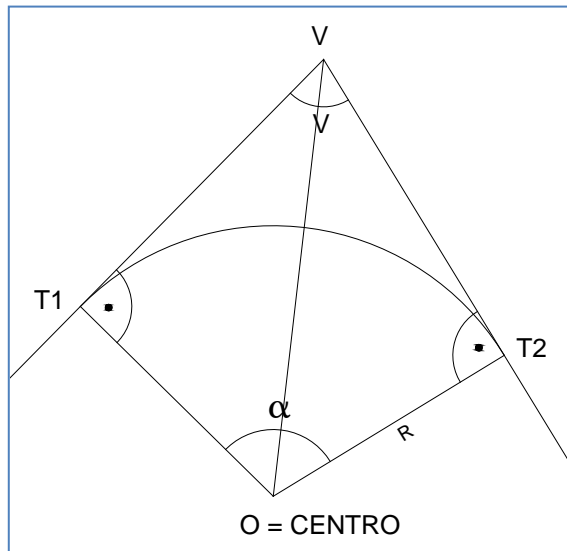
La suma de los cuatro ángulos interiores es 400g.

$$V + \alpha + 100g + 100g = 400g$$

De donde: $V + \alpha = 200$

Y: $\alpha = 200 - V$

CALCULO DE LAS TANGENTES T_1-V Y $V - T_2$



Conocidos α y V , así como el radio R de la curva:

En el triángulo $O-T_1-V$

$$V-T_1 / T_1-O = \operatorname{tg} (\alpha/2)$$

De donde:

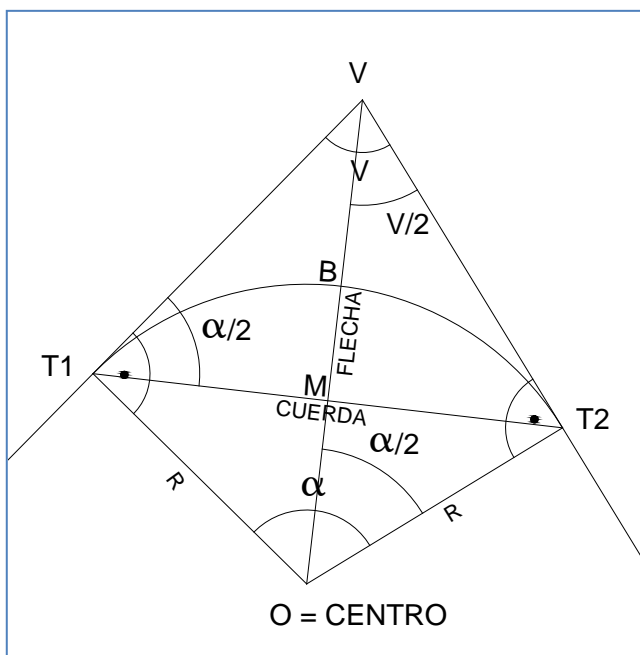
$$V-T_1 = T_1-O \operatorname{tg} (\alpha/2) = R \operatorname{tg} \alpha/2$$

En el caso que nos hubiesen dado la longitud de la tangente, para obtener el

radio:

$$R = VT_1 / \operatorname{tg} \alpha/2$$

CALCULO DE LA CUERDA $T_1 - T_2$



En el triángulo $O-M-T_2$:

$$M T_2 = \text{semicuerda} = R \operatorname{sen} \alpha/2.$$

Como lo que queremos es la cuerda total T_1-T_2 :

$$T_1-T_2 = 2 M-T_2 = 2R \operatorname{sen} \alpha/2$$

CALCULO DE LA FLECHA BM

Según la figura: $BM = OB - OM$

En donde:

$OB = \text{Radio} = R.$

$$OM = R \cos \alpha/2.$$

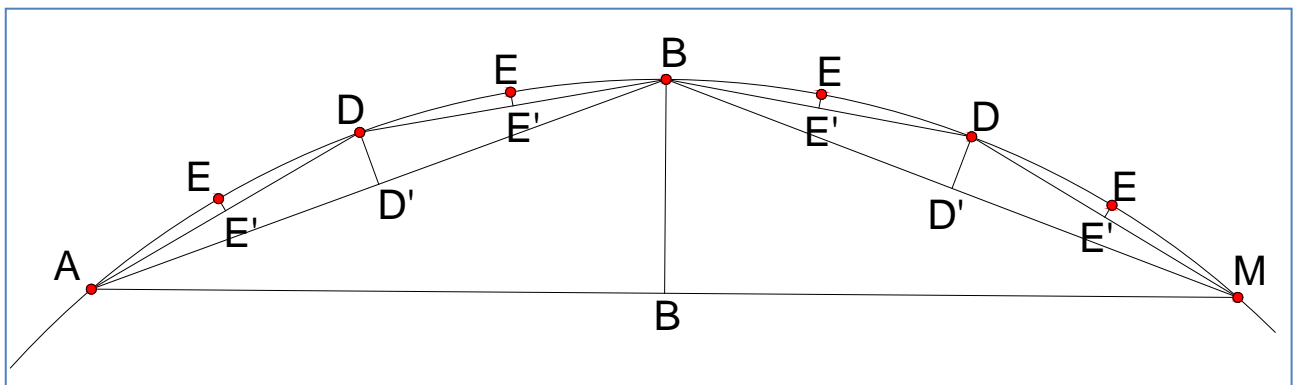
Luego: $BM = \text{Flecha} = R - R \cos \alpha/2$

Sacando factor común de R:

$$BM = \text{Flecha} = R (1 - \cos \alpha/2)$$

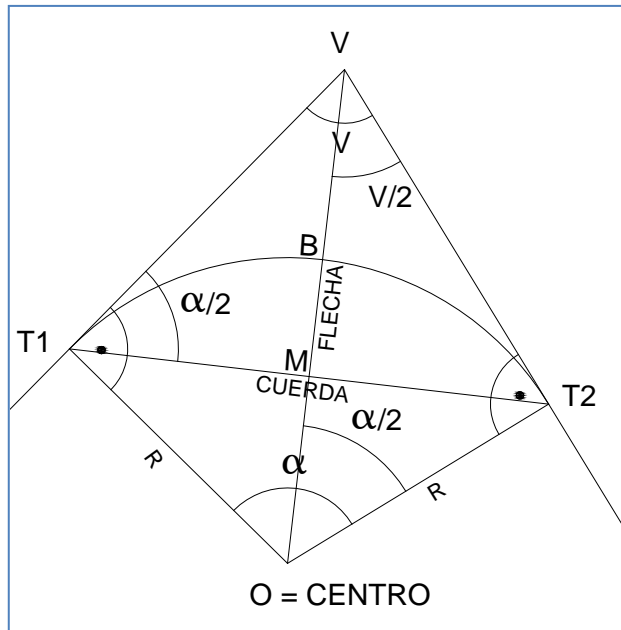
METODO DE REPLANTEO DE UNA CURVA CIRCULAR A PARTIR DE LAS CUERDAS Y FLECHAS. METODO DEL CUARTO DE FLECHA (Método de Bordilleros).

A partir del conocimiento de la cuerda y la flecha de un arco de curva circular AM, podemos replantear puntos de dicho arco aplicando el método del CUARTO DE FLECHA. Este método consiste en:



- 1.- Suponemos replanteados en el terreno los puntos A, M y B.
- 2.- Medimos la cuerda AM y la flecha BB'. Esta se medirá sobre la perpendicular desde B a la cuerda AM.
3. Unimos A con B, y nos calculamos la cuarta parte de la flecha inicial BB', que llamaremos DD'.
4. Marcamos D', punto medio de AB. A partir de D'. Sobre la perpendicular a AB, nos llevamos la distancia DD', y obtendremos D, que será un punto del arco circular. (Esto se realiza a ambos lados del punto B.)
5. Nos calculamos ahora la cuarta parte de la flecha DD'. La llamaremos EE'.
6. Marcamos el punto medio de la cuerda AD, que será E'. A partir de E', sobre la perpendicular a la cuerda AD, nos llevaremos la distancia EE'. Obteniendo E, punto de la curva circular. (Al realizar esta operación a lo largo del arco AM, habremos obtenido cuatro puntos más de la curva).

Este método puede repetirse tantas veces como necesitemos para situar en la curva circular el número de puntos necesarios para su perfecto replanteo.

CALCULO DE LA DISTANCIA AL VERTICE .- VB.

Según la figura:

$$VB = VO - BO$$

Donde: BO = Radio = R

Y VO, del triángulo VOT2:

$$VO \cos \alpha/2 = R, \text{ luego. } VO = R / (\cos \alpha/2)$$

$$\text{Luego, } VB = (R / (\cos \alpha/2)) - R$$

Y sacando factor común a R:

$$VB = R ((1 / \cos \alpha/2) - 1)$$

8.21 CRITERIOS PARA DETERMINAR EL INTERVALO SECUENCIAL A UTILIZAR PARA EL REPLANTEO DE PUNTOS EN UNA CURVA CIRCULAR.

Cuando replanteemos puntos en una curva circular, al final, lo que estamos haciendo es sustituir la curva física por una sucesión de puntos, que nos van a determinar una línea poligonal.

Para que dicha línea poligonal pueda sustituir a la curva, la diferencia entre el arco de la curva y la cuerda definida por cada dos puntos consecutivos debe de ser mínima, es decir, debe ser mínima la flecha.

Además, a la hora de replantear, es conveniente que la distancia entre los puntos replanteados sea constante. Además será necesario replantear siempre los puntos singulares, es decir, tangentes de entrada y salida. A veces también será necesario (caso de bordillos ó muros) replantear el punto medio del arco (B).

Como norma general, aceptada en construcción, se replantearán los puntos de una curva circular de forma que el desarrollo parcial entre cada dos puntos (d) sea tal que:

$$d = R/10$$

Esto no quiere decir que no existan casos en que se necesite una distancia entre puntos menor, en función del detalle del elemento replanteado.

En carreteras, suele replantearse de 10 en 10 metros, ó bien de 20 en 20 metros, pues sería suficiente, en caso de alineaciones rectas. Cuando entramos en curvas, se suele replantear a la mitad de la distancia de replanteo que el usado en rectas. En el caso de muros de hormigón, ó bordillos en urbanizaciones, la distancia de replanteo entre puntos será mucho menor que la obtenida por la fórmula, replanteándose de metro en metro ó incluso con intervalos menores.

8.22 METODOS DE REPLANTEO INTERNO (POR TRAZA) DE UNA CURVA CIRCULAR

Ya hemos dicho que en la actualidad, y dada la alta precisión de los equipos topográficos, tanto en la medida de distancias como en las medidas angulares, se empleara el método de bisección.

En el caso de no tener visibilidad a alguna parte de la curva, siempre podremos establecer una base auxiliar de replanteo, desde la que si tengamos visibilidad. No obstante, existirán casos particulares en los que, por las características de la obra, no tengamos más remedio que replantear los puntos progresivos de la curva circular desde puntos singulares de la misma ó desde puntos propios del trazado (caso de túneles u obras ejecutadas en trinchera (desmontes pronunciados), como zanjas.

Los distintos sistemas de replanteo interno de una curva circular son:

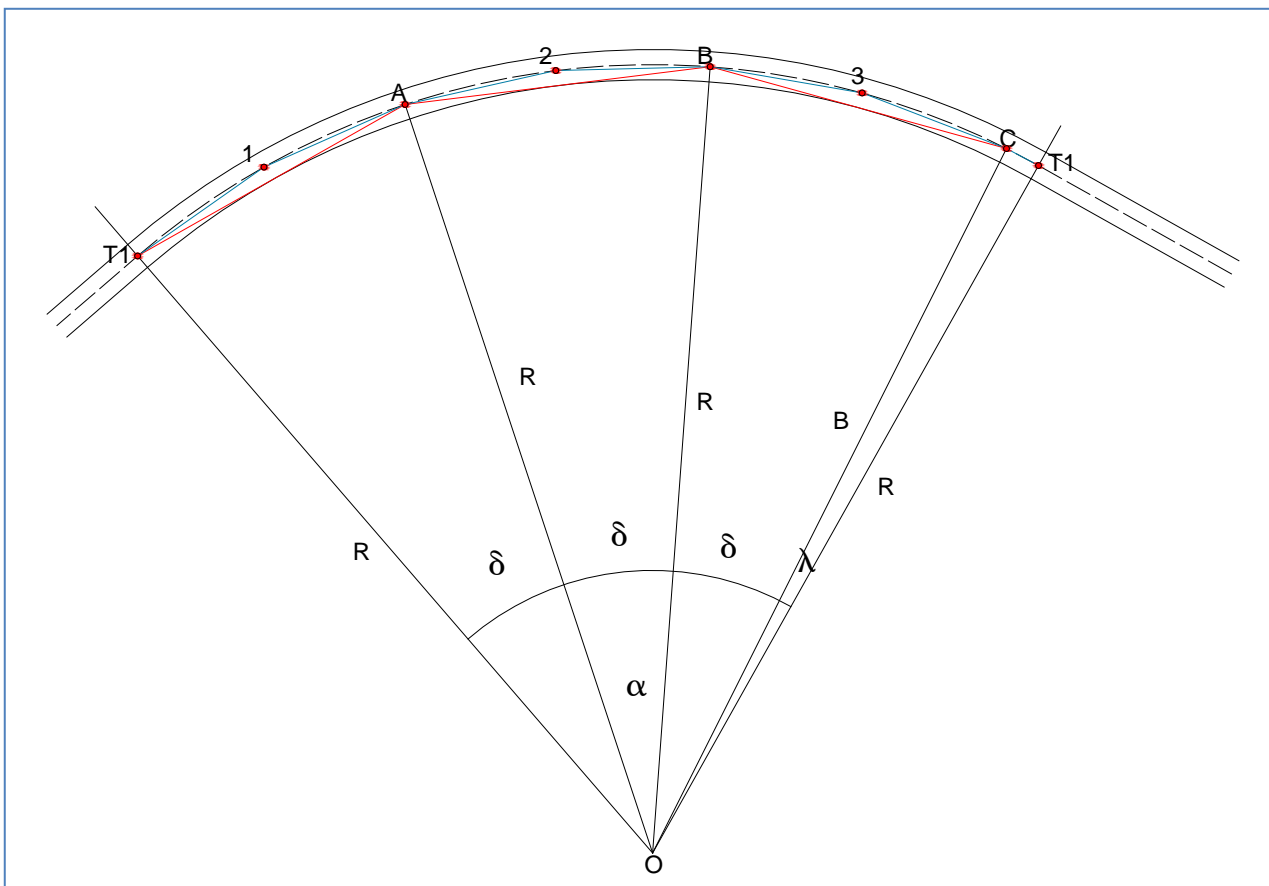
- 1. Abcisas y ordenadas sobre la tangente.
- 2. Abcisas y ordenadas sobre la cuerda.
- 3. Por ordenadas medias.
- 4. Método aproximado de los cuartos de flecha.
- 5. Por polares absolutas desde la tangente.
- 6. Por polares arrastradas ó parciales.
- 7. Por cuerdas (fijas ó variables).
- 8. Por tangentes exteriores.
- 9. Por desvíos sobre la cuerda prolongada.
- 10. Por desvíos sobre cuerda única.
- 11. Por intersección angular desde las tangentes

Por su interés estudiaremos el caso 7, replanteo por cuerdas ó polígono inscrito, ya que es útil, como ya hemos indicado, en el caso de replanteos muy ceñidos a la traza (túneles ó zanjas).

REPLANTEO DE PUNTOS DE UNA CURVA CIRCULAR POR EL METODO DE CUERDAS Ó POLIGONO INSCRITO

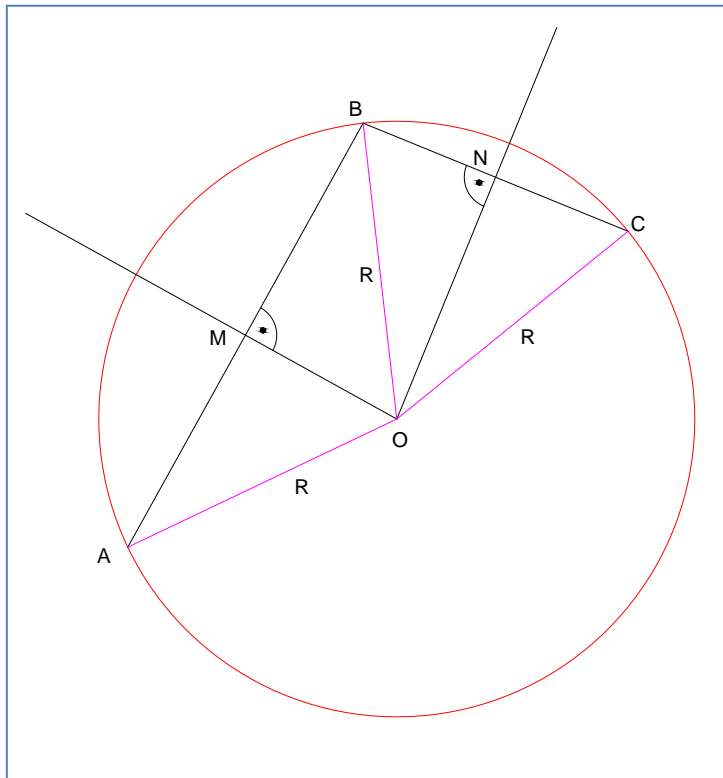
Supongamos que necesitamos replantear el eje T1 - T2 de una galería de servicio, colector, zanja, zona despejada entre arbolado, tablero de puente ó túnel. Como se ve en la figura, nosotros solo podremos movernos en el anillo circular definido por la sección de la obra a realizar.

Queda claro que no podremos trabajar fuera de esta zona, por lo que la longitud de las cuerdas vendrá determinada por dicha anchura, es decir, tendríamos condicionada la cuerda del eje central por el lateral interior de la obra. Una vez conocido este dato, podremos calcular la longitud de la cuerda máxima a replantear desde T1. Así se definirán los puntos A, B y C de la figura. Conoceríamos la longitud de la cuerda y el ángulo que dicha cuerda forma con la tangente (la mitad del ángulo central). Podríamos replantear, con las semicuerdas y el cuarto del ángulo central, los puntos 1, 2, y 3, para densificar el número de puntos.



Para el último tramo, obtendremos un ángulo central λ distinto del ángulo δ empleado.

CALCULO DE UNA CURVA CIRCULAR QUE PASA POR TRES PUNTOS

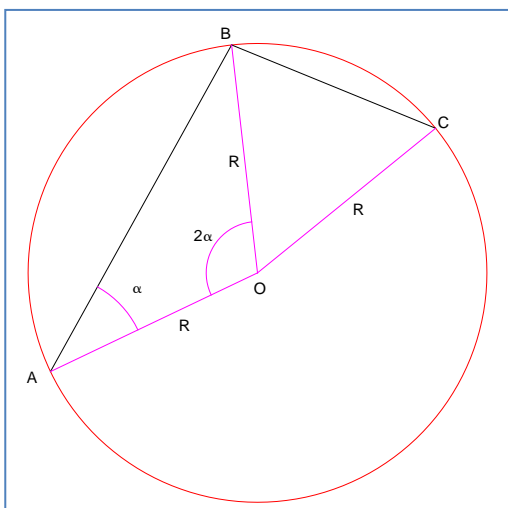


Se puede hacer de varias maneras:

1.- GEOMETRICAMENTE.- Calcularíamos M, punto medio de la recta AB, y N, punto medio de la recta BC. Por M, trazamos la perpendicular a AB. Por N, la perpendicular a BC. Donde se corten ambas perpendiculares, tendremos el centro de la circunferencia que pasa por A, B y C.

El radio lo obtendremos calculando la distancia del centro O a cualquiera de los puntos A, B y C.

2.- ANALITICAMENTE.- Partimos de la expresión general de la ecuación de una circunferencia:



$$Ax^2 + By^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Donde:

X_o = abcisa del centro = $-D/2$; Y_o = ordenada del centro = $-E/2$, y $r = \sqrt{X_o^2 + Y_o^2 - F}$

(Para llegar a esto hemos partido de la ecuación : $(X - X_o)^2 + (Y - Y_o)^2 = r^2$).

Planteamos una ecuación por cada punto que nos dan. Tendremos 3 ecuaciones con tres incógnitas. Resolvemos el sistema y obtendremos los valores

de D, E y F.

3.- POR TEOREMA DEL COSENO

Se verifica que:

$$AB^2 = AO^2 + OB^2 - 2AO \cdot OB \cos 2\alpha$$

Pero $AO = OB = \text{Radio} = R$.

$$\text{Luego: } AB^2 = R^2 + R^2 - 2R^2 \cos 2\alpha = 2R^2 + 2R^2 \cos 2\alpha$$

Sacando factor común R^2 .

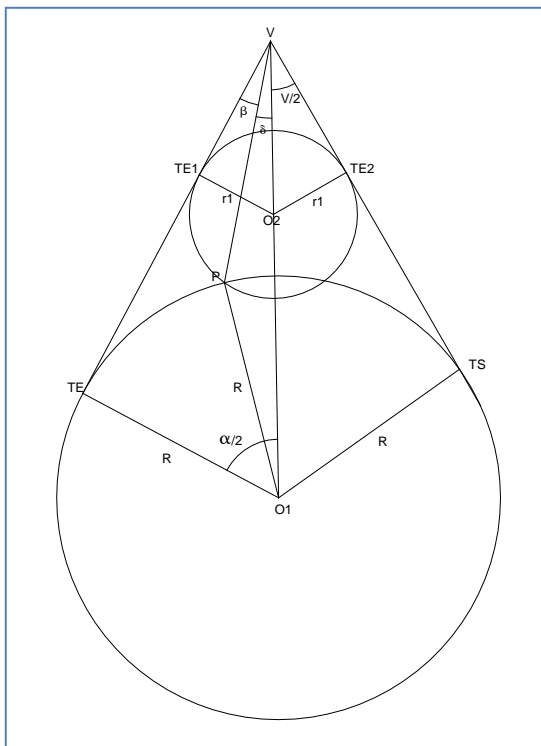
$$AB^2 = 2R^2(1 + \cos 2\alpha)$$

Despejando R^2 :

$$R^2 = AB^2 / 2(1 + \cos 2\alpha)$$

Obteniendo directamente R .

CURVA CIRCULAR DE RADIO R QUE SIENDO TANGENTE A DOS RECTAS DADAS, PASE POR UN PUNTO DETERMINADO



Supongamos:

V (X=78.479;Y=219.045)

P(X=70.000;Y=147.082)

Acimut VTE = 161.2779g

Acimut VTS = 228.1966g.

El problema tendrá dos soluciones.

Supongamos el problema resuelto en el dibujo.

Calculamos el acimut de VP = 207.4665g.

La distancia VP = 72.461 m.

Por diferencia de azimutes, calculamos los ángulos V, α , δ .

V = 66.9187g; V/2 = 33.4594g.

$\alpha = 200 - V = 133.0813g$

El acimut de VO1 = Acimut VTE +

v/2 = 194.7373g.

El ángulo $\delta = \text{Az VP} - \text{Az VO1} = 12.7293g$.

En el triángulo VPO1, aplicamos, aplicamos el teorema del coseno:

$$R^2 = VP^2 + VO^2 - 2 VP VO \cos \delta$$

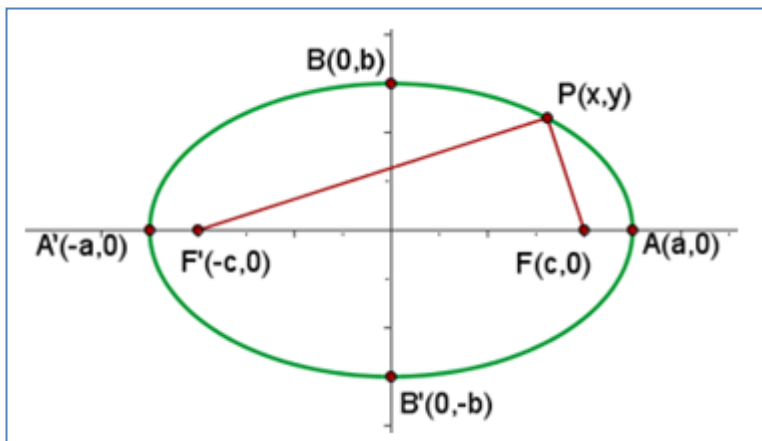
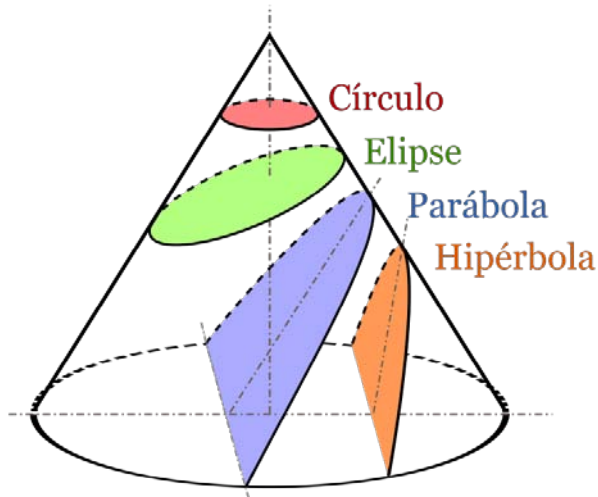
Pero $VO = R/\cos(\alpha/2)$.

Sustituyendo y operando, llegamos a:

$$0.375424 R^2 - 35.75232R + 663.0908 = 0$$

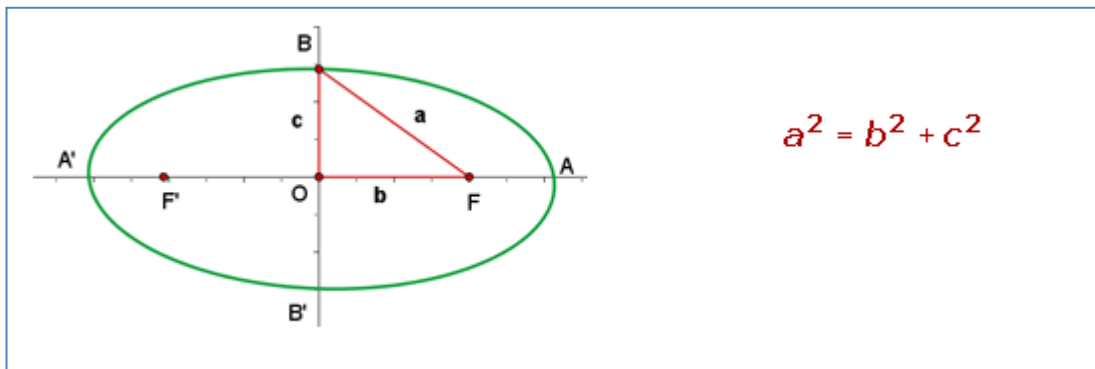
Resolviendo la ecuación de 2º grado: $R = 69.99966 \text{ m}$ y $r_1 = 25.2322 \text{ m}$.

8.22 CURVAS CONICAS



A) ELIPSE

Lugar geométrico de los puntos del plano tales que la suma de distancias a otros dos puntos fijos llamados focos, es constante.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

En la elipse se cumple que: $FP + PF' = 2a$

Siendo: $a = A'A/2 =$ Semieje mayor, $b = BB'/2 =$ semieje menor; F y F' = Focos
 Centro de la elipse = intersección de los dos ejes.

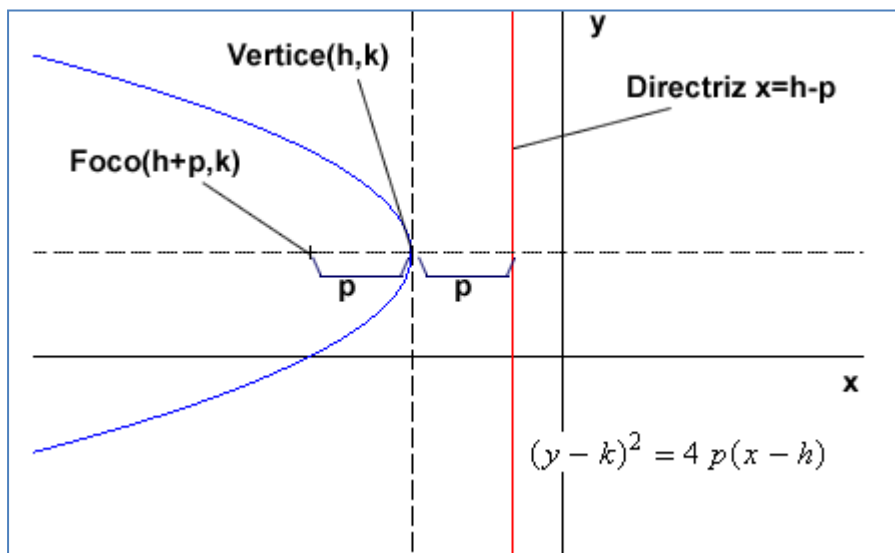
ECUACION DE LA ELIPSE

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

B) PARABOLA

Lugar geométrico de los puntos de un plano que equidistan de otro fijo llamado foco y de una recta denominada DIRECTRIZ.

No se emplea en el diseño de plantas, pero si en el diseño de alzados.



ECUACION DE LA PARABOLA

$$((p/2) - X)^2 + Y^2 = r^2$$

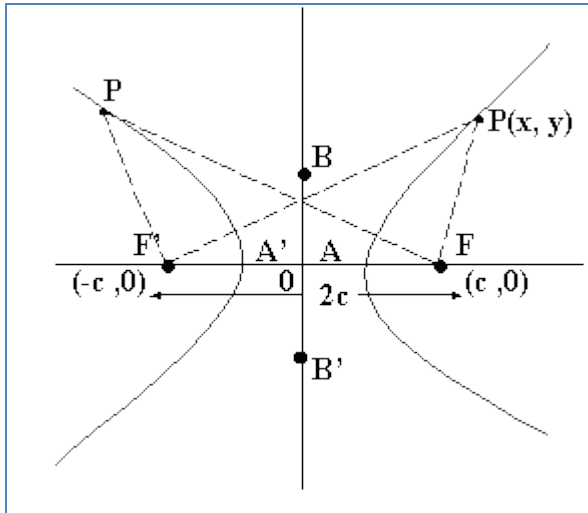
Sustituyendo y operando se llega a:

$$Y^2 = 2pX$$

C) HIPERBOLA

Lugar geométrico de los puntos del plano tales que las diferencias de sus distancias a otros dos puntos fijos llamados focos, es constante.

No se emplea en plantas de proyectos de construcción, ni en alzados.



ECUACION DE LA HIPERBOLA

$$\frac{X^2}{a^2} - \frac{Y^2}{b^2} = 1$$

8.23 CURVAS DE TRANSICION

Son muy empleadas en los proyectos de las plantas de viales, carreteras, ferrocarriles, canales, etc. (obras lineales).

RAZON DE SU EMPLEO

Cuando un móvil circula por una alineación recta, no sufre el efecto de ninguna fuerza sobre él. Ahora bien, cuando pasamos, sin solución de continuidad, de dicha alineación recta a una alineación circular, aparece de repente, actuando sobre el vehículo, la fuerza centrífuga, que “tira” del vehículo hacia afuera de la curva. Esta fuerza depende de la masa del móvil, la velocidad del mismo y del radio de la curva. Su expresión es:

$$F_c = \frac{Mv^2}{R}$$

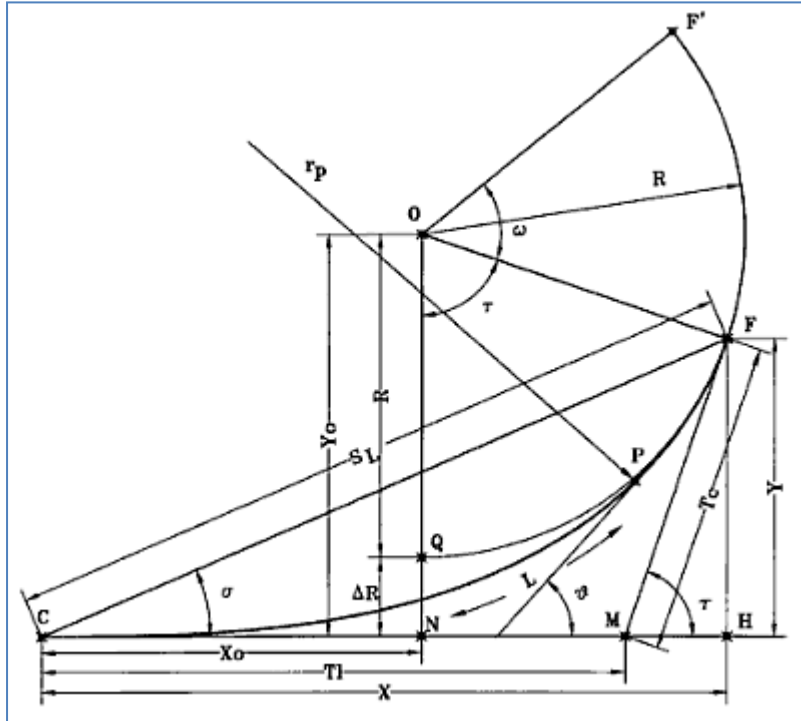
Este “tirón” obligará al conductor a variar bruscamente la trayectoria del vehículo, desviándose de la trayectoria correcta al intentar cortar la curva circular para conseguir una trayectoria con mayor radio que reduzca el efecto de la fuerza centrífuga.

Además, existe también el factor estético. Al llegar a la curva, a los ojos del conductor, esta aparece como un quiebro, que forzará al conductor a abandonar la trayectoria correcta, ciñéndose al borde interior de la calzada.

Pues bien, para evitar estos efectos, se intercala, entre la recta y la curva circular, un tramo de una curva especial, llamada CURVA DE TRANSICIÓN, que permiten una variación gradual del radio, desde el valor infinito de la recta al valor R determinado de la curva circular, haciendo que la fuerza centrífuga aparezca gradualmente y permita adaptar la marcha del automóvil a la aparición de dicha fuerza.

La curva de transición más empleada es la CLOTOIDE.

8.24 LA CLOTIODE. ELEMENTOS



Para cualquier punto de la clotoide se cumple que:

$$L R = A^2.$$

Que es la ley de curvatura de la clotoide, donde:

L = longitud de transición, desde el origen hasta el punto considerado.

R = Radio de curvatura en el punto considerado.

A = Parámetro de la clotoide.

El parámetro es una constante que define el tamaño de la clotoide.

Todas las clotoides son HOMOTÉTICAS (semejantes) entre si

ELEMENTOS DE LA CLOTIODE

Según la figura:

CPF = Arco de clotoide

L = longitud del desarrollo del arco CPF

R = OF = Radio del círculo a enlazar (OF es normal a la clotoide en F).

A = Parámetro

F = Punto final de la clotoide

C = Punto inicial de la clotoide

O = Centro del círculo de enlace

P = Punto cualquiera de la clotoide

X = CH = Abcisa del punto F, sobre la recta CV

Y = FH = Ordenada del punto F, sobre la recta CV

Yo = OQN = Abcisa del centro O, sobre la recta CV

ΔR = QN = Retranqueo. Incremento del radio R

Tc = FM = Tangente corta

TI = CM = Tangente Larga

ζ = Tau = ángulo que recta FM forma con la recta CV. Es igual que el que forman la TI y la Tc.

SI = Cuerda de la curva entre C y F

θ = Angulo de la tangente, en un punto P cualquiera de la curva, con la recta CV

σ = Angulo polar de F, formado por la cuerda CF y la recta CV.

rp = radio de curvatura en P, perpendicular a la curva en P.

l = longitud del desarrollo del arco CP

Todos estos elementos son calculables, pero no se incluyen aquí por exceder del temario de este curso.

Las formulas que nos permiten el cálculo de las coordenadas de un punto de la clotoide, obtenidas por desarrollos en serie, son:

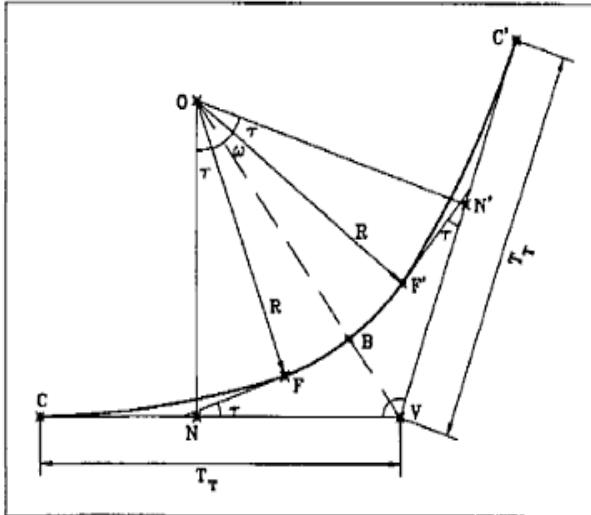
$$x = 1 - \frac{l^5}{10(2RL)^2} + \frac{l^9}{216(2RL)^4} - \frac{l^{13}}{9360(2RL)^6} + \dots$$

$$y = \frac{l^3}{3(2RL)} - \frac{l^7}{42(2RL)^3} + \frac{l^{11}}{1320(2RL)^5} - \frac{l^{15}}{75600(2RL)^7} + \dots$$

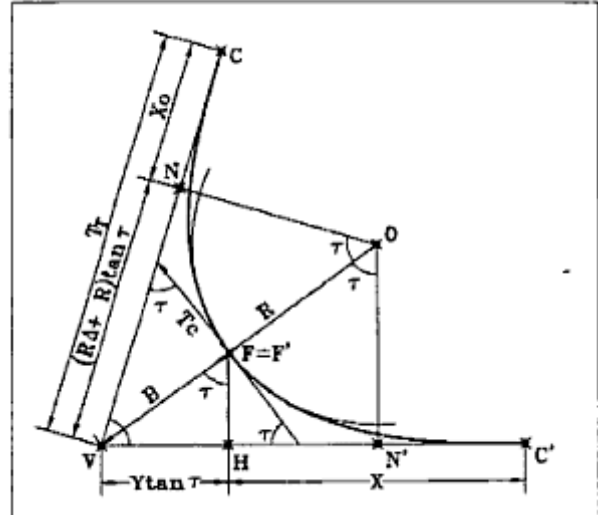
Estos desarrollos son indefinidos, pero, con cuatro términos se obtienen precisiones de decima de milímetro, más que suficiente en topografía.

8.25 DIVERSOS TIPOS DE ENLACES CON CLOTIDES

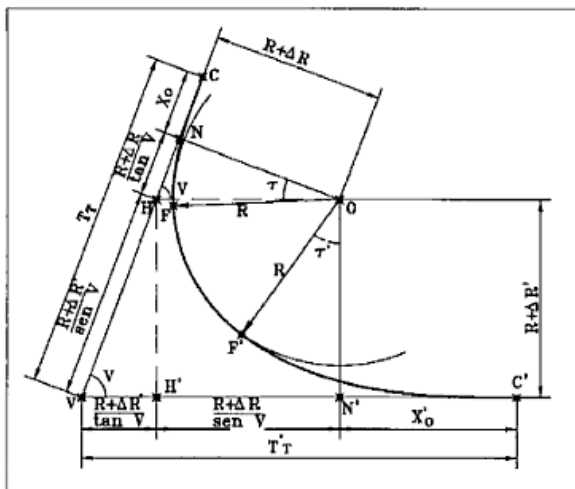
Enlace simétrico círculo-clotoide-círculo



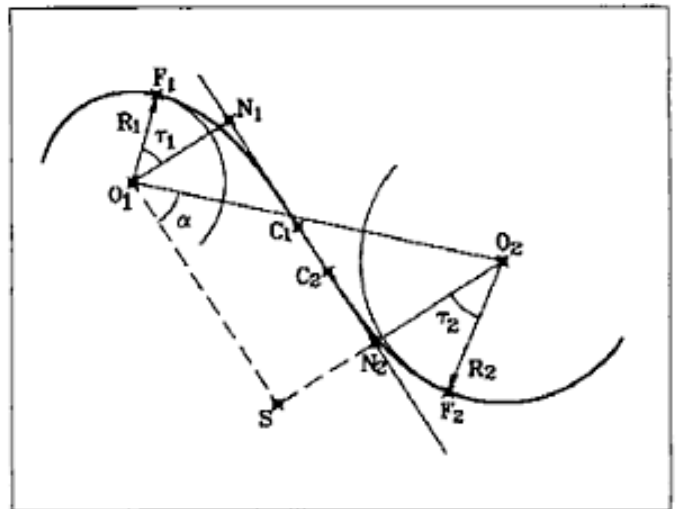
Enlace simétrico clotoide - clotoide



Enlace asimétrico círculo-clotoide-círculo



Enlace dos clotoides con recta común



Existen muchos más tipos de enlaces, siempre en función de la geometría de la carretera.

TEMA 9 ALTIMETRIA DE OBRAS

CONSIDERACIONES GENERALES. DETERMINACION DE UNA RASANTE RECTA. CONCEPTO DE MOVIMIENTO DE TIERRAS. PERFILES LONGITUDINALES. METODOS DE OBTENCION DE PERFILES LONGITUDINALES. PERFILES TRANSVERSALES. OBTENCION DE PERFILES TRANSVERSALES. RASANTE DE UN PROYECTO. PROYECTO DE RASANTES RECTAS. ACUERDOS VERTICALES ENTRE RASANTES RECTAS. ACUERDOS VERTICALES EN FORMA PARABOLICA. CAJEJO DE UN PEFIL TRANSVERSAL. REPLANTEO DE RASANTES. REFINO DE RASANTES. REPLANTEO DE TALUDES. SECCION DE UNA CARRETERA. PERALTES. TRANSICION AL PERALTE. REPLANTEO DE ZANJAS

9.1 CONSIDERACIONES GENERALES. RASANTE DE UN PROYECTO.

Una vez replanteado el eje en planta, y obtenido el correspondiente perfil longitudinal del terreno, se procederá a proyectar la rasante de la obra, en función de los condicionamientos y normativa propia del tipo de obra.

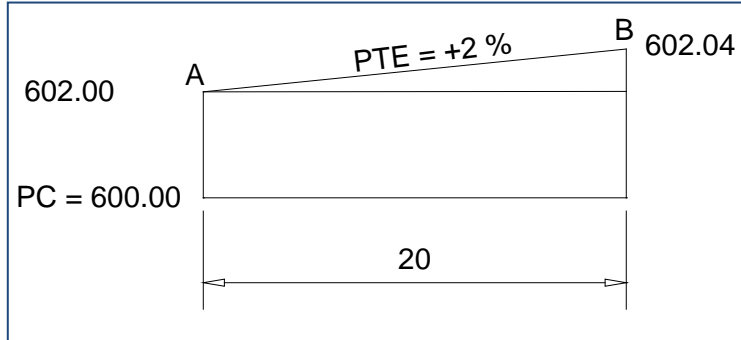
Es muy importante subrayar la importancia, para un exacto replanteo altimétrico de la rasante, que la red de apoyo se haya realizado mediante nivelación geométrica, adoptando el método del punto medio. Siempre que sea posible, se realizara la nivelación por anillos cerrando partiendo y cerrando en la misma base.

Como ya hemos comentado con anterioridad, a la hora de afrontar la ejecución de un proyecto, los pasos a seguir son:

- Se diseña, sobre el plano topográfico base, la planimetría del proyecto.
- Se replantea en campo, apoyándonos en la red de bases topográficas, el eje en planta de dicho proyecto, obteniéndose de esta forma la TRAZA del proyecto.
- Se procede a la nivelación de todos los puntos de dicha traza, de forma que de esta manera podremos obtener el perfil longitudinal de la traza de la obra.
- Sobre dicho perfil, se diseña la RASANTE, es decir, la situación altimétrica de los puntos del proyecto.
- Se procederá a la nivelación de los puntos de la planta del proyecto, de forma que, al comparar la cota de rasante de cada punto con la cota de la traza, obtendremos la COTA ROJA de cada punto, lo que nos indicará el desmonte ó terraplén que habrá que realizar para conseguir la ejecución exacta del proyecto en el espacio.

IMPORTANTE RECORDAR: COTA ROJA = COTA RASANTE - COTA PROYECTO

9.2 DETERMINACION DE LA RASANTE RECTA



Para calcular la cota, sobre la rasante recta definida por la cota de rasante recta de A y la pendiente de la rasante recta, operaremos de la siguiente forma:

$$ZB_{(RR)} = ZA_{(RR)} + (D_{AB} * pte_{AB})$$

En el caso de la figura:

$$ZB_{(RR)} = 602 + (+0.02 * 20) = 602.40$$

Cuando la rasante tiene pendiente positiva, se denomina RAMPA. Cuando tiene pendiente negativa, se denomina PENDIENTE.

Como ya sabemos, pero repetimos de nuevo:

$$(PENDIENTE)^{B_A} = PTE = \operatorname{tg} \alpha = \Delta Z^{B_A} / D_R^{B_A}$$

9.3 CONCEPTO DE MOVIMIENTO DE TIERRAS

Por MOVIMIENTO DE TIERRAS se entiende el conjunto de operaciones necesarias de excavación (desmonte) ó relleno de tierras (terraplenado), necesario para la construcción de una Obra Pública cualquiera.

El movimiento de tierras es una de las operaciones más importantes de cualquier obra. Es el que va a definir la posición correcta de la obra en el espacio. Por tanto, es muy importante que el replanteo altimétrico de la obra se ajuste al diseñado en proyecto, y que, desde el punto de vista topográfico, este realizado con la mayor precisión posible.

Además, desde el punto de vista económico, es muy importante este capítulo, tanto a nivel de certificación (facturación a la propiedad), donde suele ser uno de

los capítulos de valor más elevado, como por el coste propio de la maquinaria a emplear.

Por todo lo dicho, es muy importante que dicho movimiento de tierras quede perfectamente claro antes de su inicio, para poder disponer de la maquinaria y medios auxiliares necesarios para realizarlo, así como para determinar accesos a las zonas de excavación y terraplenado, así como zonas de acopios (zonas donde se almacena el material extraído, si no se lleva directamente a vertederos autorizados).

9.4 PERFILES LONGITUDINALES

Un perfil longitudinal se define como la representación gráfica, en base a distancias (que generalmente serán PK'S y cotas, de los puntos que definen la traza del proyecto, ó corte del terreno por el plano vertical que contiene a la planta del mismo.

Una vez representada la traza del terreno, sobre dicho perfil se dibujara y encajara la rasante del proyecto (ya sea una carretera, un canal, un colector, una tubería, etc.).

Es importante remarcar que, aunque la planta describa alineaciones rectas y curvas, el perfil longitudinal siempre se representará de forma continua, indicando los PK'S de los puntos representados, pero sin tener dichas variaciones ningún tratamiento especial.

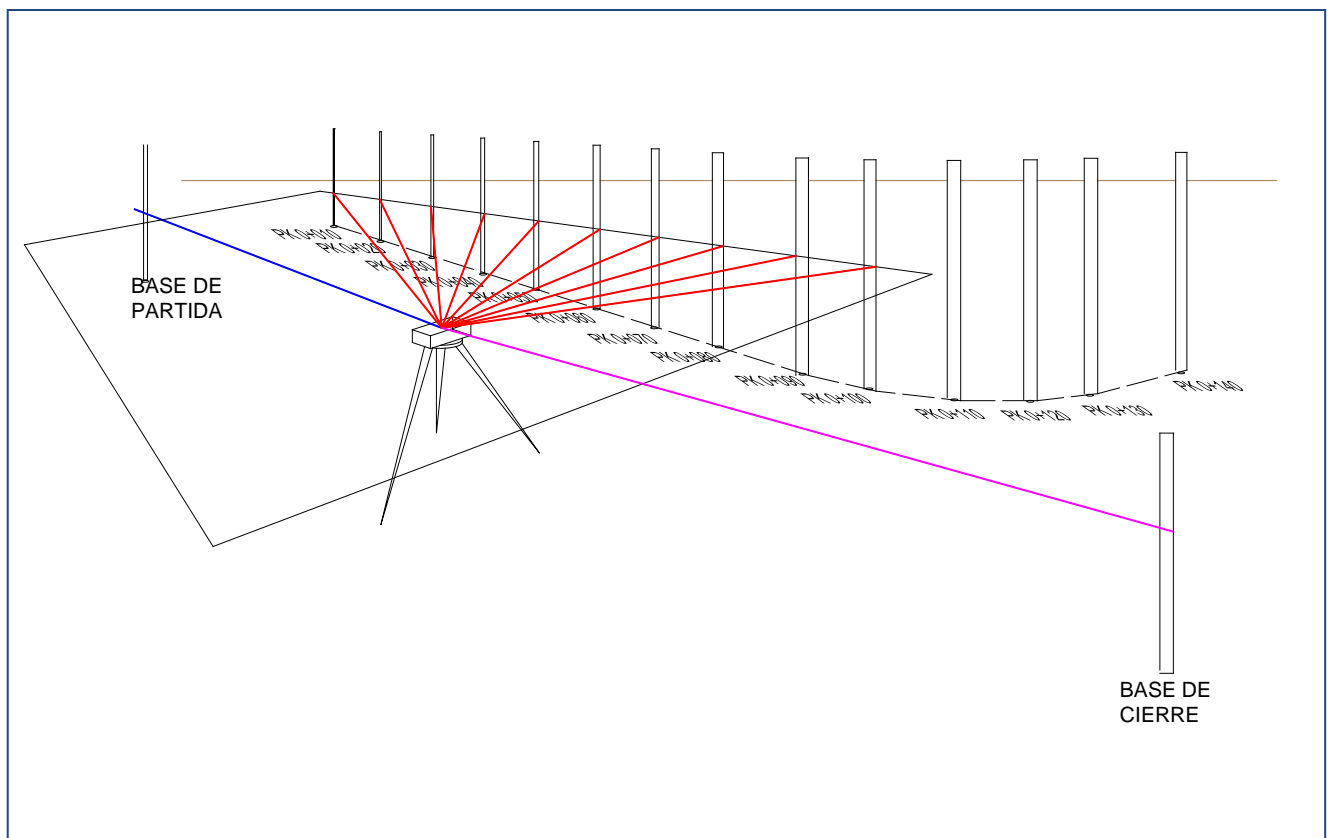
FORMAS DE OBTENER UN PERFIL LONGITUDINAL

- A) A PARTIR DE LOS PUNTOS DE PLANTA DEL PROYECTO PREVIAMENTE REPLANTEADOS.– Es la forma mejor y más precisa de obtener un perfil longitudinal, aplicando métodos de topografía clásica, es decir, ya sea nivelación geométrica (recomendado) ó con nivelación taquimétrica. Últimamente, dado el amplio uso de los GPS, también se pueden obtener datos altimétricos de la traza, aunque la precisión obtenida es menor que con cualquiera de los dos primeros métodos.

En cuanto a la toma de cotas mediante nivelación de los puntos replanteados, el proceso es el siguiente:

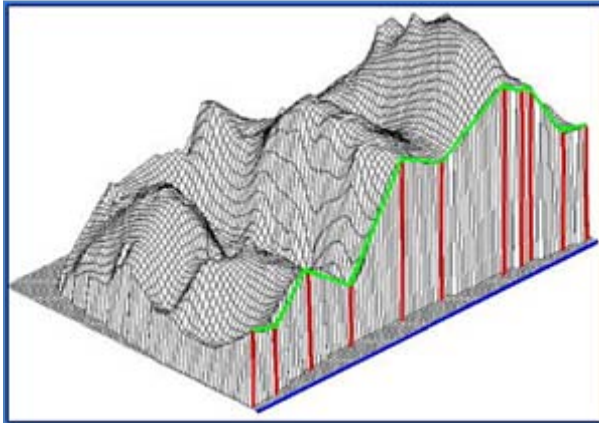
- Nos colocaremos con el nivel, próximos a la traza, aproximadamente en un punto intermedio del tramo a replantear.
- Tomaremos cota de alguna base de replanteo cercana. Dicha cota la anotaremos en la libreta como lectura de espalda, y será, como ya sabemos, la que nos permita calcular la cota del plano de comparación.
- A continuación, iremos pasando la mira por los puntos replanteados de la zona a nivelar, anotando todas las lecturas obtenidas en la columna denominada "intermedias".
- Una vez finalizada la nivelación de dicho tramo, tendremos que comprobar que el nivel, durante la operación no se ha movido. Para ello, bien volvemos a cerrar en la base de partida, ó bien cerraremos en otra base de coordenadas conocidas, anotando dicha lectura en la columna lectura de frente. Si todo ha ido bien, en el primer caso, el desnivel debe ser cero, y en el segundo, deberá coincidir con el desnivel entre bases.

Comprobada la bondad de la nivelación del tramo elegido, moveremos el nivel a otra posición que nos permita nivelar el siguiente tramo, operando de igual forma



B) A PARTIR DE MODELOS DIGITALES DEL TERRENO (INFORMATICAMENTE).–

Cada día más, y sobre todo cuando se pretende obtener datos para estudios previos de proyecto, se emplean programas informáticos (tipo MDT, PROTOPO, etc.), que nos permiten obtener el perfil longitudinal de una planta, a partir de la obtención en campo de un taquimétrico de la zona donde se encuentra la obra. Es muy importante realizar una buena toma de datos, es decir, que reflejemos



todos los puntos que definen correctamente el terreno, acompañándolos del código correspondiente, para indicar sobre todo las cabezas de talud, pies de desmonte, y en general, todos aquellos elementos que supongan una variación en la topografía del terreno. Ya en gabinete, volcaremos dicho taquimétrico al ordenador y, a través del programa topográfico, generaremos una nube de puntos, a la que dotaremos, con las herramientas correspondientes de una superficie topográfica que nos generará un modelo del terreno tridimensional.

Una vez creado, podremos obtener sobre dicho modelo digital, tanto el perfil longitudinal de la traza como los correspondientes perfiles transversales, una vez que le hayamos introducido la sección tipo. (de los perfiles transversales y de las secciones tipos hablaremos más adelante).

CARACTERISTICAS DE LOS PERFILES LONGITUDINALES

A la hora de tomar datos para un perfil longitudinal del terreno, deberemos de tener en cuenta:

- La escala a la que vamos a dibujar dicho perfil
- La densidad de los puntos a tomar

ESCALA DE UN PERFIL LONGITUDINAL

La escala de un perfil longitudinal debe de estar en función del tipo de elemento que se quiera representar. Ahora bien, como la diferencia altimétrica entre los distintos puntos que integran un perfil es muy pequeña en comparación con las distancias horizontales que separan el inicio y el fin del perfil, no es conveniente usar, como escala horizontal del perfil longitudinal la misma escala que la planta del proyecto, pues no apreciaríamos apenas los cambios de altura de los puntos.

Por tanto, ES CONVENIENTE EMPLEAR PARA EL PERFIL LONGITUDINAL UNA ESCALA APROXIMADAMENTE 10 VECES MAYOR QUE LA ESCALA DE LA PLANTA. De esta forma, tendremos más claridad en los detalles altimétricos.

A veces puede ser necesario, en función del detalle necesario, realizar ampliaciones a mayor escala de ciertas zonas.

En cuanto a la escala vertical y por las mismas razones expuestas, esta debe ser 4 ó 5 veces mayor que la escala horizontal empleada en el perfil, con el fin de poder apreciar claramente las variaciones altimétricas existentes en dicho perfil.

Cuando, en un perfil longitudinal, Escala horizontal = Escala Vertical, se dice que el perfil es un perfil natural del terreno.

Cuando, Escala Vertical = $\frac{1}{4}$ de la escala horizontal, se dice que el perfil es un perfil realzado del terreno.

DENSIDAD DE LOS PUNTOS A TOMAR

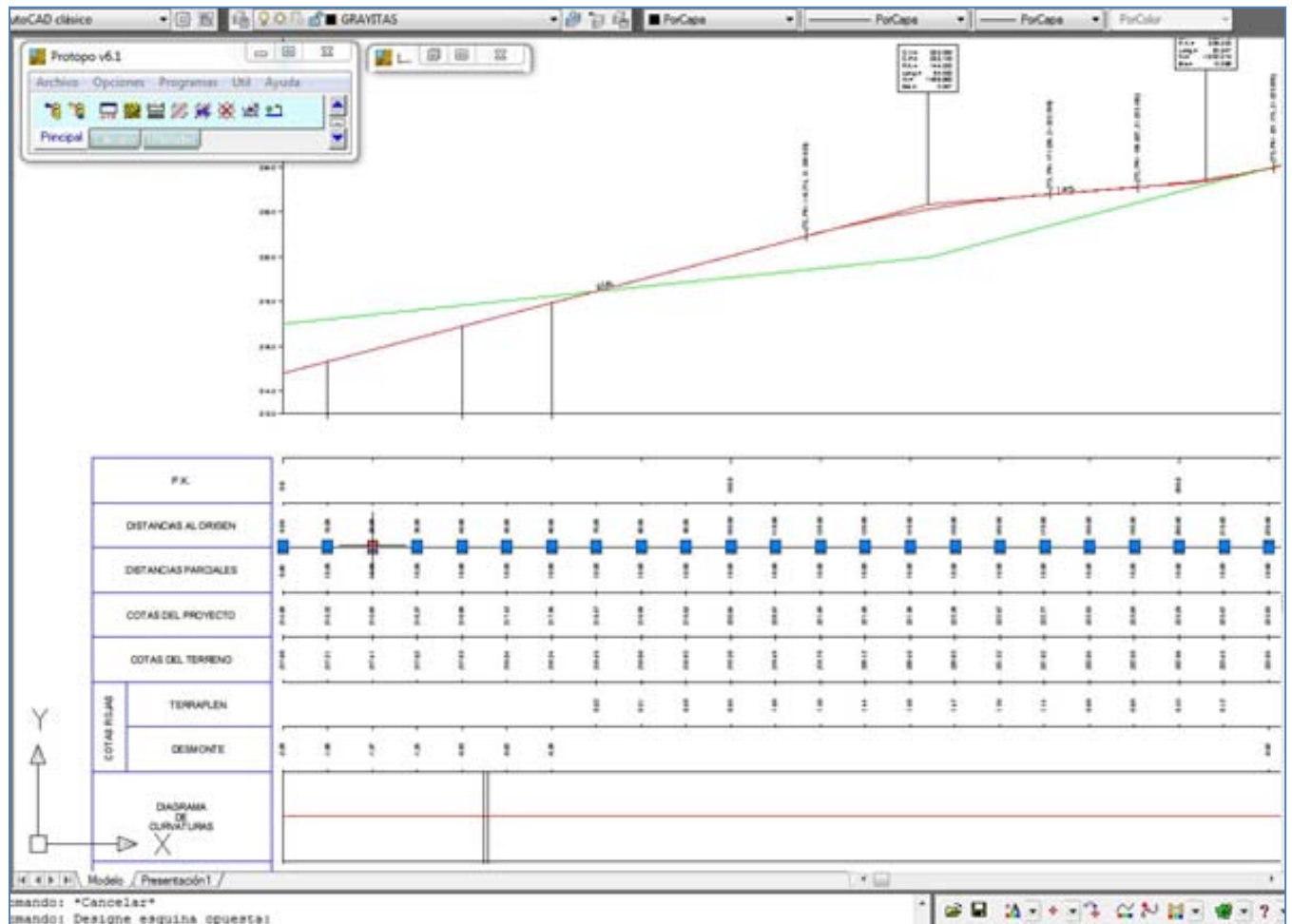
En general, lo deseable es tomar todos los puntos del terreno que definan cambios susceptibles de ser representados en el perfil, es decir, que el desnivel existente entre dos puntos consecutivos sea mayor que: $0.2 \text{ mm} \times \text{denominador de la escala}$, ya que un desnivel menor no tendría representación gráfica.

GUIARRA DE UN PERFIL LONGITUDINAL

Se denomina GUIARRA a toda la información referente a los puntos representados en el perfil y que, siguiendo un determinado orden, se coloca debajo del perfil, rotulando en la vertical correspondiente a cada punto, toda la información necesaria.

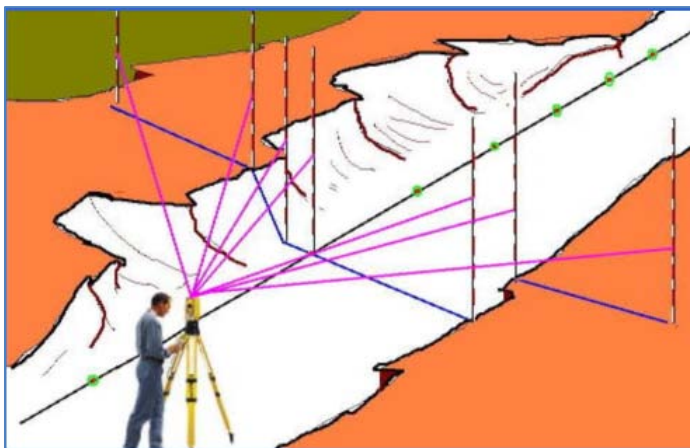
En una guitarra debe de figurar, al menos: Cotas Rojas (desmonte y terraplén), Cotas de la Rasante, Cotas del Terreno, Distancias Parciales, Distancias al Origen y N° de Perfil.

En obras lineales, suele aparecer además debajo un gráfico de peraltes, llamado diagrama de peraltes y otro diagrama de alineaciones en planta, llamado diagrama de curvaturas.



Ejemplo guitarra de perfil longitudinal obtenida con autocad civil 2009

9.5 PERFILES TRANSVERSALES.

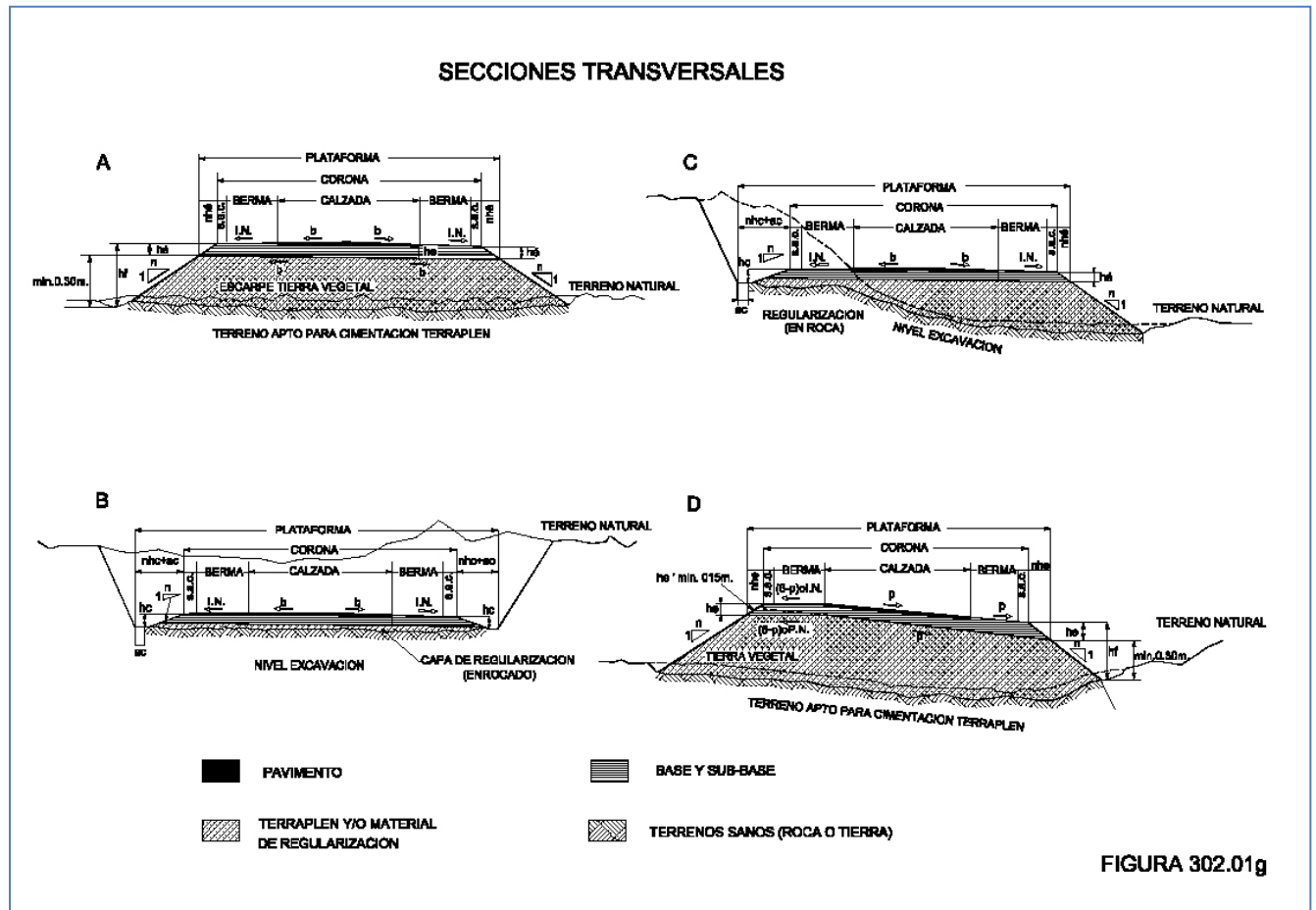


Un perfil transversal es un perfil obtenido, perpendicularmente al eje en planta de la carretera, de forma que, hacia ambos lados del eje en planta, cubra la zona de acción de la obra. De esta forma, obtendremos una representación del terreno existente según un corte transversal al eje de la carretera.

Se define un perfil transversal por cada punto kilométrico (PK) de la planta. Sobre ellos, se encajará la sección transversal de la obra, que es una sección transversal ó corte de la obra por un eje perpendicular al eje en planta del proyecto, y que nos da información de anchos,

pendientes transversales, espesores de las distintas capas de firme ó cimentaciones, etc.

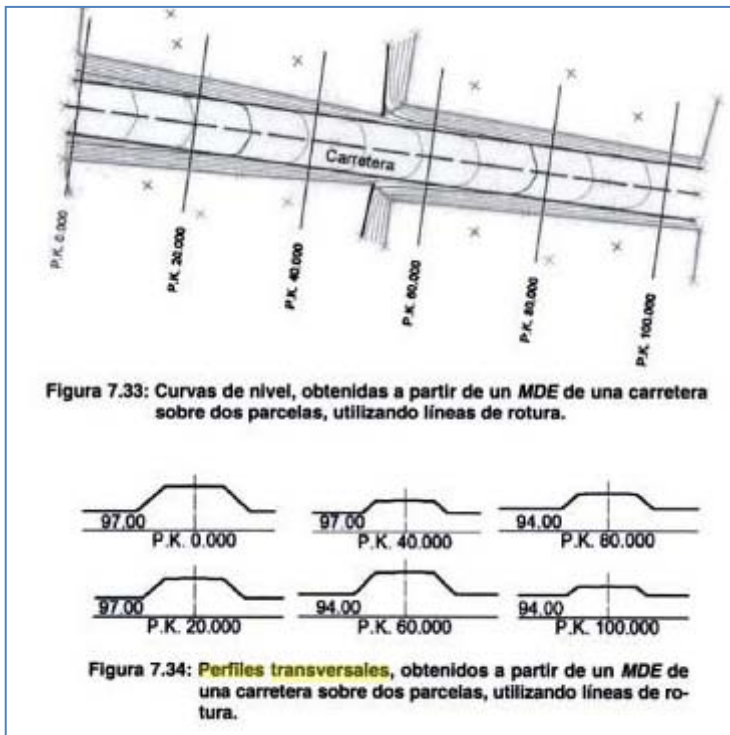
Por último, los perfiles transversales, junto con las secciones transversales, serán la base para efectuar el cálculo de la cubicación de una obra



OBTENCION DE UN PERFIL TRANSVERSAL.

Al igual que ocurre con el perfil longitudinal, el perfil transversal se puede obtener, bien por medición directa en campo, ó bien a partir de los modelos digitales obtenidos en ordenador.

Si se trata de obtenerlo directamente en el terreno, tendremos que partir de los puntos replanteados del eje en planta. El instrumento adecuado para obtener los datos es el taquímetro ó estación total. Nos estacionaremos en el punto del que queramos obtener el perfil, y marcando 100° con respecto a la alineación del eje (ó marcando la bisectriz del ángulo formado por los dos tramos que confluyen en el perfil, caso de que estemos en una alineación curvilínea), iremos obteniendo distancia reducida y desnivel de cada punto que defina el perfil transversal respecto al eje, a ambos lados del mismo, y en una longitud que exceda en algunos metros el ancho estricto de la obra.



Si quisiéramos emplear el nivel, tendríamos que tener, previamente, replanteada la dirección del perfil transversal, lo que implica un aumento del trabajo, aunque el resultado será de gran precisión.

En el caso de obtenerlos por tratamiento informático, sigue siendo válido lo enunciado, es decir, tendremos que haber tomado un taquimétrico del terreno lo suficientemente denso y definido para que los perfiles que obtengamos sean realmente representativos del terreno.

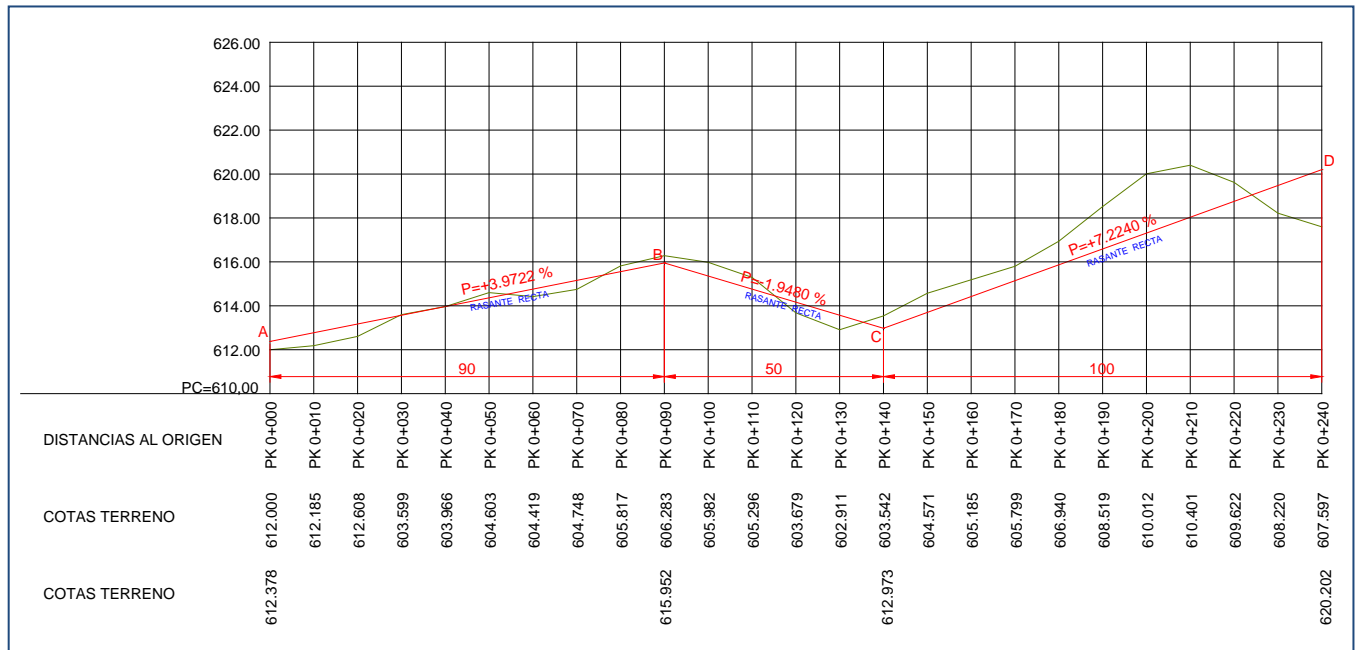
ESCALA DE LOS PERFILES TRANSVERSALES.

En general, se suele usar la misma escala que la escala vertical del perfil longitudinal. No obstante, la más empleada en planos de obra suele ser la escala 1/100.

9.6 PROYECTO DE RASANTES RECTAS. Es el primer paso a la hora de encarar el proyecto de una rasante. Para ello, sobre el perfil longitudinal del terreno, se dibujarán dichas rasantes rectas, en función de una cota de partida, una pendiente de salida y un punto de llegada. En general, el proyecto contara con más de una rasante recta, por lo que tendremos una sucesión de puntos de cota conocida, llamados VERTICES, que se encontrarán a una distancia determinada del origen, (que generalmente coincidirán con los P.K. de la obra) y una serie de pendientes para los distintos tramos que conforman la rasante del proyecto.

Cuando la pendiente de la rasante recta es POSITIVA, decimos que estamos ante una RAMPA.

Cuando la pendiente es NEGATIVA, estamos frente a una PENDIENTE.



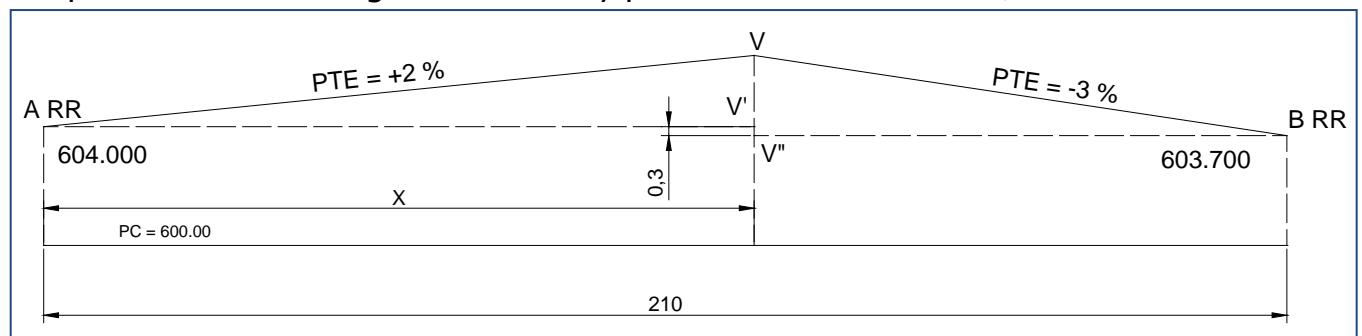
CALCULO DE LAS RASANTES RECTAS. El cálculo de la rasante recta consiste en:

- Calcular la distancia al origen y la cota de los vértices definidos por las intersecciones de cada dos rasantes rectas consecutivas (evidentemente, también el punto inicial y final)
- Obtención de la COTA ROJA (diferencia de cota de rasante menos cota de terreno).
- Obtención de la posición (PK y cota), de las intersecciones de la rasante con el terreno, puntos denominados PUNTOS DE PASO.

Evidentemente, como datos de partida tendremos la cota del punto inicial de la rasante recta (punto A), y las sucesivas pendientes de los tramos definidos por las sucesivas rasantes rectas.

9.7 CALCULO DE LA INTERSECCION DE DOS RASANTES RECTAS

(Supuesto conocido la cota del punto origen de la primera rasante, pendiente, cota del punto final de la segunda rasante y pendiente de este tramo).



Ejemplo: Tenemos una rasante recta que parte de A (RR), con distancia al origen 0 y de cota 604.000, con una pendiente del +2 %.

El punto final de la rasante de salida, B (RR), tiene una distancia al origen de 210 m., y una cota de 603.700.

1) Calculo por Geometría.

Según se desprende de la figura anterior.

$$Do\ B\ (RR) - Do\ A\ (RR) = 310\ m.$$

$$Z\ A\ (RR) - Z\ B\ (RR) = 0.300\ m.$$

En el triángulo A-V-V':

$$VV' = X\ p = X * 0.02$$

En el triángulo B-V-V'':

$$VV'' = (210 - X) * 0.03$$

$$Y, \text{ según la figura: } VV'' = VV' + 0.30$$

$$\text{Substituyendo en } VV'': VV' + 0.30 = (210 - X) * 0.03; VV' = (210 - X) * 0.03 - 0.30$$

$$\text{Igualando: } 0.02X = 6.3 - 0.03X - 0.30; 0.05X = 6, \text{ de donde: } X = 6/0.05 = 120 \text{ metros}$$

$$Y\ VV' = 120 * 0.02 = 2.40\ m. \text{ Por otra parte: } VV'' = 2.40 + 0.3 = 2.70\ m.$$

Luego:

$$\text{Cota de V: } Z\ V(RR) = 604.000 + 2.40 = \mathbf{606.400}$$

$$\text{Comprobamos a través de B: } Z\ V(RR) = 603.70 + 2.70 = \mathbf{606.400}$$

2) Por geometría analítica:

Planteamos las ecuaciones de las dos rasantes rectas:

(en este caso, X serán distancias al origen y Y serán las cotas).

La ecuación de una recta se puede escribir: $y - y_0 = pte (x - x_0)$

Substituyendo:

$$\text{Recta AV: } y - 604 = 0.02 (x - 0). \text{ Operando: } y = 0.02x + 604$$

$$\text{Recta VB: } y - 603.70 = -0.03(x - 210). \text{ Operando: } y = -0.03x + 610$$

Igualando:

$$0.02x + 604 = -0.03x + 610: \text{ de aquí: } x = 6/0.05 = 120 \text{ metros.}$$

Substituyendo el valor de x en cualquiera de las ecuaciones:

$$y - 604 = 0.02 (120 - 0). \text{ De aquí: } y = 2.4 + 604 = \mathbf{606.40}$$

OBTENCION DE LA INTERSECCION DE LA RASANTE CON EL TERRENO.

Para ello, basta hallar la intersección de la rasante con el terreno, definiendo este mediante la ecuación de la recta que lo define, un punto anterior y otro posterior a donde se encuentra el punto intersección.

9.8 ACUERDOS VERTICALES ENTRE RASANTES RECTAS

En general, cuando se proyecta una serie de rasantes rectas en un proyecto, como ya hemos visto, se nos producirán en los vértices unos cambios de sentido bruscos. Para ciertos tipos de obras, puede ser suficiente y no sería necesario realizar ningún tipo de ajuste.

Pero en el caso de que dicha rasante corresponde a una obra lineal del tipo: carretera, ferrocarril, canales, viales de urbanización, tuberías que contengan fluidos que no circulen por su interior con presión, será necesario ajustar la rasante en dichos quiebros, para suavizarlos y que no se produzcan de forma brusca.

En conducciones de fluidos, estos ajustes, ó ACUERDOS, pueden realizarse sin más que intercalar un arco de circunferencia entre cada dos rasantes rectas, con lo que reduciremos sensiblemente los rozamientos y deterioros internos en la tubería al evitar choques con las paredes interiores.

Pero en el caso de que la rasante se vaya a emplear para circulación de vehículos, sobre todo automóviles, el AJUSTE debe de ser más preciso, y debe de tener en cuenta, sobre todo en el caso de acuerdos de rasantes convexos, que debe de existir una distancia mínima de visibilidad, que permita, en casos necesarios, la detención de los vehículos sin que se produzca ningún accidente. Esta distancia de visibilidad está en función de la distancia de parada, ó distancia necesaria para que un vehículo que circule a una determinada velocidad, pueda detenerse sin chocar con un obstáculo imprevisto.

Según la norma de carreteras vigente, la distancia de parada "I" se define como:

$$I = 0.01 V^2 + 0.20 V$$

Como ejemplo, dicha distancia, suponiendo que $V = 80 \text{ km/h}$, es de 80 metros.

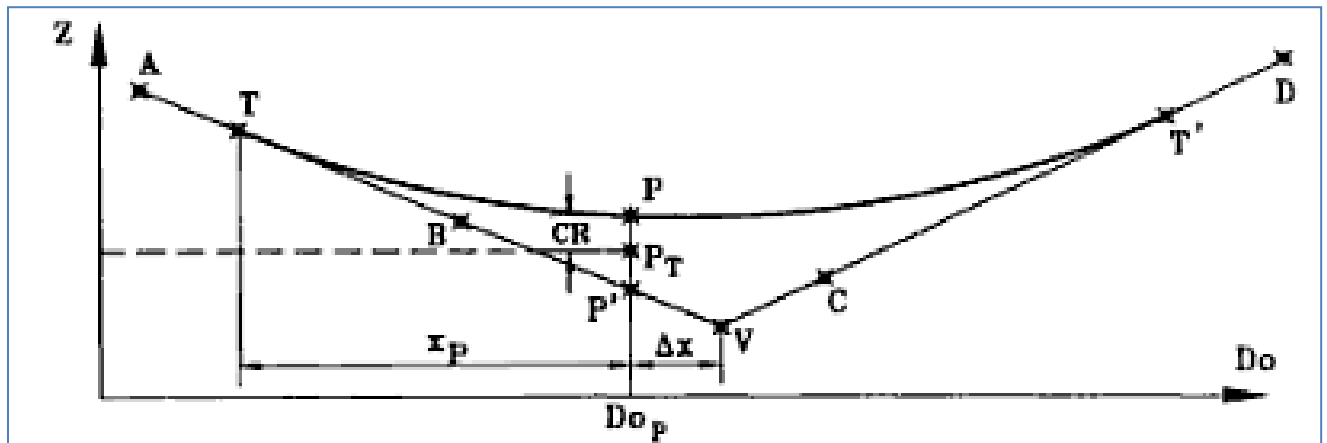
Por tanto, y con objeto de que nuestra rasante permita que se circule dentro de esta normativa, se adopta, como solución para los acuerdos, el ACUERDO PARABOLICO.

En la parábola, la variación de la pendiente con respecto al recorrido es constante.

Además, estas curvas favorecen la estabilidad y el confort en la marcha del vehículo.

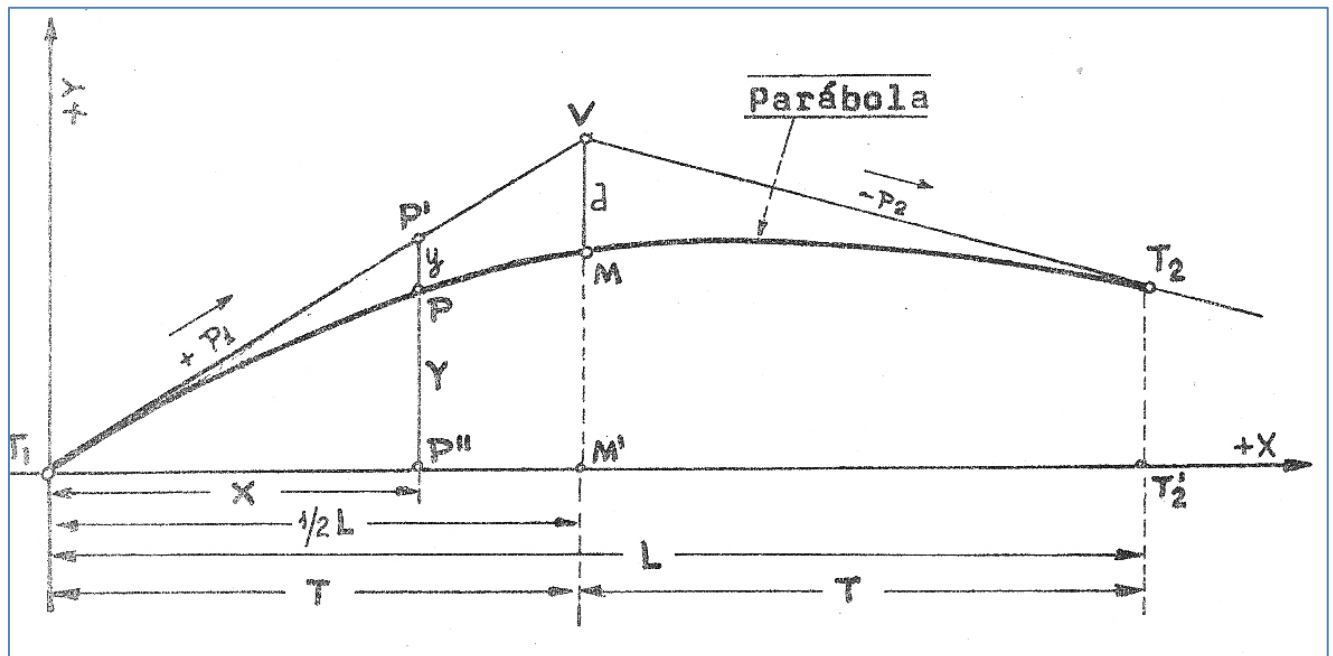
Para velocidades mayores de 100 km/h, se suelen emplear acuerdos parabólicos de parámetro mayor de 5000 m.

(El parámetro del acuerdo parabólico, representado por K_v , es asimilable al radio de una curva circular).



Acuerdo parabólico cóncavo (el vértice está por debajo de ambas tangentes)

9.9 ESTUDIO DE LOS ELEMENTOS QUE DEFINEN UN ACUERDO VERTICAL EN FORMA PARABÓLICA



Según la figura adjunta, denominaremos:

V = Vértice del acuerdo.

$T_1-V = V-T_2 =$ tangentes rectas primitivas

p_1 = valor de la pendiente de la rasante recta de entrada.

p_2 = valor de la pendiente de la rasante recta de salida.

Nota: Las pendientes, para operar en las fórmulas que exponaremos a continuación, siempre se introducirán en tanto por uno, aunque en el dibujo del perfil vengan expresadas en tanto por ciento.

$T_1-P-M-T_2$ = arco de parábola tangente a las alineaciones rectas en T_1 y T_2 .

P = punto cualquiera del acuerdo parabólico.

M = vértice del arco de parábola. Se obtiene al trazar por V, vértice del acuerdo, una vertical que corte a la parábola.

X = abcisa del punto genérico P a partir de la tangente de entrada.

Y = ordenada del punto genérico P a partir de la ordenada de la tangente de entrada

$T_1-M' = T$ = proyección horizontal de la tangente recta primitiva de entrada T_1-V .

$M'-T_2 = T$ = proyección horizontal de la tangente recta primitiva de salida $V-T_2$.

$T_1-M'-T_2 = L$ = longitud del Acuerdo.

Nota: Por motivos de diseño, estéticos, etc., el MOPU aconseja emplear acuerdos parabólicos con tangentes de entrada y salida iguales.

De esta forma, en los encajes parabólicos: $L = 2T$

FORMULAS OFICIALES PARA EL CÁLCULO DE ACUERDOS VERTICALES PARABOLICOS.

$L = 2T = K_v \theta$ Longitud del acuerdo parabólico, en donde:

K_v = PARAMETRO ACUERDO PARABOLICO

$\theta = (p_1 - p_2)$. Diferencia entre pendiente de entrada y pendiente de salida.

IMPORTANTE.: En la formula anterior, las pendientes se introducen con su signo, y en tanto por uno. De esta forma:

$$K_v = \frac{L}{\theta}$$

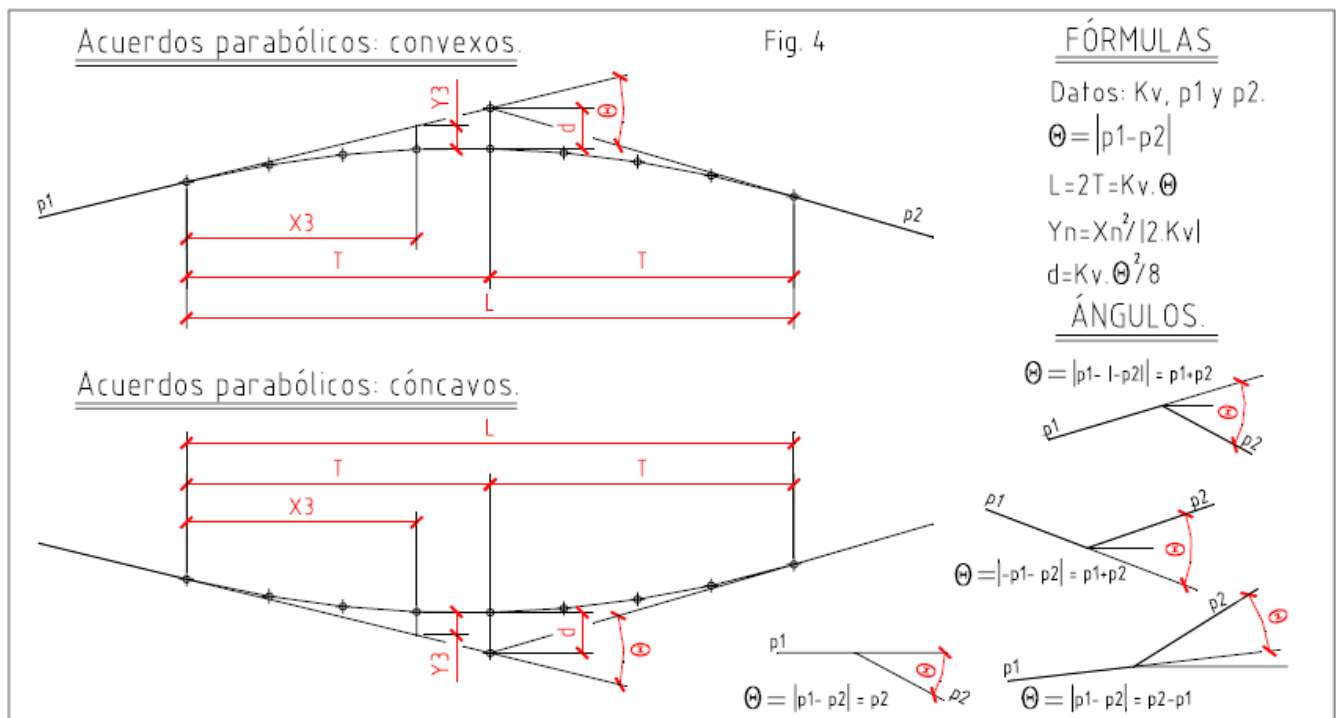
Podremos obtener un K_v de valor positivo, que representa un acuerdo parabólico convexo, ó negativo, que representará un acuerdo parabólico cóncavo.

Para un punto cualquiera P: $y = \frac{x^2}{2 K_v}$

y representa la distancia, medida sobre la vertical, entre la rasante recta y la rasante parabólica.

La distancia del vértice a la parábola: $d = VM = \frac{K_v \theta^2}{8}$

En la siguiente tabla se muestra la configuración de distintos tipos de acuerdo vertical parabólico.



9.10 PROCESO DE CÁLCULO DE UN PERFIL LONGITUDINAL

Supuesto replanteados en el terreno los puntos integrantes de un determinado proyecto, con una distancia parcial entre ellos constante, de los cuales ya hemos obtenido las cotas y, por tanto, tenemos su perfil longitudinal donde hemos situado unas rasantes rectas.

- 1.- Nos calculamos las cotas en rasante recta de todos los puntos. (Z_{RR}).
- 2.- Calculamos los datos del acuerdo vertical. A partir de las longitudes de las tangentes, y del conocimiento de la distancia al origen y cota del vértice del acuerdo vertical, situamos las tangentes.
- 3.- Nos calculamos las abcisas de los puntos del acuerdo, situadas entre la tangente de entrada y el vértice del acuerdo, desde la tangente de entrada T_E .
- 4.- Nos calculamos la distancia "y" para cada uno de los puntos.

5.- Obtenemos la cota parabólica de los puntos que definen el acuerdo vertical.

Z_{RP} .

6.- La otra mitad del acuerdo la calculamos de igual forma, pero operando desde la tangente de salida T_S .

NOTA SOBRE ACUERDOS PARABOLICOS DE TANGENTES DESIGUALES

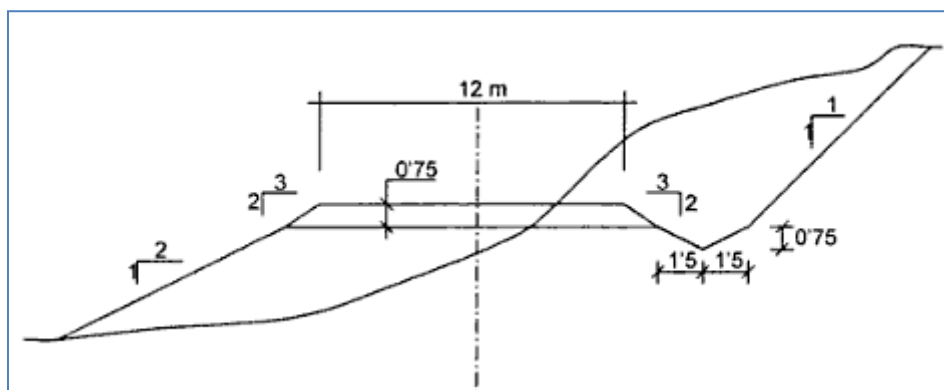
Aunque como ya hemos dicho, el MOPU recomienda el uso de acuerdos verticales con tangentes iguales, en ocasiones, por motivos constructivos tales como tener que adaptar una rasante nueva a una ya existente, ó por minimizar un movimiento de tierras, se recurre a realizar encajes con tangentes desiguales.

En esencia, el método consiste en situar, entre las dos rasantes rectas originales, una tercera rasante recta, de forma que encajaremos dos arcos de parábola con distintos K_v .

9.11 SECCIONES TIPO. CAJEO DEL PERFIL TRANSVERSAL.

Todo lo que hemos hecho hasta ahora, y no hay que olvidarlo, tiene como finalidad última el poder obtener, por un lado, el replanteo completo de la obra a ejecutar sobre el terreno, y por otro, el conocimiento exacto del movimiento de tierras necesario para poder llegar a tal fin.

Por ello, necesitamos encajar la sección tipo de la obra en el perfil transversal del terreno. A esta operación se la denomina **CAJEO**.



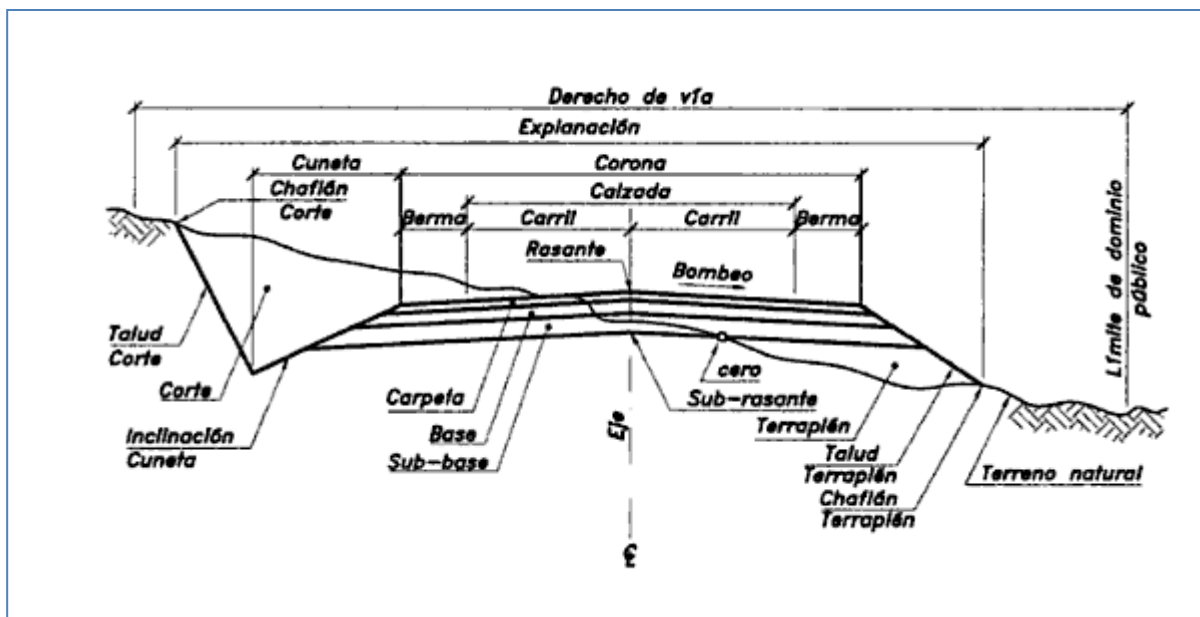
La **SECCION TIPO** es un corte transversal al eje longitudinal de la obra, y en la que se define, tanto su geometría (anchos, espesores, peraltes, taludes, etc.) como su

composición (capas, tipos de materiales), así como instalaciones auxiliares (drenajes transversales, cunetas, elementos de contención, etc.), de forma que, superpuesta dicha sección a los perfiles transversales del terreno, nos permitirán definir la ocupación total de la planta de la obra, mediante la definición de los pies y cabezas de talud, así como líneas de paso. Con la definición de estos puntos,

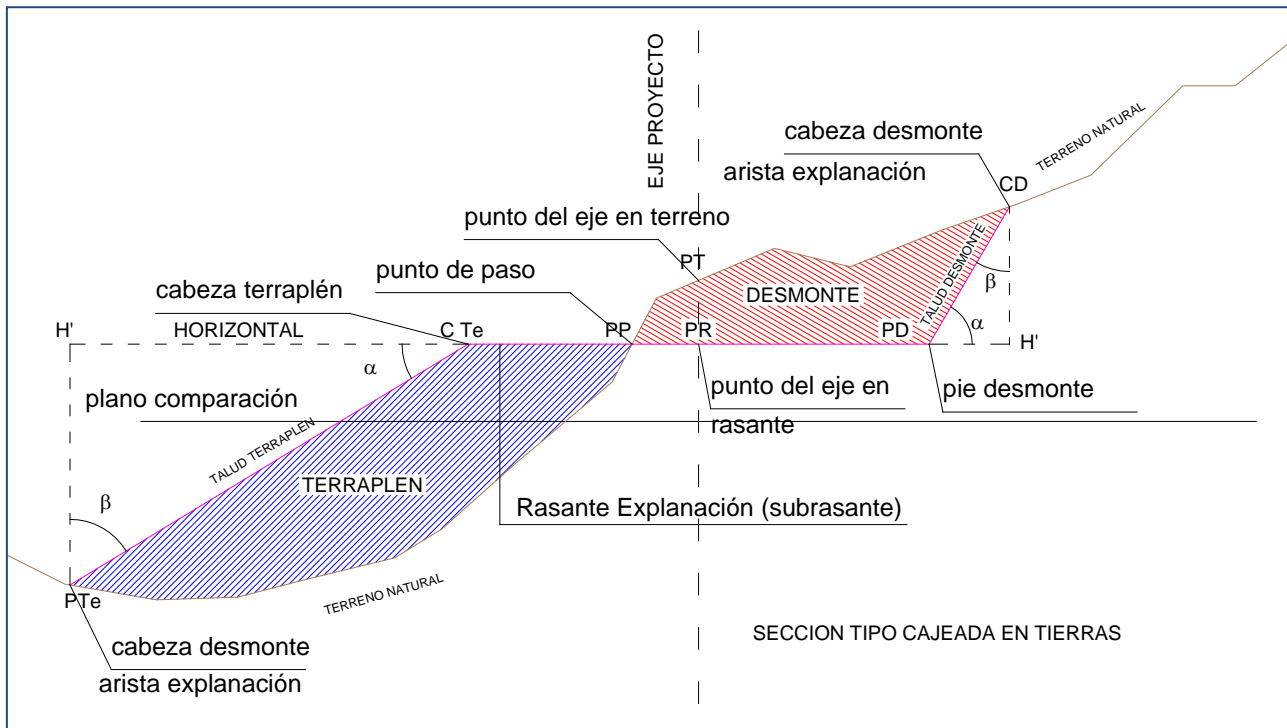
podremos establecer que parte de la sección tipo queda en desmante y que parte necesita terraplén, es decir, el movimiento de tierras necesario para ejecutar finalmente la obra.

Las secciones tipo se dan en cualquier obra, sea cual sea su configuración, si bien, cobran la mayor importancia en obras de tipo lineal, como carreteras, ferrocarriles, canales, zanjas, etc.

Como ejemplo de información, veamos la sección tipo de una carretera:



SECCION TIPO CAJEADA EN TIERRAS



Elementos:

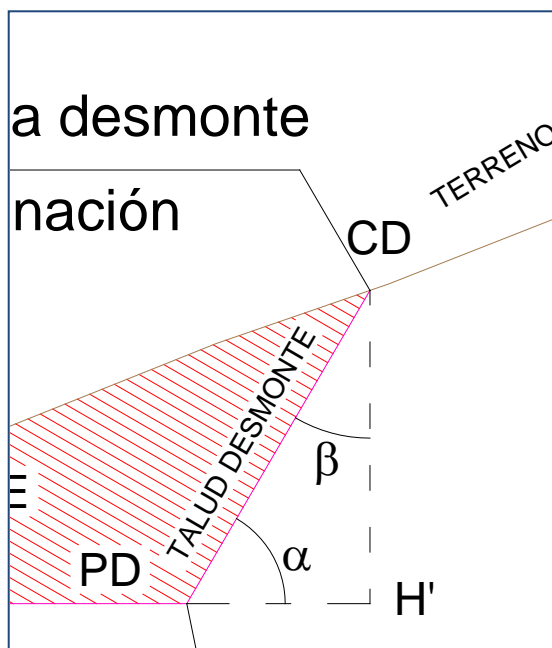
Polilínea PTe – PP – PT – CD se le llama **PERFIL TRANSVERSAL DEL TERRENO**

Polilínea PTe – CTe – PP – PR – PD – CD se le llama **SECCION TRANSVERSAL**

Al segmento PT – PR se le llama **COTA ROJA**

PP = Punto de paso de desmonte a terraplén.

CONCEPTO DE PENDIENTE Y TALUD



TALUD.– Línea que, partiendo de los extremos de la plataforma de la sección tipo, nos define el ángulo, bien de corte en las tierras, en caso de desmonte, ó el ángulo del relleno en el caso de terraplén.

Para indicar esta inclinación se emplean dos conceptos, ligados entre sí:

PENDIENTE DEL TALUD = $\text{tg } \alpha$

Es la tangente del ángulo α que el talud forma con la horizontal.

TALUD (DEL TALUD) = $\text{tg } \beta$

Es la tangente del ángulo β que el talud forma con la vertical.

Viendo la figura, se deduce que el talud es el valor inverso de la pendiente.

A la hora de expresar el talud, se indica, por ejemplo, “talud 2:1”. Eso quiere decir que, por cada dos metros en horizontal que se avance, se sube 1 en vertical.

Una vez cajado el perfil transversal respecto a la sección tipo, tenemos que obtener las superficies correspondientes a desmonte y a terraplén. Podemos hacerlo gráfica ó analíticamente.

El proceso de cálculo de las aéreas de desmonte y terraplén gráfico, se realizará sobre el dibujo del perfil, y consiste en dividir las aéreas irregulares formadas en figuras simples é ir obteniendo sus superficies, aunque este método no se emplea a menos que se trate de muy pocos transversales.

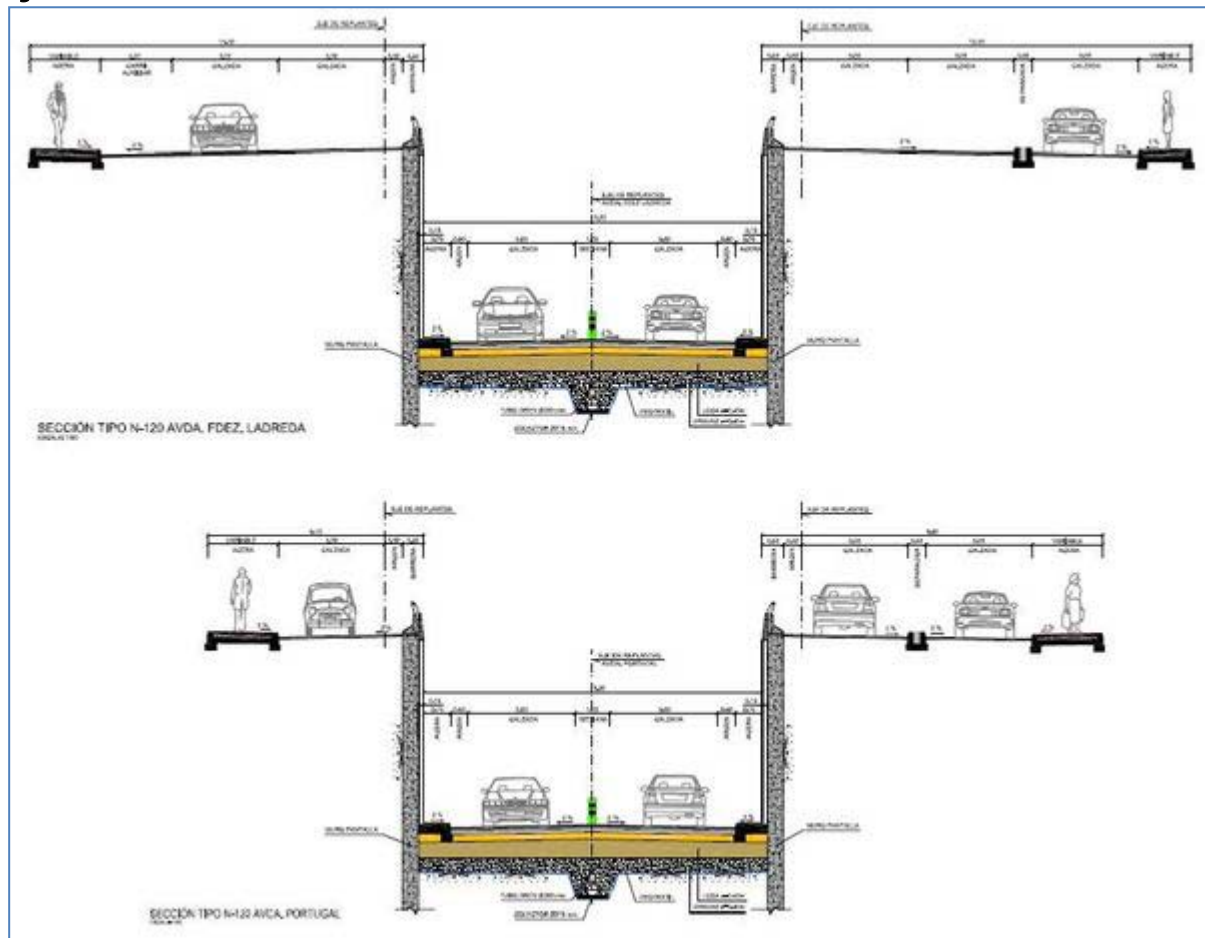
También podríamos usar el planímetro, aunque sigue siendo muy lento y de poca precisión.

En cuanto al cajeo analítico, consiste en determinar las coordenadas de los puntos característicos de dicho cajeo, es decir, de los pies y cabeza de desmonte y terraplén, así como del punto del eje en rasante y en terreno, además del punto de paso si lo hay. Estas coordenadas, junto con las que tengamos del terreno natural, nos permitirán obtener el área a través de cualquier fórmula de cálculo del área por coordenadas (Gauss). Este método es, aún si cabe, más lento, aunque extremadamente preciso (en función de los puntos que nos definan el terreno, claro está.).

Hoy en día, estas operaciones son realizadas en ordenador, a través de programas topográficos que nos permiten, primero, modelizar el terreno y una vez situado el eje en planta y alzado, obtener los transversales. Una vez incluida la sección transversal, el propio programa nos ofrece distintos sistemas de cálculo de los volúmenes de excavación.

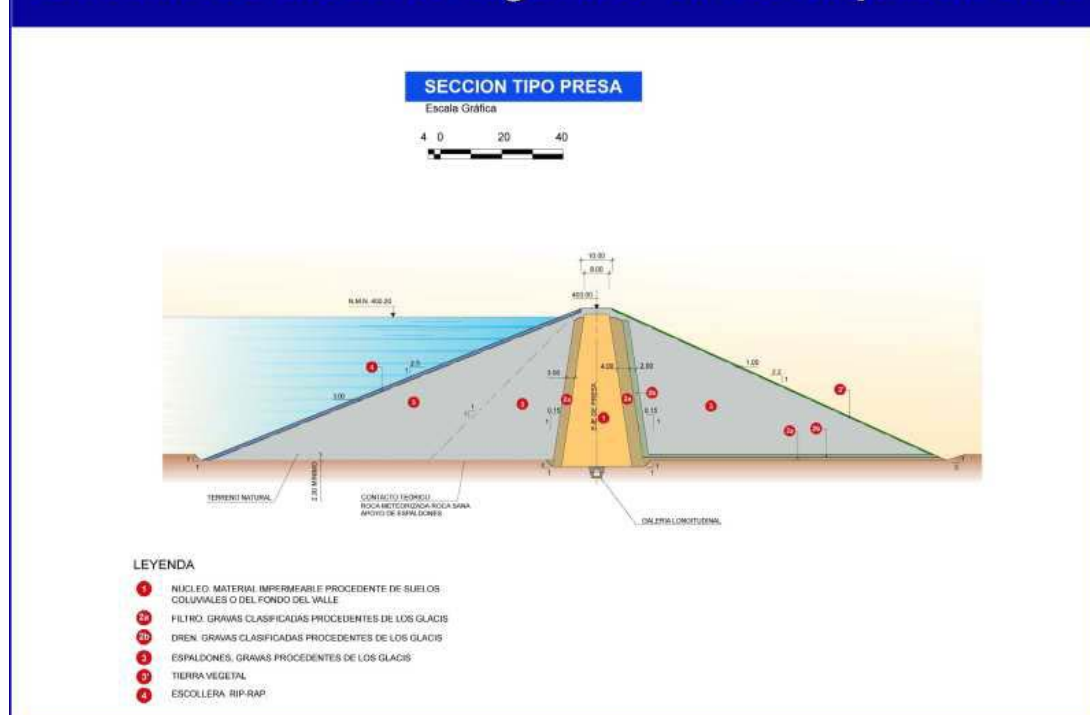
No obstante, como ejercicio, resolveremos analíticamente un perfil transversal.

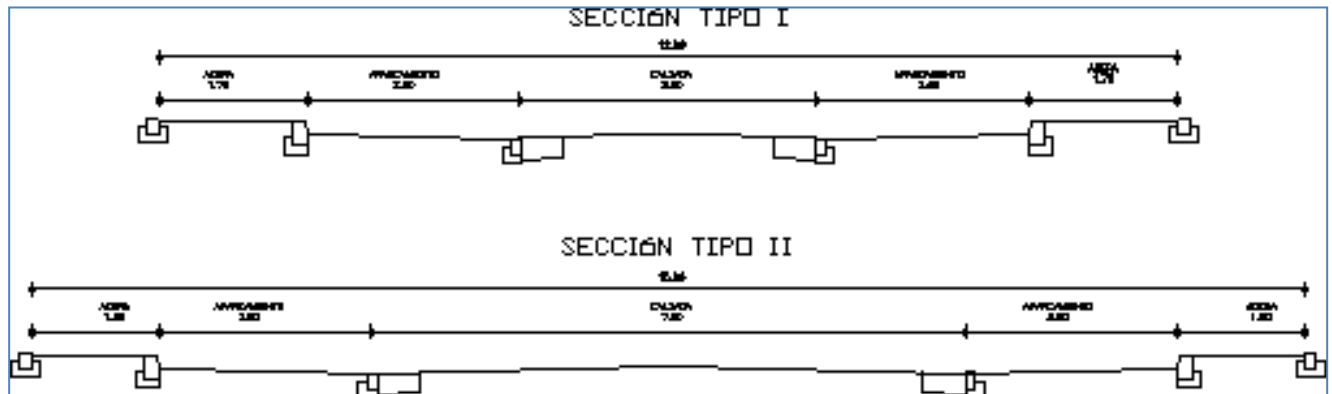
EJEMPLOS DE ALGUNOS OTROS TIPOS DE SECCIONES TIPO



Ejemplo sección túnel de un soterramiento de vía de circulación

Embalse de Laverné. Regulador de la Acequia de Sora

Ejemplo
sección tipo
muro de
presa



Ejemplo sección tipo viales de urbanización

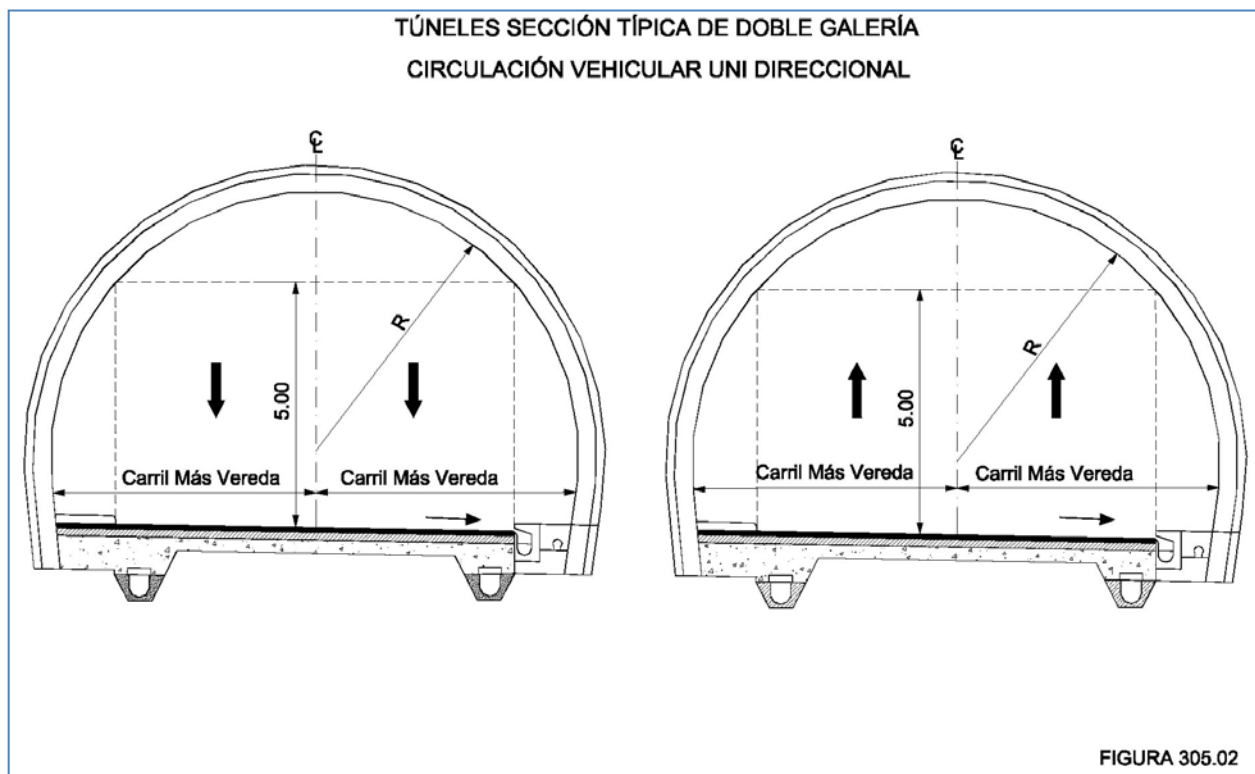


FIGURA 305.02

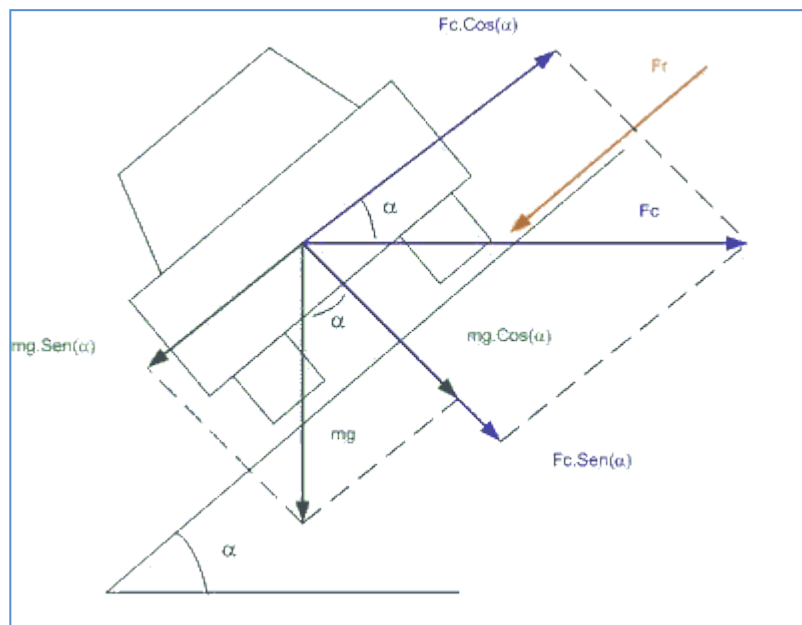
Secciones tipo de túnel

9.12 PERALTE. TRANSICION AL PERALTE

Se denomina PERALTE a la inclinación transversal que se le da a la carretera, desde la parte interior de la curva hacia el exterior, con objeto de evitar ó disminuir en gran medida el efecto de la fuerza centrífuga sobre el vehículo que circula sobre ella. Además, será un elemento muy importante para conseguir que el agua, en caso de lluvia, desaloje rápidamente la calzada.

Cuando un vehículo circula por un tramo recto de carretera, está sometido a tres fuerzas:

- Inercia de la marcha.
- Peso P del vehículo, aplicado en su centro de gravedad (G)
- Rozamiento con la calzada.



Al entrar en una curva, aparece, además una fuerza que “tira” del vehículo hacia el exterior. Esta fuerza es la llamada fuerza centrífuga, cuyo valor es:

$$F_{cf} = \frac{mV^2}{R}$$

donde: m = masa del vehículo; V = velocidad del vehículo; R= radio de la curva circular.

Si la velocidad es muy grande, la fuerza centrífuga también será muy grande, y el vehículo corre el riesgo de deslizarse y/o volcar.

Así pues, cuando pasamos de una recta a una curva, la fuerza centrífuga aparece de repente, con su máximo valor. Para evitar esto, se recurre a dos soluciones:

- La primera, insertar entre la recta y la curva circular un tramo de curva de transición
- La segunda, introducir una inclinación transversal progresiva de la calzada, en el tramo de clotoide (transición), de forma que la aparición de la fuerza centrífuga sea progresiva. La inclinación de la calzada reduce además el valor de la fuerza centrífuga.

La fuerza centrífuga, al estar en un tramo de calzada con un peralte α será:

$$F_{cf\alpha} = F_{cf} \cos \alpha + F_{cf} \sin \alpha$$

Por su parte, el peso del vehículo también se transforma:

$$P_{\alpha} = P \cos \alpha + P \sin \alpha$$

El valor del peralte viene determinado por el ANCHO DE LA CALZADA (a) y la SOBREELEVACION DEL BORDE EXTERIOR (E). De esta forma:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E}{a}$$

El valor máximo del peralte se producirá cuando: $F_c \cos \alpha = P \sin \alpha$

Sustituyendo por los valores de F_c y P :

$$\frac{mV^2}{R} \cos \alpha = mg \sin \alpha$$

De donde:

$$\frac{mV^2}{mgR} = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

Luego, el peralte tendrá por expresión:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{V^2}{Rg}$$

Donde: g = aceleración de la gravedad = 9.81 m/s^2 .

El valor máximo del peralte no suele exceder del 8% ó del 10%.

A continuación se adjunta cuadro de la norma de carreteras 3.1.1. C del Ministerio de Fomento, para carreteras:

Grupo 1) Autopistas, autovías, vías rápidas y carreteras C-100:		
$250 \leq R \leq 700$	$\rightarrow p = 8$	
$700 \leq R \leq 5000$	$\rightarrow p = 8 - 7,3 \cdot (1 - 700/R)^{1,3}$	
$5000 \leq R < 7500$	$\rightarrow p = 2$	
$7500 \leq R$	\rightarrow Bombeo	
Grupo 2) Carreteras C-80, C-60 y C-40:		
$50 \leq R \leq 350$	$\rightarrow p = 7$	
$350 \leq R \leq 2500$	$\rightarrow p = 7 - 6,08 \cdot (1 - 350/R)^{1,3}$	
$2500 \leq R < 3500$	$\rightarrow p = 2$	
$3500 \leq R$	\rightarrow Bombeo	
Siendo: R = radio de la curva circular (m).		
p = peralte (%).		

TRANSICION AL PERALTE

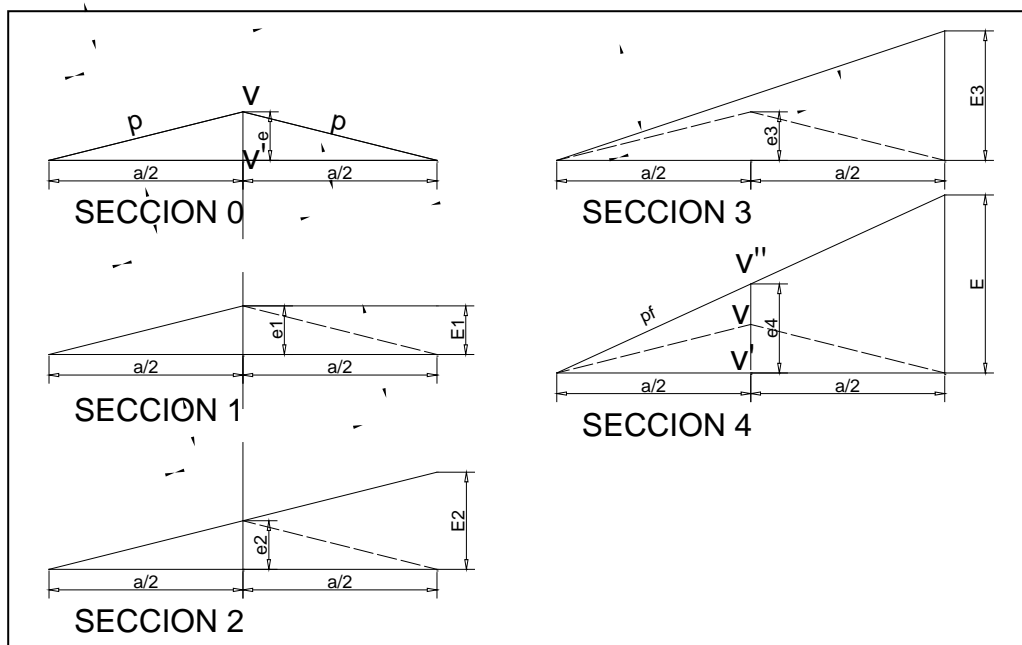
Como ya hemos comentado, siempre hay que llegar a la curva circular con el total del peralte que le corresponda. Para ello, la transición tiene que ser suave, realizándose a lo largo de una longitud L . Esta transición como ya se ha dicho se realizará en la zona de curva de transición. En el caso de no existir, se realizará sobre la recta que enlaza a la curva circular.

La forma de realizar la transición consiste en mantener el borde interior fijo, é ir levantando el borde exterior.

La transición al peralte se suele realizar de dos formas:

- 1.- Transición progresiva.
- 2.- Transición según norma.

TRANSICION PROGRESIVA



a = ancho calzada; p = pendiente bombeo; L = longitud transición al peralte

Se hace la transición al peralte de forma progresiva y proporcional.

En la sección inicial (Sección 0): $e = VV' = (a/2) p = e$ = elevación vértice central.

En la sección final: pf = pendiente final

$E = a \times pf$. Y $V''V = (1/2)E - e$

TRANSICIÓN SEGÚN NORMA

DESVANECIMIENTO DEL BOMBEO Y TRANSICION DEL PERALTE

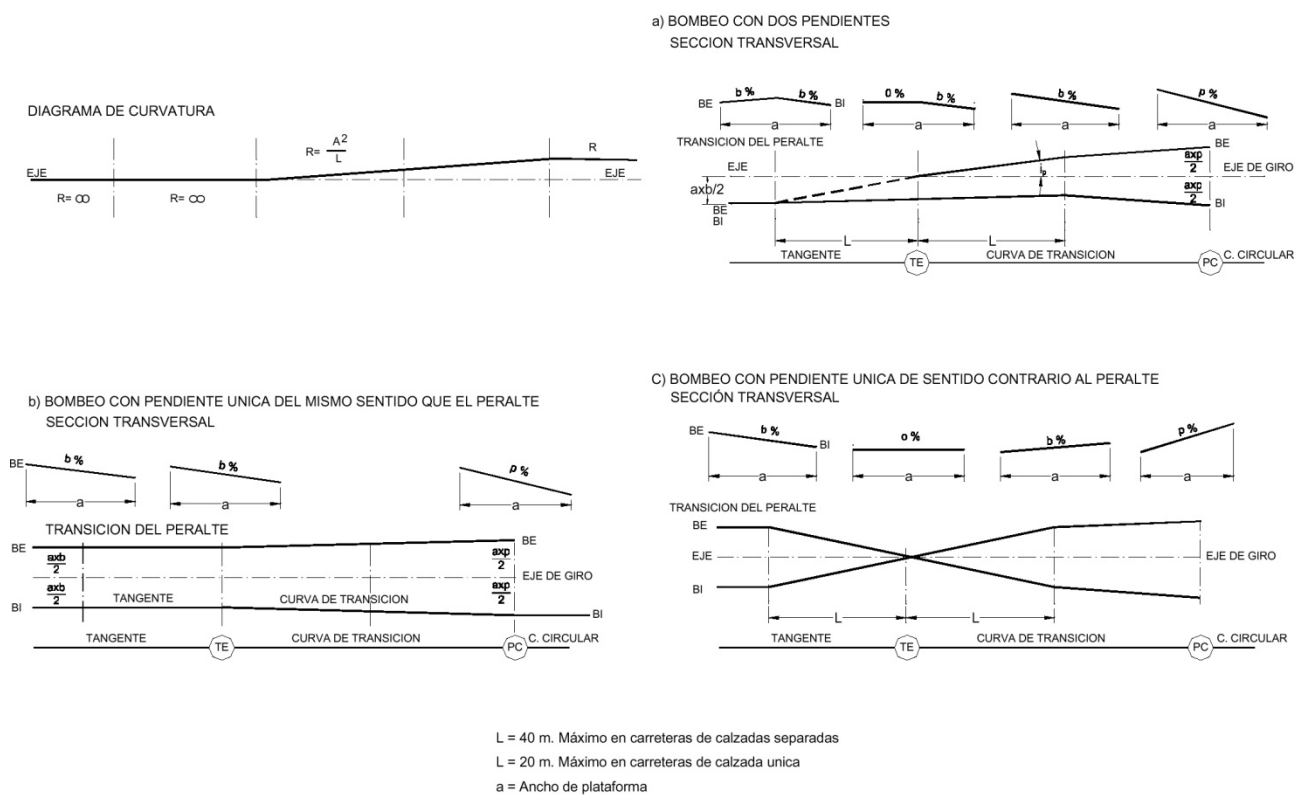


FIGURA 402.01g

9.13 REPLANTEO DE ZANJAS

La ejecución de zanjas es un hecho habitual en una obra civil. Es muy importante que cuando replanteemos los puntos que definen dicha excavación, estos puntos se sitúen en zonas fuera del alcance de las máquinas que realizarán la excavación, para que permanezcan en el tiempo, ya que en dichos puntos, indicaremos los datos necesarios (profundidad, anchura, taludes) para su ejecución.

En general, los puntos sucesivos de la zanja se replantearán retranqueados del borde de excavación, al menos 1 metro para dejar paso a las máquinas excavadoras.

Una vez marcadas las estacas, se procederá a marcar con yeso las cabezas de excavación.

En general, el control de la excavación se realizará por personal de la obra. Para ello, deberemos de suministrarles estadillos donde se indique la pendiente de la rasante entre cada dos puntos consecutivos. En obra, se ayudarán de un reglón metálico con un nivel de albañil unido solidariamente a él, de forma que, en función de la longitud del reglón y de la pendiente a replantear, se colocara en un extremo un calzo de madera ó “TACO” de espesor el incremento de cota en centímetros correspondiente a la longitud del reglón. Si la zanja sube, el taco se colocará en la parte trasera del reglón en sentido de avance. Una vez conseguido un punto a rasante, se colocara sobre el reglón y nivelándole, se sabrá lo que queda por bajar en el punto del extremo opuesto al taco.

Si por el contrario la zanja baja en sentido de avance, el taco se colocará en la parte delantera del reglón.

Cuando se llega a una estaca de topografía (colocadas generalmente cada 10 metros), se comprobará la bondad de la rasante conseguida, corrigiéndola bien, reexcavando a mano ó rellenado (en general suelen ser pocos centímetros los que hay que corregir).

No obstante, el refino final de la rasante de excavación deberá realizarlo topografía colocando estacas en el fondo de la zanja y nivelándolas con aparatos de precisión. Si las zanjas son estrechas, se puede optar por la colocación de camillas con los ejes referidos a ellas, aunque serán un estorbo en el avance de la maquinaria.

TEMA 10 MEDICIONES DE OBRA. MEDICION DE VOLUMENES. CUBICACION DE TIERRAS. ESTADILLOS DE CUBICACION. CERTIFICACION DE OBRA

10.1 MEDICIONES DE OBRA

Una de las funciones del práctico de topografía en obra es la de, de forma continua, llevar un control geométrico de la obra realizada, es decir, realizar las MEDICIONES de todo aquello que se halla ejecutado. Es una de las facetas más importantes de la obra puesto que, a partir de dichas mediciones, se elabora en obra la CERTIFICACION, que es una relación de las unidades de obra ejecutadas, valorando su importe. Esta certificación es la que permite a la empresa constructora cobrar la obra ejecutada al cliente, así como hacer previsiones internas del coste soportado y de la venta producida.

Las mediciones abarcan todos los elementos contruidos en obra: Excavaciones, terraplenes, zanjas, tuberías instaladas, cables eléctricos, zapatas, pilares, muros, etc. Cada elemento necesitara un tipo de medición determinada: longitudinal, de superficie ó de volumen.

Muchas mediciones las haremos con instrumentos simples, como cintas métricas metálicas, para los elementos lineales de pequeñas dimensiones, odómetros, para mediciones rápidas de elementos lineales de mayores dimensiones, dimensiones de pilares, forjados, etc.

En otras ocasiones, la medición se realizara a partir de puntos tomados con el taquímetro ó estación total, que una vez procesados informáticamente en oficina, nos permitirán obtener, con programas en plataforma CAD, las superficies de elementos tales como aglomerados, enlosados, losas, demoliciones, movimiento de tierras ejecutado, etc.

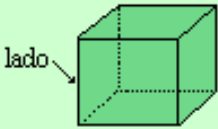
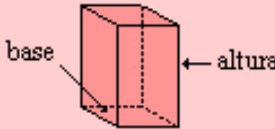

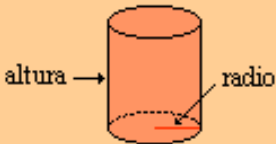


Ya hemos hablado en capítulos anteriores de la forma de emplear la cinta métrica y de las precisiones esperables. De igual forma, hemos hablado de cómo obtener la superficie de diversas figuras geométricas simples, que nos serán útiles en la mayoría de los elementos de obra a medir. En caso de superficies irregulares, ya hemos estudiado la formula analítica de Gauss para el cálculo del área por coordenadas, aunque, como ya se ha comentado, la facilidad que nos presta los programas de diseño CAD para este cálculo hace que apenas se emplee dicho cálculo, salvo para ocasiones puntuales.

En este capítulo nos vamos a centrar, por tanto, en las mediciones de volúmenes así como en la cubicación de tierras, siendo está ultima una operación propia y exclusiva de la topografía.

10.2 VOLUMENES DE CUERPOS GEOMETRICOS SENCILLOS

Como ya hemos dicho, la mayoría de elementos de obra son cubicables aplicando formulas de cuerpos volumétricos sencillos, tales como el cubo, el prisma, el cono, la pirámide, etc.

Los volúmenes de estas figuras se pueden encontrar en el cuadro siguiente:

<p>Cubo</p>  <p>Volumen cubo = l^3</p> <p>El volumen de un cubo se obtiene elevando al cubo la longitud de su arista</p>	<p>Prisma</p>  <p>Volumen prisma = sup. base x h</p> <p>El volumen de un prisma se obtiene multiplicando la superficie de su base por la altura del prisma.</p>	<p>Pirámide</p>  <p>Volumen pirámide = $\frac{\text{sup. base} \times h}{3}$</p> <p>El volumen de una pirámide es equivalente a un tercio del volumen de un prisma de igual base y altura.</p>
<p>Cilindro</p>  <p>Volumen cilindro = $(\pi \times r^2) \times h$</p> <p>El volumen de un cilindro se obtiene multiplicando la superficie de su base por la altura del cilindro.</p>	<p>Cono</p>  <p>Volumen cono = $\frac{(\pi \times r^2) \times h}{3}$</p> <p>El volumen de un cono es equivalente a un tercio del volumen de un cilindro de igual base y altura.</p>	<p>Esfera</p>  <p>Volumen esfera = $\frac{4}{3} \times \pi \times r^3$</p> <p>El volumen de una esfera es igual a $\frac{4}{3}$ de π por el radio al cubo.</p>

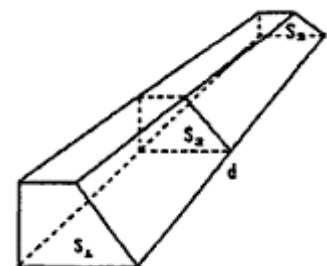
VOLUMEN DEL PRISMATOIDE

Un prismautoide es un cuerpo geométrico cuyas bases son polígonos paralelos y sus caras laterales son cuadriláteros ó triángulos. Pero en general, se usa su fórmula para cualquier cuerpo formado por dos bases paralelas, de distintas dimensiones.

$$V_p = \frac{1}{6}(A_1 + A_2 + 4A_M)L$$

Donde A_1 = area inicial; A_2 = area final; A_m = area media

Una simplificación de esta fórmula es la que se aplica a la hora de realizar la cubicación de un movimiento de tierras.

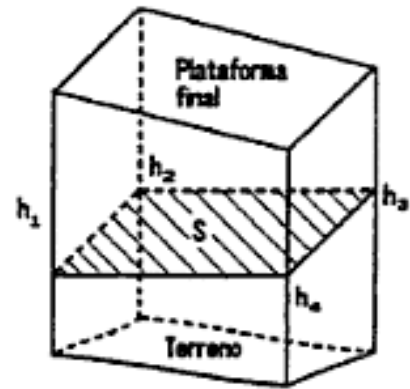


METODO DE CUBICACION POR CUADRICULA

Cuando tenemos que afrontar la medición de una cubicación en una zona de terreno con pendiente uniforme, a veces es interesante replantear una red de cuadrados de lado conocido (cuadricula), y nivelar sus vértices.

Según se vayan realizando las excavaciones, podremos replantear la posición de dichos vértices y obtener sus cotas de excavación. De esta forma se nos formaran prismas de bases cuadrangulares (ó triangulares) con distintas alturas. En este caso, el volumen será:

$$V = \frac{1}{4}S(h_1 + h_2 + h_3 + h_4)$$

**10.3 MOVIMIENTO DE TIERRAS. CUBICACION POR PERFILES TRANSVERSALES**

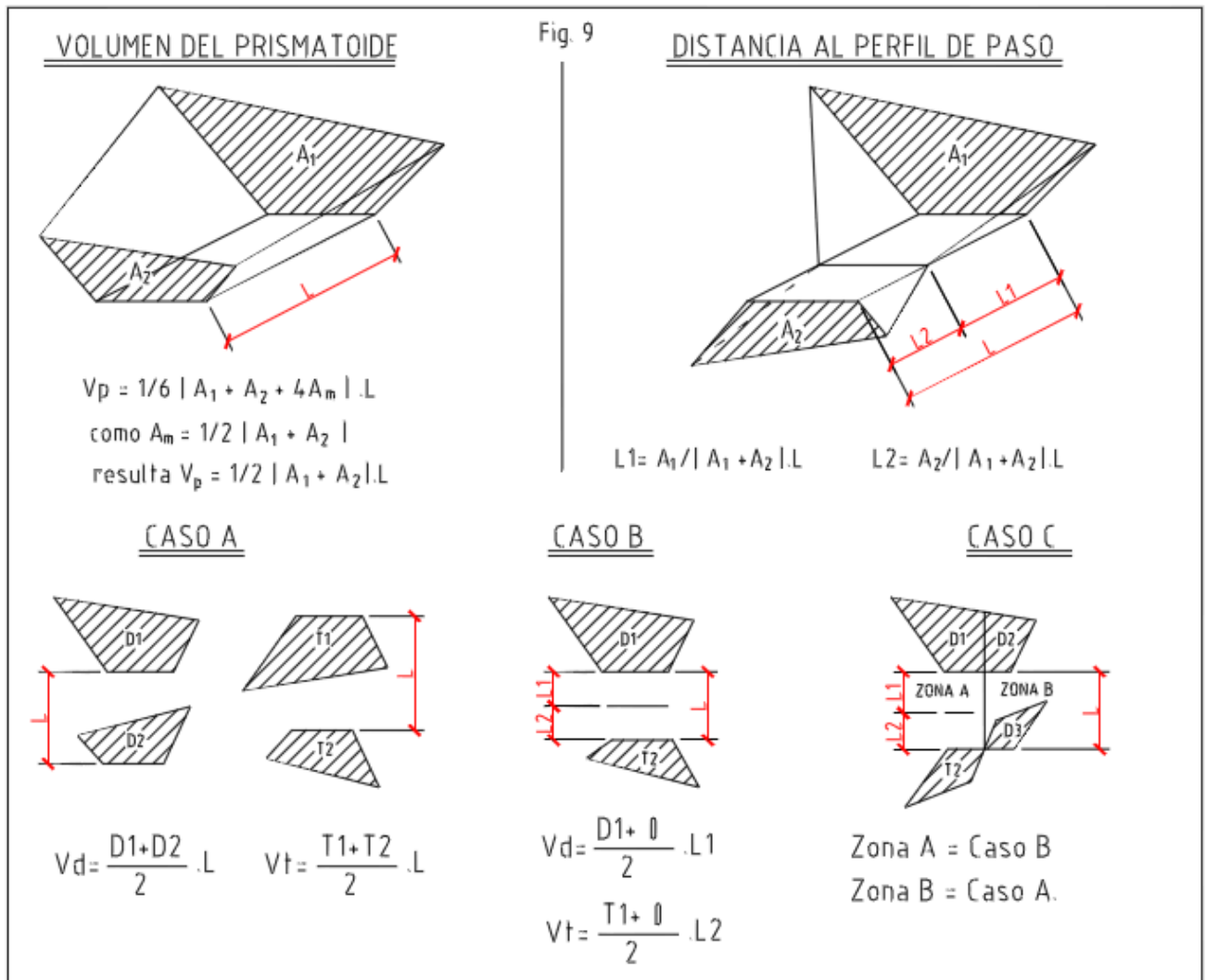
La determinación del volumen de tierras para llevar a cabo la ejecución de una obras es de vital importancia, como ya hemos dicho, desde el punto de vista económico de la obra.

Existen diversos métodos que nos permiten obtener esta cubicación, pero el más indicado es el de cubicación por PERFILES TRANSVERSALES. Este método se basa en la aplicación del método del prismatoide (Fórmula de Simpson) entre cada dos perfiles transversales consecutivos. No obstante, este método nos dará un volumen de tierras aproximado, pues no debemos olvidar que el terreno es una superficie topográfica irregular. De todas formas, el grado de aproximación es suficiente y aceptado por todas las partes implicadas (diferencia con el real en un $\pm 5\%$ como máximo).

Cuando cubicamos entre dos perfiles, se nos pueden presentar cuatro casos distintos: Que ambos perfiles sean en desmonte; que ambos perfiles sean en terraplen, que un perfil sea de desmonte y otro de terraplen; y que, finalmente, uno sea todo en desmonte ó terraplen, y el otro tenga parte de desmonte y parte de terraplen. En cualquier caso, siempre se aplica la fórmula del prismatoide simplificada:

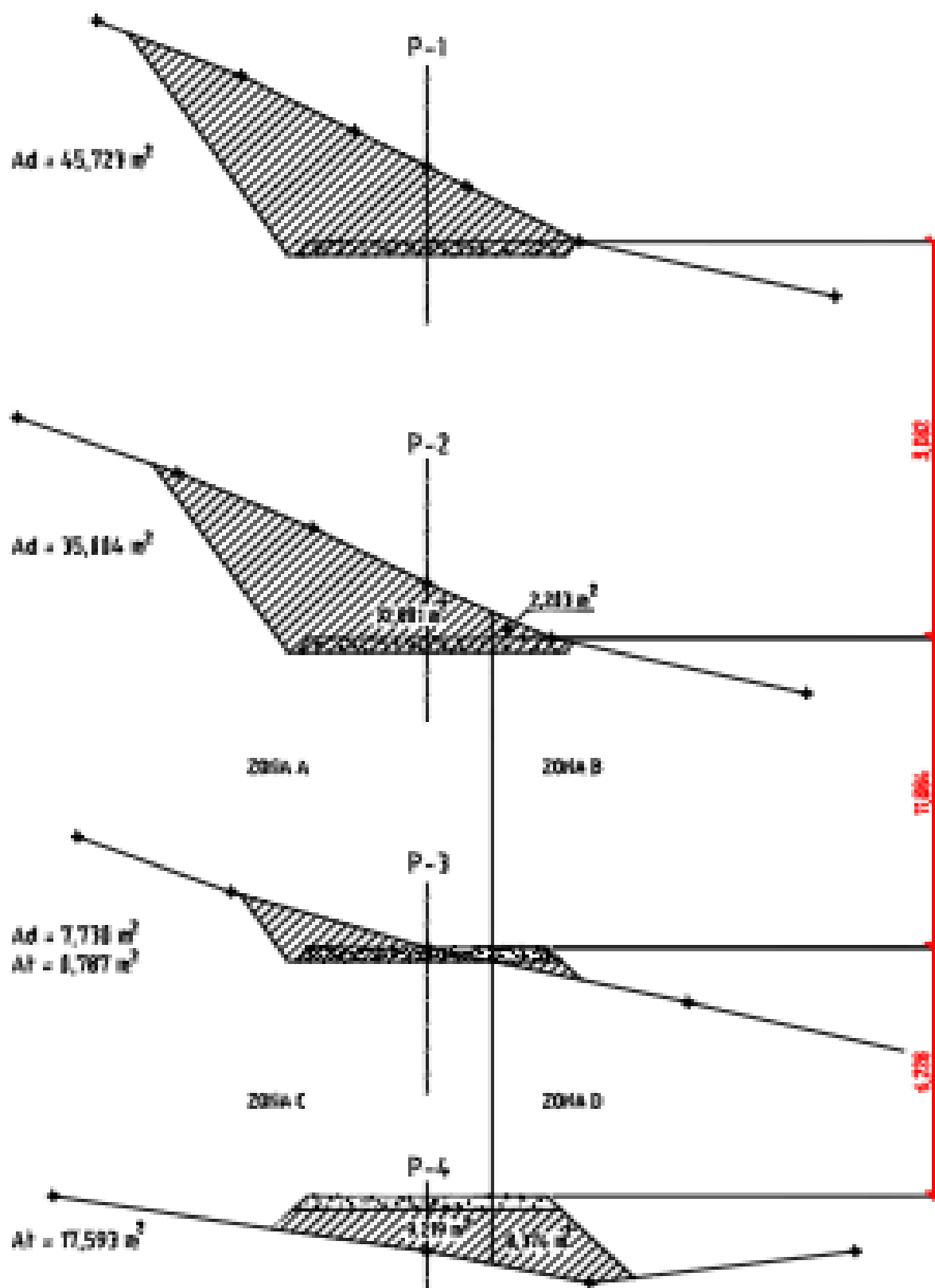
$$V = \frac{1}{2}(S_1 + S_2)L$$

Donde L = distancia entre perfiles. Es la diferencia de PK'S y da igual que sean en recta que en curva. La distancia se mide por el eje de los perfiles, que coincidirá con el eje de la obra.



Los perfiles los podremos haber obtenido, bien con mira y nivel, que hoy en día es poco frecuente salvo que nos encontremos en zonas muy horizontales, donde podamos medir distancias horizontales mediante cinta con garantía, ó lo que es más normal, con taquímetros electrónicos ó estaciones totales, que nos permiten además grabar los datos como una nube de puntos ó como una serie de perfiles que luego podremos volcar en el ordenador y procesarlos con programas informáticos.

A continuación se presenta un ejemplo de perfiles transversales obtenidos mediante un programa informático, donde figura el PK, así como las superficies de desmonte y terraplen de cada perfil. Con estos datos, podremos generar, bien manualmente ó con ordenador, un estadillo de cubicación.

PERFILES TRANSVERSALES

Escala 1/200.

Un tipo de estadillo para el cálculo de la cubicación de tierras, realizado con Excel:

CUBICACION MOVIMIENTO DE TIERRAS					
PERFIL	SUPERFICIE		DISTANCIA E/ PERFILES	VOLUMENES	
	DESMONTE	TERRAPLEN		DESMONTE	TERRAPLEN
P0	15.90	0.00			
			10.00	415.30	97.4
P1	25.63	9.74			
			10.00	454.20	361.7
P2	19.79	26.43			
			10.00	197.90	375.7
P3	0.00	11.14			
				DESMONTE	TERRAPLEN
		VOLUMENES TOTALES		1067.40	834.80

CUBICACION MEDIANTE MODELOS DIGITALES

Hoy en día, gracias al empleo de programas informáticos topográficos que funcionan bajo plataforma CAD, es posible, a partir de nubes de puntos (taquimétricos) del terreno, obtener mallas inalámbricas 3D, es decir, modelos digitales del terreno. Obteniendo levantamientos de puntos en distintas fases de la excavación, se puede obtener la cubicación del movimiento de tierras realizado por comparación entre los dos modelos digitales obtenidos.

10.4 CERTIFICACIONES DE OBRA

Con carácter mensual, y una vez realizada la medición completa de toda la obra ejecutada: tierras, hormigones, firmes, instalaciones, etc, esta información se asocia a un cuadro de precios en donde se encuentran valorados todos los conceptos de la obra: m³ de excavación en desmonte, m³ de excavación en zanja, m³ de terraplen; m³ demolición firmes; ml bordillo; m³ de hormigón, etc. (estos precios se crean a partir de valorar los materiales empleados, la mano de obra utilizada y el coste de los medios auxiliares y maquinaria asociados).

Al multiplicar las mediciones por los precios correspondientes se obtiene una relación valorada de la obra ejecutada, lo que denominamos CERTIFICACION DE OBRA. El importe total de dicha certificación se denomina IMPORTE DE EJECUCION MATERIAL, que una vez se le añaden el beneficio industrial y gastos generales, se

convierte en el PRESUPUESTO DE EJECUCIÓN POR CONTRATA. Una vez añadido el IVA, tendremos el PRESUPUESTO DE EJECUCION POR CONTRATA DESPUES DE IMPUESTOS, que será la factura que cobrara el constructor por la obra ejecutada y certificada.

Ejemplo de una parte del estadillo de mediciones:

N.º orden	Designación de la clase de obra	N.º de partes iguales	Mediciones			TOTAL
			largo	ancho	alto	
1 - 001	CAPÍTULO «I» MOVIMIENTO DE TIERRAS	2	21,00	0,30	2,10	26,460
	m³ de excavación, etc...					

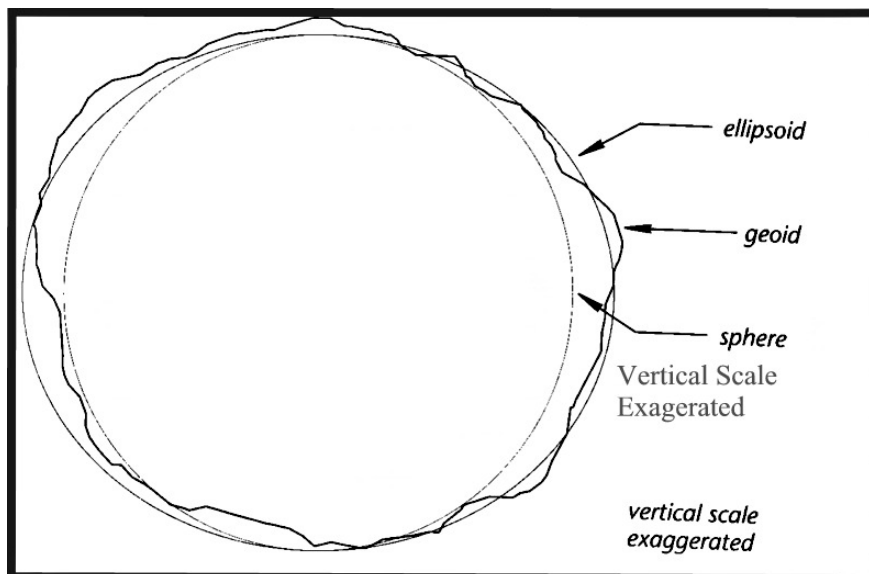
Ejemplo de una parte del estadillo de certificación

N.º orden	Designación de la clase de obra	Total medición	Precio unidad	TOTAL euros
1 - 001	CAPÍTULO «I» MOVIMIENTO DE TIERRAS	26,460	3,91	103,37
	m³ de excavación, etc.			

TEMA 11 PROYECCIONES CARTOGRAFICAS. FORMA DE LA TIERRA. PROYECCION CARTOGRAFICA. CLASIFICACION DE LAS PROYECCIONES. PROYECCIONES CONFORMES. PROYECCIONES EQUIVALENTES. PROYECCIONES EQUIDISTANTES. PROYECCIONES AFILACTICAS. PROYECCIONES CILINDRICAS. PROYECCIONES CONICAS. PROYECCIONES AZIMUTALES. PROYECCION UNIVERSAL TRANSVERSA MERCATOR (UTM).

11.1 PROYECCIONES CARTOGRAFICAS. FORMA DE LA TIERRA

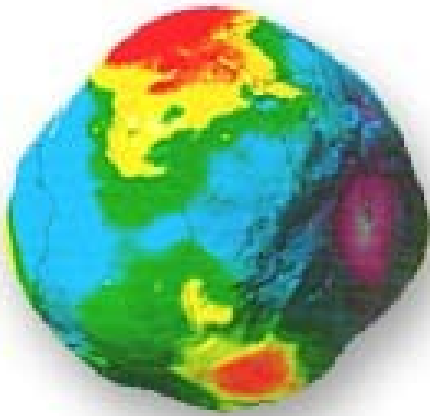
En principio y como generalización, suponíamos que la forma de la tierra era esférica, de radio 6370 km. Pero, en realidad, la forma de la tierra es una forma tridimensional infinidad, semejante a una esfera pero achatada por los polos y ensanchada en el ecuador. Esta forma es la que denominamos GEOIDE y se define como la superficie equipotencial determinada por los mares en calma, supuestos estos prolongados, por canales infinitesimales y sin rozamiento, por debajo de los continentes. Evidentemente, la formulación matemática de esta forma es prácticamente imposible. Entonces, ¿Cómo podemos definir dicha superficie



matemáticamente de modo que podamos realizar cálculos de posición sobre ella. Pues bien, esto se consigue adaptando a dicha forma real una figura, de formulación conocida y que se adapte lo más posible a la forma real. Dicha figura es el ELIPSOIDE DE REVOLUCION. La Tierra es

un cuerpo tridimensional con aspecto cercano a la esfera, achatada por los polos y ensanchada por el Ecuador, semejante a una figura geométrica denominada elipsoide.

La GEODESIA, que es la ciencia que estudia la forma de la tierra, se vale de distintos elipsoide de revolución para llevar a cabo sus cálculos en la posición de puntos sobre la tierra.



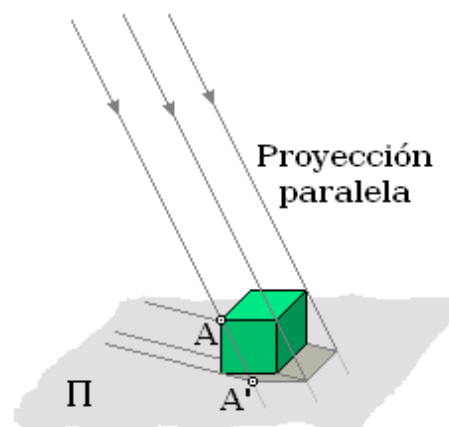
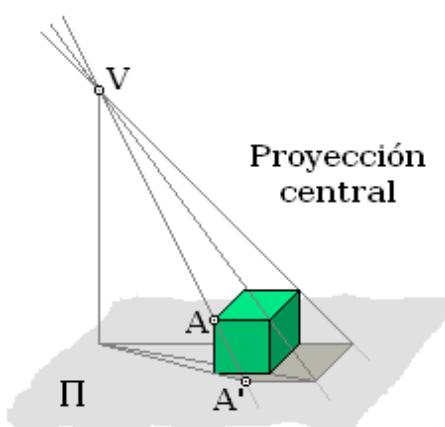
La CARTOGRAFIA, que es el conjunto de ciencias y técnicas que tienen por objeto obtener la representación parcial ó total de la superficie terrestre, tanto en 2D como en 3D, realiza las transformaciones necesarias para, a partir de los datos obtenidos sobre el geoide, obtener dichas representaciones.

Conocer con exactitud el geoide es complicado; para facilitar los cálculos, en cartografía se simplifica la forma de la Tierra asemejándola a un elipsoide o a una esfera regular, figuras geométricas cuya formulación matemática es perfectamente conocida.

11.2 LAS PROYECCIONES CARTOGRAFICAS

Tan solo hay que intentar envolver una pelota en un papel sin arrugar este para ver que es imposible. El mismo problema se encuentra la cartografía a la hora de poder realizar la representación de la tierra en una superficie plana.

Para solventar este problema, la cartografía recurre a las PROYECCIONES



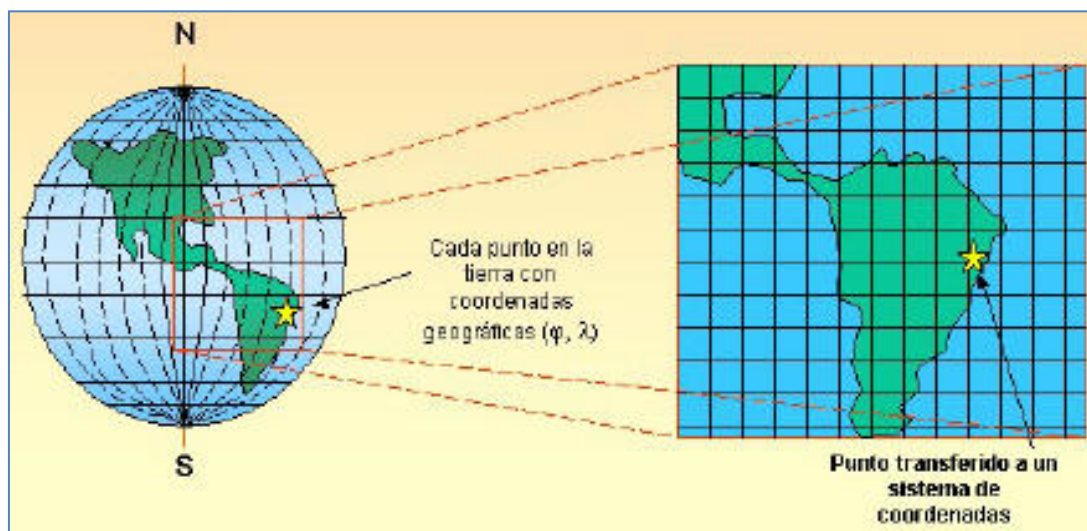
CARTOGRAFICAS.

Podemos decir que una proyección cartográfica es una relación matemática biunívoca entre un punto de la superficie y la superficie plana elegida como plano de proyección.

Imaginemos que queremos obtener la proyección de un objeto tridimensional, por ejemplo, un cubo, sobre un plano horizontal π . Para ello, elegiremos un punto V llamado Centro de Proyección ó POLO de la proyección y desde él trazamos semirrectas que pasen por todos sus vértices, de forma que estas semirrectas

cortaran al plano en una serie de puntos. El vértice A se habrá transformado en el punto proyectado A'. El punto A y el punto A' se denominan PUNTOS HOMOLOGOS. Pues bien, en esencia, eso es una proyección. La forma de la representación obtenida dependerá de la posición del polo de proyección elegido así como del tipo de plano sobre el que queramos proyectar.

En las proyecciones cartográficas, el POLO se encuentra siempre en centro del elipsoide tomado como referencia. Las superficies sobre donde se proyecta serán variables, y de ahí surgen distintos tipos de proyecciones, que revisaremos someramente a continuación.



Las proyecciones, no obstante, deformarán siempre la superficie representada, a veces serán los ángulos, a veces las distancias ó las superficies. Será por tanto muy importante saber elegir que proyección deberemos emplear en función del objetivo que deseemos conseguir.

11.3 SISTEMA DE REFERENCIA GEODESICO OFICIAL EN ESPAÑA

En España esta adoptado como sistema oficial de referencia geodésico el denominado ED 50 (European Datum 50). En él están integrados lo más de 11 000 vértices geodésicos que forman parte de la Red Geodésica Nacional, implantada, observada y mantenida por el Instituto Geográfico Nacional (IGN), complementada con la Red de Nivelación de Alta Precisión (REDNAP), con más de 12 000 km nivelados y que tiene su punto de partida (DATUM) en Alicante. Esta red se encuentra complementada por la Red Geodésica Nacional por Técnicas Espaciales (REGENTE), formada por 1200 estaciones ROI y NAP.

El ED 50 está basado en el ELIPSOIDE INTERNACIONAL DE HAYDFORD (1924), cuyos datos fundamentales son:

DATUM ó punto fundamental (punto donde está el origen de coordenadas elipsoidales y donde se define la orientación de las líneas de longitud y latitud del sistema de coordenadas elipsoidal), en Potsdam (Alemania), en la Torre de Helmert. Tiene por semieje mayor $a = 6378388$ metros y por semieje menor $b = 6366992$ m. Achatamiento = $1/297$

La representación de la cartografía en España emplea como sistema de representación plano el de la PROYECCION TRANSVERSA DE MERCATOR, más conocida por sus siglas UTM.

En la actualidad, dado el avance de los sistemas de posicionamiento global (GPS), se emplea también el elipsoide WGS 84, definido por los parámetros:

Semieje mayor (a) = 6378137 m.

Semieje menor (b) = 6356752 m.

Constante de gravitación terrestre (GM) = $(3986004.418 \pm 0.008) \times 10^8 \text{ m}^3 / \text{s}^2$.

Velocidad angular: $W = 7292115 \cdot 10^{-11} \text{ rad/s}$.

Coeficiente de forma dinámica: $J_2 = -484,166 \ 85 \times 10^{-6}$.

El WGS es un sistema global geocéntrico. Su origen está en el centro de masas de la Tierra. Para definir los ejes de coordenadas de este sistema:

El eje Z se sitúa en dirección del polo de referencia del IERS (International Earth Rotation Service).

El eje X se define como la intersección del meridiano definido en 1984 por el BIH y el plano del Ecuador.

El eje Y es perpendicular a los dos anteriores, coincidiendo con ellos en el origen.

Eje Y: eje perpendicular a los dos anteriores y coincidentes en el origen.

Actualmente se está actualizando el sistema geodésico de referencia en España, a través de observaciones geodésicas en la Red Regente, adoptando el elipsoide WGS 84, para definir el nuevo sistema de referencia ETRS 89 (European Terrestrial Reference System 89).

11.4 CLASIFICACION DE LAS PROYECCIONES

La clasificación de las distintas proyecciones se realiza obedeciendo a tres criterios.

1. Según las deformaciones producidas
2. Según la superficie donde se proyecten ó según el polo de proyección elegido
3. Según su forma de desarrollar la superficie de proyección.

1 SEGÚN LAS DEFORMACIONES

a.- PROYECCIONES CONFORMES.– En este tipo de proyección, SE CONSERVAN LOS ANGULOS. Es decir, el ángulo formado por dos direcciones en la superficie terrestre es el mismo que dichas direcciones forman en la proyección. Por el contrario, las distancias, así como las superficies representadas, sufren deformaciones.

Estas proyecciones son empleadas en cartas de navegación, y también, en los mapas topográficos (como ya veremos, la proyección UTM es una proyección conforme). Las formas de los elementos geográficos son reconocibles.



En los alrededores de un punto, la escala es prácticamente la misma en todas las distancias. Además, las líneas que definen la cuadrícula proyectada, es decir, los meridianos y los paralelos, son perpendiculares entre sí.

Ejemplos de proyecciones conformes son: La proyección conforme de Mercator, la proyección conforme de Lambert.

La deformación lineal producida se denomina ANAMORFOSIS.

b.- PROYECCIONES EQUIVALENTES.– Una proyección es equivalente cuando en la proyección SE CONSERVAN LAS SUPERFICIES del terreno, aunque las



figuras dejan de ser semejantes (no se conservan los contornos). Si un país tiene el doble de área que otro, esta proporción de tamaños se mantiene en el

mapa.

Son de escasa utilidad para la navegación pero se emplean en mapas temáticos, atlas escolares ó planos parcelarios.

También se denomina PROYECCIÓN AUTÁLICA.

c.- PROYECCIONES EQUIDISTANTES.– En las proyecciones equidistantes SE MANTIENEN LAS DISTANCIAS existente entre dos puntos situados en la superficie



terrestre en la proyección. En los mapas equidistantes, deben de existir un buen número de líneas donde se conserven las distancias.

Sin embargo, distorsionan mucho los ángulos y las áreas, y son de poca

utilidad, salvo que representen pequeñas zonas de la superficie terrestre.

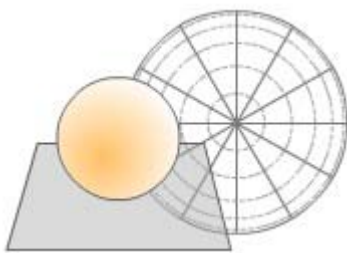
d.- PROYECCIONES AFILÁCTICAS.– En este tipo de proyecciones, no se conservan ni los ángulos, ni las superficies ni las distancias, pero, a cambio, LAS DEFORMACIONES SON MÍNIMAS.

2 SEGÚN LA SUPERFICIE DONDE SE PROYECTEN

Las proyecciones pueden representarse, bien sobre un plano, ó bien sobre una superficie geométrica desarrollable (conos ó cilindros).

EN FUNCION DE LAS CUALIDADES PROYECTIVAS

a.- PROYECCIONES PERSPECTIVAS Ó PLANAS.– Se obtienen proyectando la superficie terrestre desde un punto (vértice de la proyección), en un plano tangente a la superficie terrestre en un punto, que se denomina centro de la proyección.



Se obtienen proyectando la superficie terrestre desde un punto llamado vértice de proyección sobre un plano tangente a un punto de la Tierra llamado centro de proyección.

La proyección mantiene sus propiedades geométricas alrededor del centro de proyección y las distorsiones aumentan conforme nos alejamos de dicho punto.

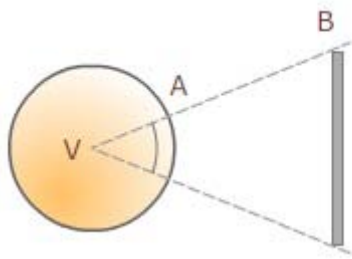
El punto considerado como vértice de proyección puede encontrarse en el exterior, sobre la superficie o en el interior de la esfera. Además, el punto de tangencia puede ser cualquier punto de su superficie.

De esta forma, la proyección plana admite dos clasificaciones: en función de la posición del vértice respecto a la esfera, y en función de la posición del plano tangente a la esfera.

CLASIFICACION SEGÚN LA POSICION DEL VERTICE DE PROYECCION RESPEDCTO A LA ESFERA

El punto considerado como vértice de proyección puede encontrarse en el interior, sobre la superficie o en el exterior de la esfera. De esta forma, podemos clasificar las proyecciones planas en:

PROYECCIONES GNOMÓNICAS

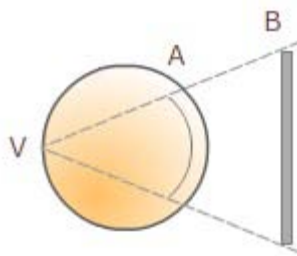


El vértice de la proyección se sitúa en el centro de la tierra. Los círculos máximos (meridianos, ecuador) se representan como rectas. Cuanto más nos alejamos del centro de la proyección, mayores serán las deformaciones.

Este tipo de proyección se emplea generalmente en cartas de navegación aérea y marítima y para representar las zonas polares.

PROYECCIONES ESTEREOGRÁFICAS

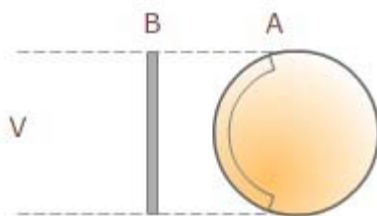
El vértice de la proyección se sitúa en un punto diametralmente opuesto al centro de la proyección, sobre la superficie de la tierra. Los meridianos y paralelos se representan como circunferencias.



Este tipo de proyección es el adecuado para representar un hemisferio en su totalidad, aunque la deformación en los extremos es muy considerable.

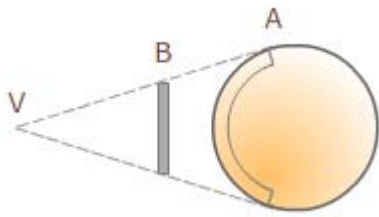
Se emplea en la representación de zonas polares, mapamundis, mapas de estrellas y geofísicos.

PROYECCIONES ORTOGRÁFICAS



El vértice de la proyección se sitúa en el infinito. La escala sólo se conserva en el centro, aumentando las deformaciones rápidamente hacia el exterior. Es una proyección muy antigua, que se emplea para la realización de cartas astronómicas

PROYECCIONES ESCENOGRÁFICAS

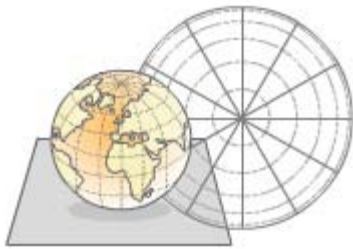


El vértice de proyección es un punto cualquiera del espacio exterior a la esfera pero a una distancia finita de su centro. Se emplean en la realización de mapas celestes.

CLASIFICACION SEGÚN LA POSICION DEL PLANO TANGENTE A LA ESFERA

PROYECCIONES POLARES Ó ECUATORIALES

El plano de proyección se sitúa perpendicularmente al eje de la Tierra. Es, por



tanto, paralela al plano del ecuador. Los meridianos se representan en el mapa como rectas que concurren en un punto (polo), conservándose el ángulo que forman entre sí. Los paralelos serán círculos con centro en el polo (centro de la proyección). La escala de la representación varía con la latitud.

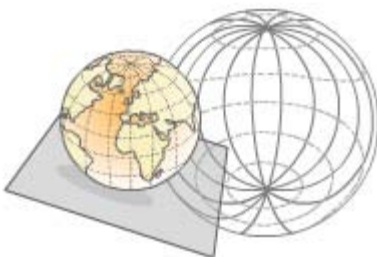
PROYECCIONES MERIDIANAS O TRANSVERSAS

El plano de proyección se sitúa tangente en un punto cualquiera del ecuador. El



plano de proyección será, por tanto, paralelo al eje de la Tierra. En este tipo de proyección, los paralelos y meridianos se representan mediante curvas trascendentes

PROYECCIONES OBLICUAS U HORIZONTALES.

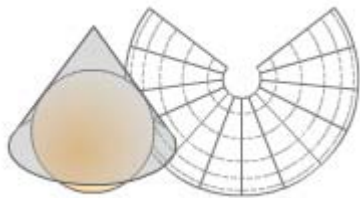


El plano de proyección es paralelo al horizonte del lugar. El punto de tangencia (centro de proyección) se sitúa en cualquier punto de la superficie terrestre que no se encuentre en el ecuador ni que coincida con ninguno de los polos. En esta proyección los paralelos se representan mediante curvas cónicas.

b.- SUPERFICIES DESARROLLABLES

En este tipo de proyecciones, se emplea una superficie geométrica auxiliar, fácilmente desarrollable (cilindros ó conos), pudiéndose situar de forma tangente.

PROYECCIONES CÓNICAS



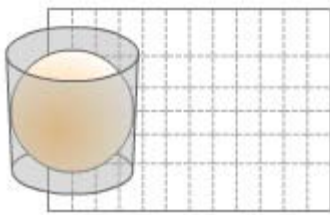
Emplean el cono como figura geométrica auxiliar desarrollable. El eje del cono se sitúa en coincidencia con el eje de la tierra. El cono puede ser tangente ó secante a la esfera.

Al desarrollar el cono, los meridianos aparecen como rectas concurrentes en el vértice del cono, formando ángulos iguales entre sí. Los paralelos son

circunferencias concéntricas con centro el vértice del cono.

Ejemplos de proyecciones cónicas son la proyección de Lambert, proyección de Bonne.

PROYECCIONES CILÍNDRICAS



La esfera se sitúa en el interior de un cilindro, que puede ser tangente ó secante a la misma. El eje del cilindro coincide con la línea de los polos. Al desarrollar el cilindro, se obtiene una representación de los meridianos mediante rectas paralelas y equidistantes entre sí. Los paralelos serán rectas perpendiculares a los meridianos, pero su separación va aumentando a

medida que nos alejamos del ecuador.

Ejemplos de este tipo de proyecciones son la Proyección Mercator y la Proyección Transversa de Mercator (UTM).

PROYECCIONES MODIFICADAS.

Representan la superficie de la tierra en su totalidad, sin deformaciones excesivas. Se emplean por tanto para la realización de mapamundis ó planisferios. Entre este tipo de proyecciones cabe destacar:

PROYECCION SINUSOIDAL

Los paralelos son rectas horizontales equidistantes, el meridiano central es una



recta perpendicular a ellas y los restantes meridianos son curvas. En esta proyección sólo son verdaderas las distancias a lo largo de todas las latitudes y el meridiano central. Es una proyección equivalente (conserva las áreas).

Se utiliza para representaciones donde las relaciones de latitud son significativas, al estar los paralelos uniformemente espaciados.

PROYECCION DE MOLLWEIDE

El ecuador tiene doble longitud que el meridiano central y está dividido en partes iguales que marcan los pasos de los meridianos, que quedan representados por elipses. Los paralelos se representan por rectas horizontales paralelas al ecuador y su separación queda determinada por la condición de que las áreas de las franjas

entre paralelos sean semejantes en la superficie terrestre. Por ello esta proyección es equivalente, es decir, conserva las áreas.

Se utiliza para distribuciones mundiales cuando el interés se concentra en latitudes medias.

PROYECCION DE GOODE



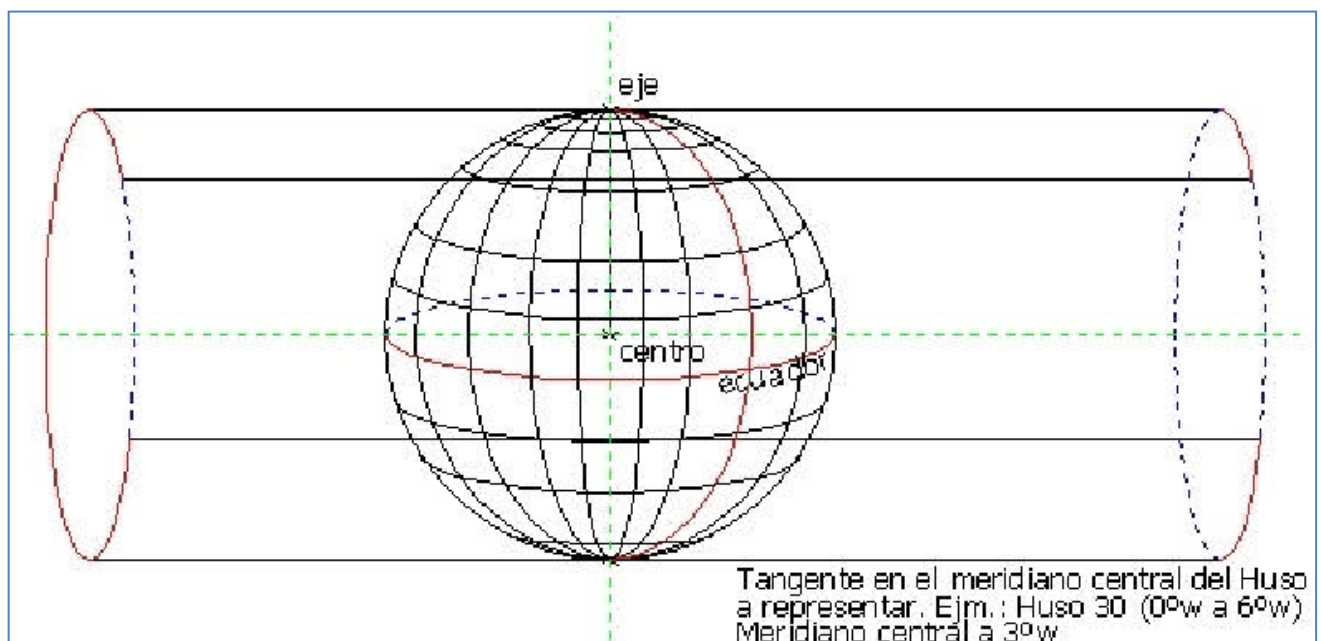
Es una proyección discontinua en la que la Tierra se representa en partes irregulares unidas; de esta forma se mantiene la sensación de esfera y se consigue una distorsión mínima de las zonas continentales, pero con huecos en las superficies oceánicas.

Es útil para la representación de datos en el mundo ya que su área es igual a la real. Se utiliza en los mapas de distribución de productos.

11.5 PROYECCION TRANSVERSA MERCATOR. UTM. FUNDAMENTOS, PROPIEDADES

La PROYECCION TRANSVERSA MERCATOR Ó UTM, es una proyección CONFORME, es decir, que conserva los ángulos. Por el contrario, distorsiona todas las superficies así como las distancias entre puntos. La relación entre la distancia sobre la proyección y la distancia medida se denomina COEFICIENTE DE ANAMORFOSIS, y varía según las coordenadas geográficas (longitud y latitud) del punto de estacionamiento considerado.

La proyección UTM toma como base la proyección conforme de Mercator, pero situando el eje del cilindro perpendicular a la línea que une los polos terrestres. De esta forma, el cilindro será tangente al elipsoide de referencia (WGS84) en el ecuador.

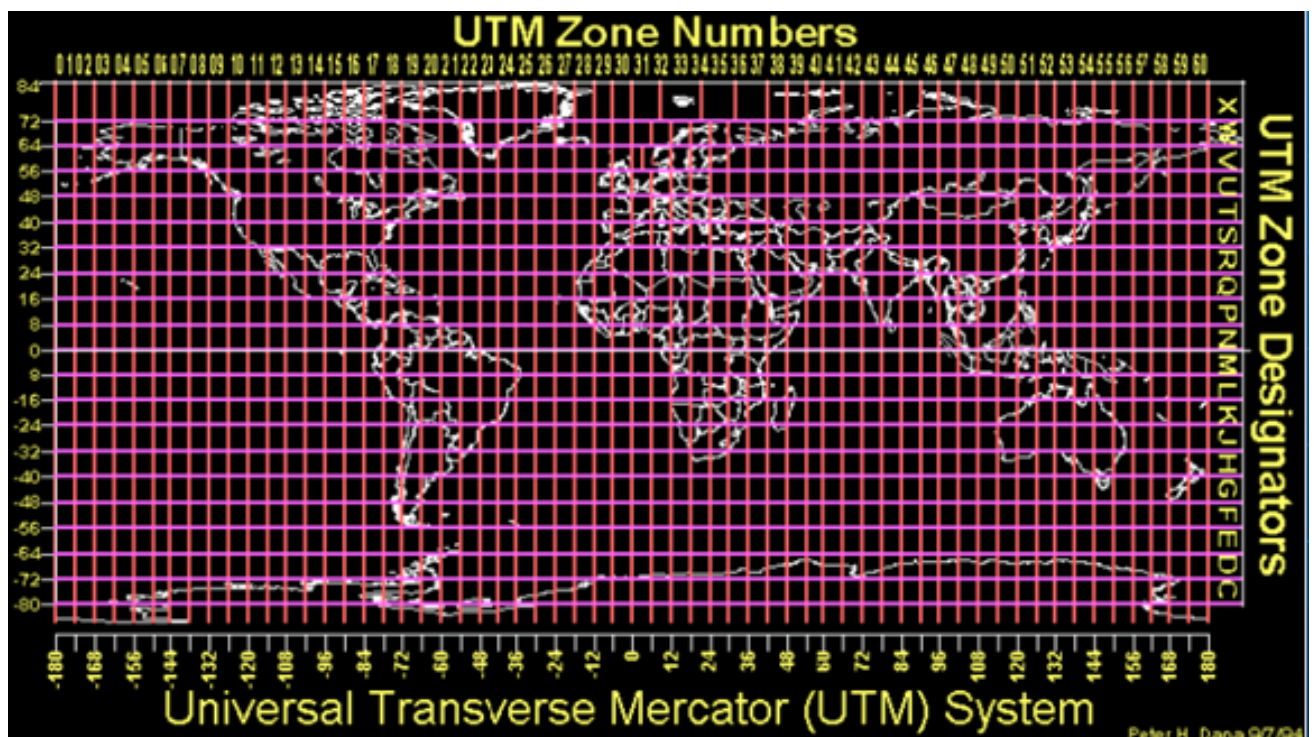


Para la representación de la superficie terrestre, esta se divide en 60 franjas denominadas HUSOS, al norte y al sur del ecuador y de 6° de longitud cada una. Cada franja tiene su propio meridiano central. Su numeración avanza de este a oeste, a partir del antimeridiano de Greenwich.

Los límites para cada zona son 84° al Norte y 80° al Sur, dado que las deformaciones más allá son intolerables.

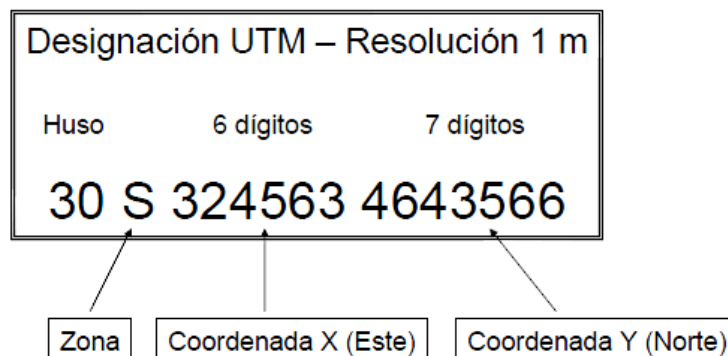
El origen de cada zona es el meridiano central del huso y el ecuador. Estas líneas son las únicas rectas en proyección.

Los husos se designan por números, del 1 al 60. Las zonas se designan por letras, de la C a la X, empezando por el sur.

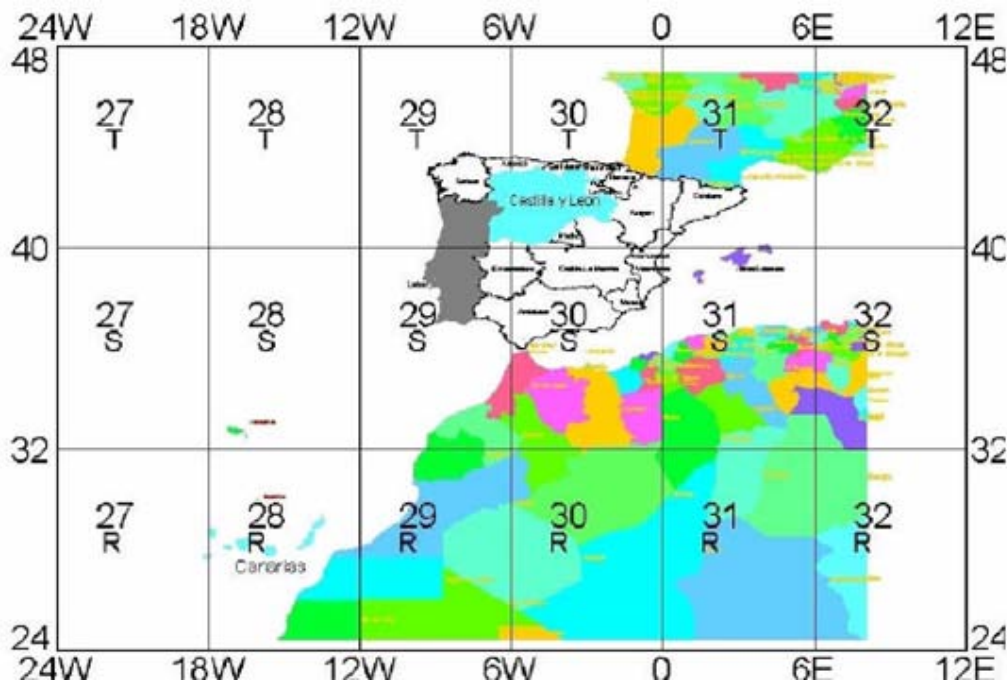


El empleo del sistema de coordenadas UTM es prácticamente universal.

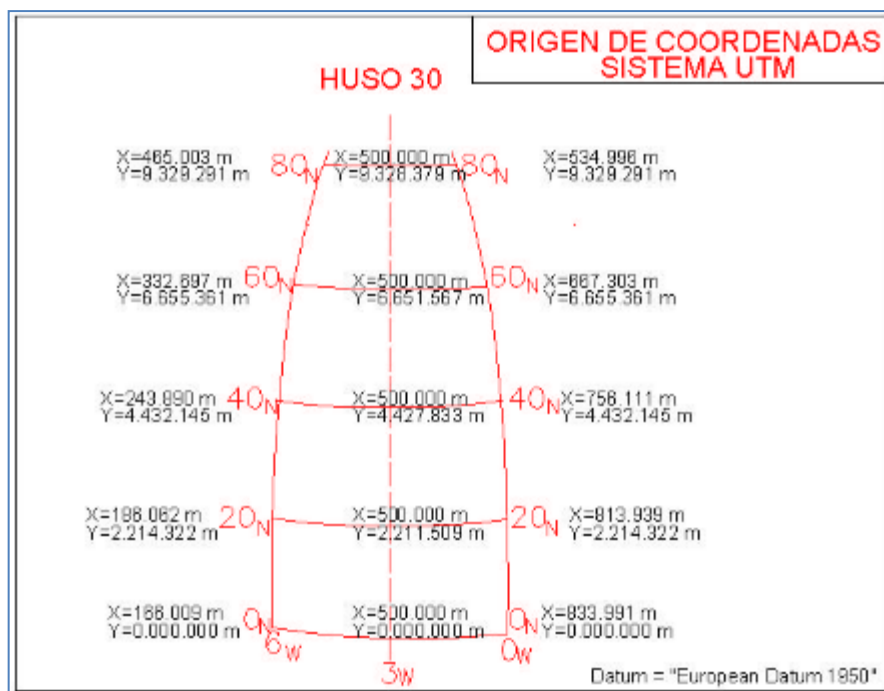
La forma de designar un punto por coordenadas, es la siguiente



La península Ibérica, se encuentra situada en los usos 29,30 y 31, en las zonas S y T. Las islas Canarias, en el huso 28R.



Existen numerosos programas informáticos que permiten el paso de coordenadas UTM a geográficas y viceversa. Su cálculo manual es bastante complicado y necesita del empleo de muchas formulas.

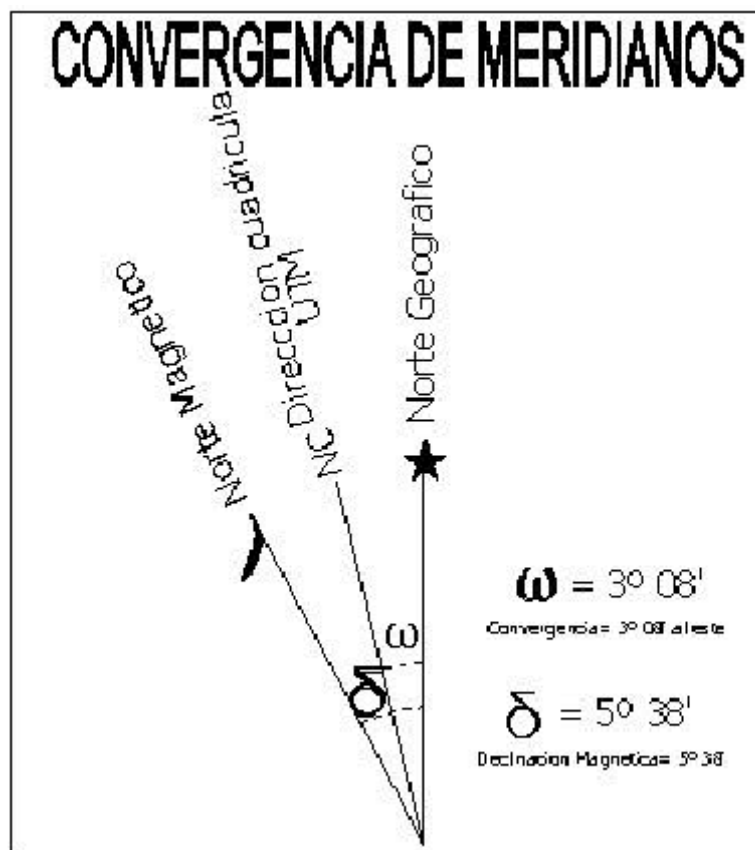


El origen de coordenadas es distinto para cada uso, tomándose como origen la intersección del meridiano central del huso 30 con el ecuador, al que se le asignan, en su zona norte, las coordenadas $X = 500000$, é $Y = 0$. En el correspondiente a la zona sur, se adopta la misma X pero la Y toma el valor de $Y = 0$

CONVERGENCIA DE LA CUADRICULA

Como hemos dicho, el único elemento orientado al norte geográfico es el meridiano central del uso correspondiente. El resto de las cuadrículas que conforman el uso están desviadas respecto a la dirección del norte un ángulo denominado CONVERGENCIA DE LA CUADRICULA. Dicho valor figura en los márgenes de todos los mapas del Servicio Geográfico del Ejército y del Instituto Geográfico Nacional. Se designa para el punto central del mapa y es prácticamente la misma para toda la hoja. Además, suele figurar también la declinación magnética, es decir, el ángulo que el norte magnético forma con el norte geográfico.

La dirección del NORTE DE LA CUADRICULA se indica con las letras NC.



La proyección UTM está diseñada para que el error de escala no exceda del 0.1% dentro de cada zona. El error y la distorsión se incrementan para la región que atraviesa más de una zona. Dentro de la misma zona, el error aumenta más rápidamente de este a oeste que de sur a norte.

TEMA 12 SISTEMA DE POSICIONAMIENTO GLOBAL GPS.

GENERALIDADES. EL GPS EN TOPOGRAFIA. FUNDAMENTOS DEL SISTEMA G.P.S. TRILATERACION SATELITAL. ERRORES DEL G.P.S. DOP. MEDICION TOPOGRAFICA. SISTEMA DIFERENCIAL. METODO ESTATICO. METODO CINEMATICO. SISTEMA RTK EN TIEMPO REAL. DISTINTOS APARATOS GPS. VENTAJAS E INCONVENIENTES DEL GPS. OTRAS CONSTELACIONES DE SATELITES

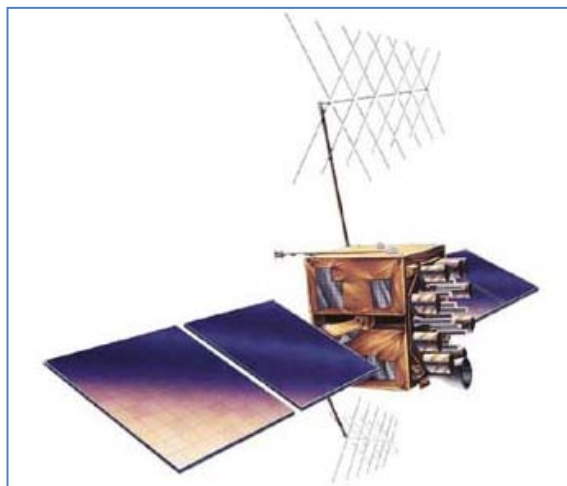
12.1 GENERALIDADES.

GPS significa “Sistema de Posicionamiento Global”. Fue puesto en marcha por Estados Unidos, en 1978, primeramente con fines militares, aplicándose después a múltiples aplicaciones civiles. También se conoce como sistema NAVSTAR – GPS.

El sistema consiste en situar en el espacio, en distintas orbitas, una serie de satélites artificiales, dotados de paneles solares que les suministran la energía eléctrica necesaria para hacer funcionar los equipos que portan, que son, un emisor de radio que transmite constantemente su posición y un reloj atómico (de cesio y rubidio), que transmite la hora con una altísima precisión.

Los satélites GPS forman una red espacial denominada “constelación”. Está integrada por 24 satélites repartidos en seis planos orbitales. Cada plano orbital se designa por letras mayúsculas (A, B, C, D, E y F), y dentro de estos, los satélites se designan por números (1, 2, 3 y 4). Los satélites se mueven de forma geosincrónica, a una altura de aproximadamente 23200 Km, dando dos vueltas a la tierra al día.

A la constelación de satélites se le llama “Sector Espacial”.



El control del buen funcionamiento de todos los satélites, de comprobar su situación precisa y la transmisión de datos se lleva a cabo desde cinco estaciones terrestres, situadas en Colorado Springs, Isla de Diego García, Ascensión, Kwajalein y Hawái. Estas estaciones componen el denominado “Sector de Control”. Las correcciones realizadas en dichas estaciones, son enviadas a los satélites respectivos, para que emitan sin ningún tipo de error.

Por último, se encuentra el “Sector de Usuario”, que comprende a cualquiera que sea capaz de recibir las señales GPS, como, por ejemplo: Navegación terrestre, marítima y aérea, topografía, control de maquinaria, etc. En cualquier caso, para poder emplear este sistema, deben de emplearse sistemas que nos permitan recibir y transformar los datos recibidos por los satélites en coordenadas que nos permitan definir nuestra posición.

12.2 EL GPS EN TOPOGRAFIA

En el campo de topografía, los equipos empleados deben estar formados, básicamente por:

- Antena de recepción, que se encargará de recibir y amplificar la señal proveniente de los satélites.
- Receptor, que decodifica la señal recibida, transformándola en información legible.
- Unidad de control (terminal GPS). Libreta electrónica que contiene un ordenador, que recoge toda la información enviada por los satélites, mostrándola en una pantalla, y archivando dicha información para su posterior procesamiento en la oficina. También nos permitirán, a partir de archivos de datos guardados en su memoria, proceder al replanteo de los



puntos necesarios para los trabajos de obra que estemos realizando. Para ello, nos facilitará la posición de los puntos en coordenadas UTM.

12.3 FUNDAMENTOS DEL SISTEMA GPS

Como ya sabemos por topografía clásica, podemos determinar la posición de un punto en el espacio mediante la realización de mediciones, desde dicho punto, a, al menos, tres puntos de coordenadas conocidas. Es lo que denominamos INTERSECCION INVERSA.

Pues bien, este es el fundamento básico del sistema de posicionamiento GPS. En lugar de obtener datos a través de tres bases de coordenadas conocidas, en el método GPS, dichas bases son sustituidas por SATELITES. Estos satélites, que como ya hemos comentado conforman la constelación NAVSTAR – GPS, cuya posición en el espacio es perfectamente conocida, emiten, vía radio, señales que nos transmiten su posición y la hora de emisión, permitirán, a través de programas informáticos integrados en la unidad de control del usuario, realizar una intersección inversa con la información de, al menos, 4 satélites, que nos definirán la posición del equipo receptor.

Todos los satélites emiten dos ondas: L1 y L2. Estas ondas, de distinta frecuencia transportan la misma información. El hecho de emplear dos ondas estriba en que de esta forma, se corrige el retardo que sufren al atravesar la ionosfera (retardo ionosférico). En estas ondas, entre otra información, se envían dos códigos que modulan la señal: el código C/A, que modula la señal fundamental dividida por 10, y el código P, que modula directamente la señal fundamental.

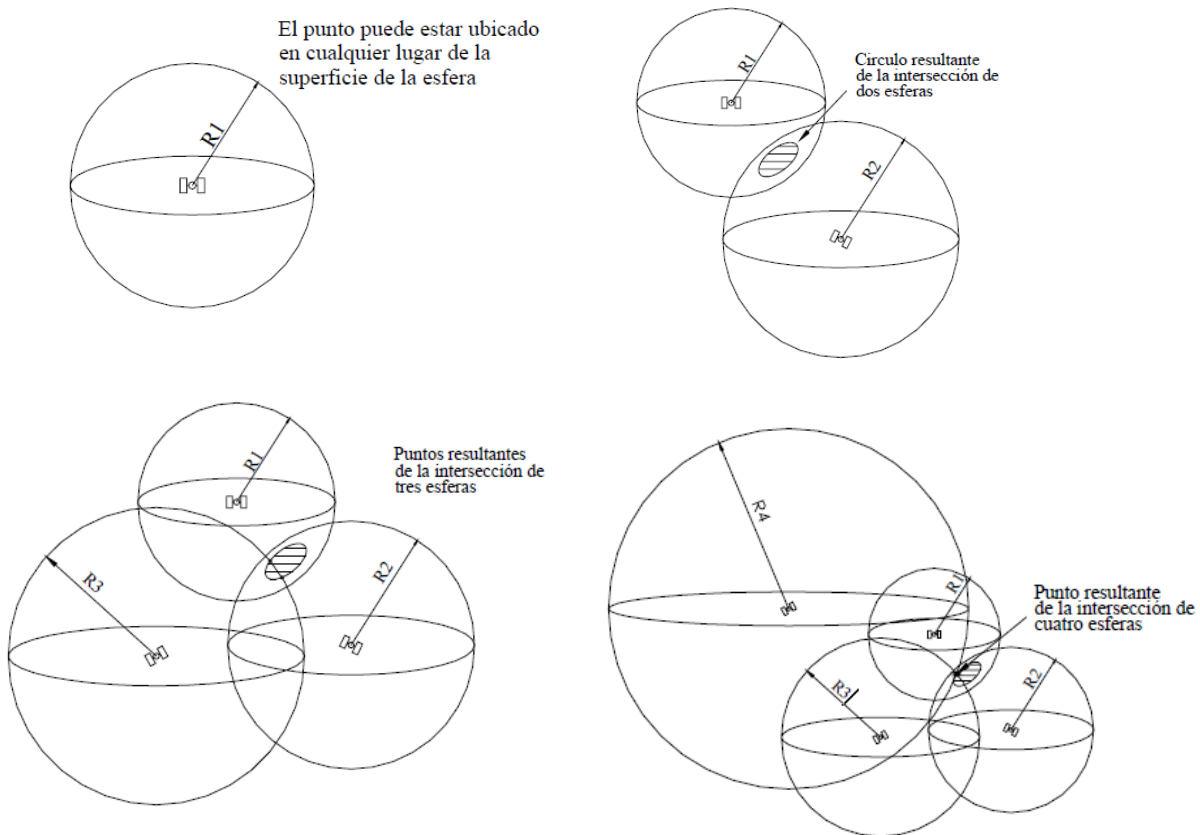
TRILATERACION SATELITAL

Supongamos que desde un receptor en la tierra, captamos la señal de un satélite. Con ella, podremos conocer la distancia entre el punto terrestre y el satélite, es decir, sabremos únicamente que el punto terrestre se encuentra a una distancia conocida del satélite emisor, es decir, estará situado en una esfera de radio, la distancia conocida R1.

Si recibimos la señal de un segundo satélite, tendremos la posibilidad de que el punto a determinar también se encuentre en una segunda esfera de radio R2. Ambas esferas se cortarán definiendo una circunferencia.

Si recibimos la señal de un tercer satélite, se estarán generando tres esferas, con centro cada una en el satélite recibido. Esta tercera esfera de radio R3 cortara a la circunferencia anterior en dos puntos. Para determinar la posición definitiva del punto de recepción, necesitaremos recibir la información de un cuarto satélite, de forma que la intersección de esta cuarta esfera, de radio R4

con las tres anteriores, nos fijará la posición del punto correctamente al poder fijar el tiempo de la observación.



MEDICION DE DISTANCIAS

La distancia entre el receptor y el satélite se obtiene a través del tiempo que tarda la señal emitida por el satélite en llegar hasta el receptor. Conociendo la velocidad de la señal de radio, la obtención de la distancia es sencilla:

$$D = v t$$

Donde:

D = distancia entre el satélite y el receptor, en kilómetros.

T = tiempo que tarda en llegar la señal desde el satélite hasta el receptor

V = velocidad de propagación de una onda. Es aproximadamente, la velocidad de propagación de la luz en el vacío $\approx 300.000 \text{ km/s}$

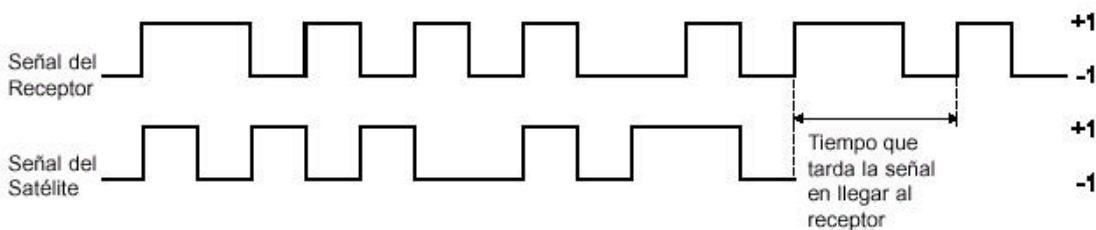
Así que, según se desprende de la expresión anterior, el elemento más importante a determinar es el tiempo de propagación de la señal. Para ello, el satélite, con ayuda del código C/A ó del código P transmite la información del instante de emisión (a). El receptor registra el momento de llegada del impulso, (b). La

diferencia (b-a), multiplicada por la velocidad de la propagación de la onda, nos permite obtener la distancia.

Para que esta medición de distancia sea precisa, es necesario que el reloj del satélite y el del equipo receptor estén perfectamente sincronizados, lo que no suele ocurrir, por lo que obtendremos una distancia "falsa" ó "pseudodistancia", proporcional al desfase entre los relojes.

Cálculo del Tiempo

La señal del satélite es modulada por dos códigos, el Código C/A y el Código P (véase la sección 2.1). El código C/A está basado en el tiempo marcado por un reloj atómico de alta precisión. El receptor cuenta también con un reloj que se utiliza para generar un código C/A coincidente con el del satélite. De esta forma, el receptor GPS puede "hacer coincidir" o correlacionar el código que recibe del satélite con el generado por el receptor.



El código C/A es un código digital que es 'seudo aleatorio', o que aparenta ser aleatorio. En realidad no lo es, sino que se repite mil veces por segundo.

De esta forma es como se calcula el tiempo que tarda en viajar la señal de radio desde el satélite hasta el receptor GPS.

MEDICION DE DISTANCIAS MEDIANTE EL DESFASE DE LA ONDA PORTADORA.

Es el mejor sistema para obtener la distancia. En este método, se mide el desfase de la onda portadora, por comparación con la fase de una onda de referencia generada por el equipo receptor. Con este sistema, que requiere de un programa de cálculo que determine el número de longitudes de onda entre satélite y receptor, conseguimos medir la distancia con precisión submilimétrica. Ese desfase ó tiempo de retardo, multiplicado por la velocidad de la onda portadora nos da directamente la distancia.

Las señales emitidas por el satélite y por el receptor se denominan "CODIGO PSEUDO-ALEATORIO", y es la base de medida de distancias del sistema GPS.

El código Pseudo aleatorio no es más que una secuencia ó código digital muy complicado. Cada satélite emplea su propio código pseudo aleatorio, lo que hace que nunca se pueda confundir el satélite que estamos recibiendo. Además, la

complicación de dicha señal hace que el receptor no pueda sintonizarse accidentalmente con ninguna otra señal de radio.

MEDICIONES TOPOGRAFICAS.METODO DIFERENCIAL

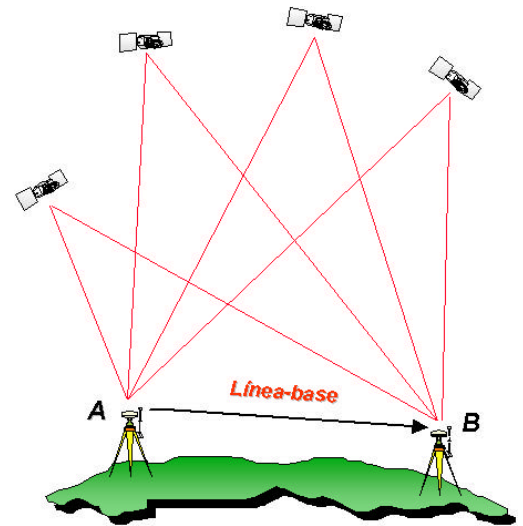
En topografía, necesitamos determinar la posición de los puntos con gran precisión (milimétrica). Para ello, se emplea el método diferencia. Este método consiste en esencia en emplear dos receptores, que reciben simultáneamente la señal emitida por los satélites.

Este método consigue anular gran parte de los errores inherentes al sistema, como el producido por la imprecisión en la determinación de la órbita del satélite.

En el método diferencia se emplea el método de medición de fase para la determinación de las distancias con mayor precisión.

Los errores que se eliminan empleando el método diferencial son:

- Error por Disponibilidad Selectiva.
- Error por Retardo Ionosférico.
- Error por Retardo Troposférico.
- Error en las efemérides.
- Error del reloj del satélite.



12.4 ERRORES DEL GPS

Al igual que cualquier equipo de topografía, en las observaciones con GPS también se cometen errores, cuyos orígenes son diversos y que, dependiendo del equipo y de la metodología empleada, podremos reducir.

Los distintos errores se pueden clasificar en función de su origen:

a.- Errores Satelitales.

Son errores que se producen por la variación de las órbitas de los satélites, así como por los errores producidos en los relojes atómicos que portan.

Estos errores se reducen a partir de las efemérides (datos precisos) enviados, tanto para la corrección del tiempo del reloj como de la posición orbital desde las estaciones terrestres de control y seguimiento.

b.- Errores D.O.P. (errores propios de la geometría interna de la posición de los satélites respecto al punto de observación). Aquí también se incluyen los

producidos por la disponibilidad selectiva. Esto es un mecanismo que se reservaba el gobierno de EEUU para, en caso de necesidad, empeorar la precisión de la señal recibida de los satélites.

c.– Errores del punto de referencia.– Aquí se incluyen el error del oscilador del receptor de la señal en el equipo de referencia, así como el error en las coordenadas de la estación de referencia. Este error se mitiga empleando el sistema de observación diferencial.

d.– Errores en las observaciones: Debidas a retrasos de la transmisión de las ondas en la ionosfera y en la troposfera. También se incluyen en este apartado, el error de medida de fase con el receptor en movimiento, el error Multipath, producido por las ondas reflejadas en elementos arquitectónicos; errores en la manipulación del equipo, etc.

Los errores ionosférico y troposférico se anulan empleando el método diferencial, empleando dos frecuencias.

El error de multipath solo se elimina colocando la antena receptora en zonas donde no exista el riesgo de rebote de ondas.

Por último, el error de manipulación del equipo se produce cuando no se siguen las instrucciones del fabricante. (Hay que leerse el manual).

12.5 D.O.P. MASCARAS DE ELEVACION Y ACIMUT DE SATELITES.

a. D.O.P. (Dilution of precision).

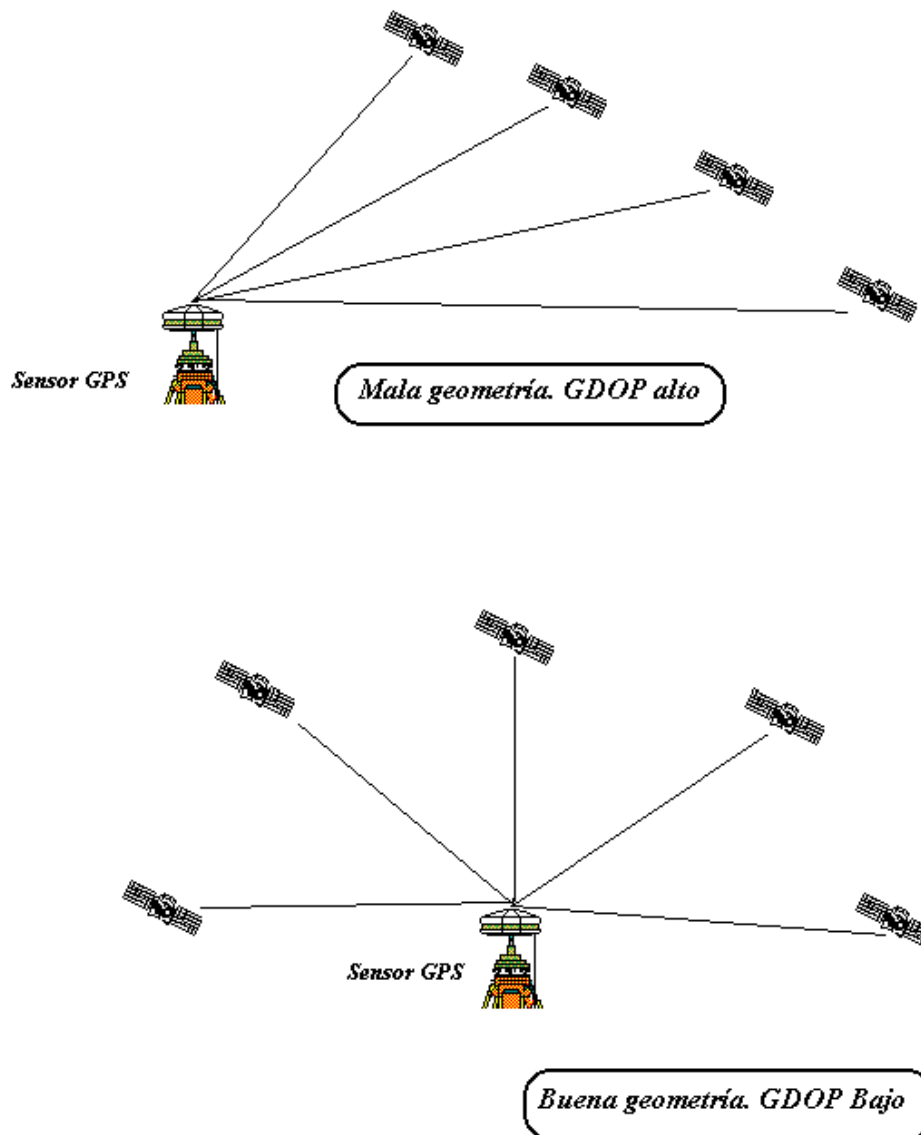
Es un valor que nos analiza la geometría de la figura que se forma entre los satélites observados y el equipo de referencia. Es un número adimensional, que nos expresa “la solidez” de la geometría de la observación.

Su valor ideal es 1, siendo el límite 6. Puede darse el caso de que aunque existan muchos satélites en el horizonte de observación, su posición sea tal que no nos permita realizar la observación con precisión.

El DOP es el factor por el que tendremos que multiplicar el error obtenido al medir la distancia a los satélites, para conocer el error en la posición del punto a determinar.

Existen varios tipos de DOP.: GDOP, PDOP, HDOP, VDOP, TDOP.

El valor más empleado es el GDOP, que es el que nos dice la precisión que vamos a tener en la observación. Se refiere a las tres coordenadas de posición y al estado del reloj.



b. MASCARAS DE ELEVACION

Es el ángulo de elevación mínimo que deben de tener los satélites para que podamos recibir en condiciones las señales de estos. Este valor se puede configurar, pero no conviene que sea inferior a 15° , pues la señal del satélite se vería muy distorsionada por la refracción atmosférica.

12.6 SISTEMA DE REFERENCIA DEL GPS: WGS 84. SISTEMAS LOCALES DE REFERENCIA.

La finalidad del GPS es la de determinar, a partir de las señales recibidas de 4 ó más satélites, la posición de un punto sobre la superficie terrestre.

La superficie de la tierra, como ya sabemos, es el Geoide, de forma irregular. Para poder representarla, se emplean figuras geométricas denominadas Elipsoides de Revolución, que se adaptan lo más posible a la forma real de la tierra. En la historia de la Geodesia, se han empleado numerosos elipsoides.

Pues bien, para el sistema GPS, el elipsoide de referencia que se emplea es el WGS 84 (World Geodetic System 1984 ó sistema mundial de referencia 1984).

Cualquier punto situado sobre la superficie terrestre quedará definido entonces por su latitud, longitud y altura elipsoidal.

Este sistema de coordenadas es geocéntrico, es decir, tiene el origen de coordenadas en el centro del elipsoide. El eje Z es paralelo a la posición que el polo norte ocupaba, en su valor medio, en el año 1903. El eje X queda definido por la intersección del meridiano de referencia con el ecuador astronómico medio, y el eje Y es perpendicular al plano definido por los ejes XZ, en sentido dextrosorum.

Las constantes del elipsoide WGS84 son:

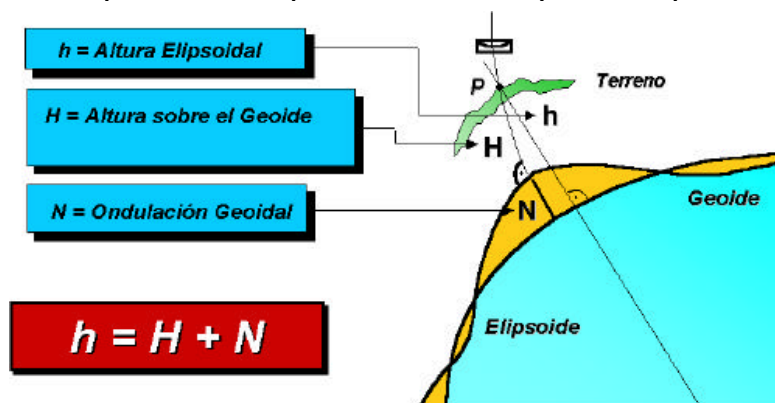
a = semieje mayor = 6378137 metros

b = semieje menor = 6356752.3 metros

u = Constante gravitacional = $3986005 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$

w = Velocidad de rotación = $7292115 \times 10^{-11} \text{ rd/s}$

Las coordenadas GPS las tendremos que convertir al sistema de coordenadas empleado en cada país, que, en general, serán sistemas de coordenadas cartesianos (sistema de coordenadas local). En particular, deberemos transformar la latitud y longitud elipsoidal dadas por el sistema GPS al sistema de coordenadas UTM, que es el empleado en la mayoría de países.



En el caso de las alturas, también surge un problema al emplear el GPS. Este nos da la altura del punto con respecto al elipsoide de referencia WGS84. Ahora bien, las alturas empleadas en topografía son alturas sobre el nivel del mar, (geoide), denominadas Alturas

Ortométricas. La diferencia entre ambas alturas se denomina ondulación del geoide (N). Para determinarla, hay que emplear modelos geoidales, de complicada resolución.

12.7 TIPOS DE INSTRUMENTOS GPS

<i>METODO</i>	<i>FRECUENCIA</i>	<i>OBSERVABLE</i>	<i>PRECISION</i>	<i>APLICACION</i>
<i>ABSOLUTO</i>	<i>L1</i>	<i>CODIGO C/A</i>	<i>± 100 Metros</i>	<i>NAVEGACION</i>
<i>DIFERENCIAL</i>	<i>L1</i>	<i>CODIGO C/A</i>	<i>1-2 Metros</i>	<i>CARTOG/GIS</i>
<i>DIFERENCIAL</i>	<i>L1</i>	<i>C/A y FASE</i>	<i>1 cm. ± 2 ppm.</i>	<i>TOPOGRAFIA</i>
<i>DIFERENCIAL</i>	<i>L1 y L2</i>	<i>C/A, P y FASE</i>	<i>5 mm. ± 1ppm.</i>	<i>TOPOG./GEO</i>

NAVEGADORES



Son GPS muy sencillos y, generalmente, de bajo coste. Su precisión no es muy grande, estando en el orden de 100 metros.

Solo reciben el código C/A a través de la onda portadora L1.

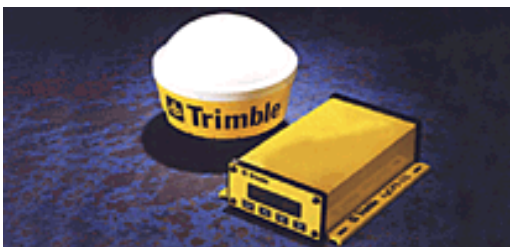
Sus aplicaciones son: Senderismo, orientación.

Se emplean también en navegación deportiva, existiendo accesorios que permiten la colocación de una antena sobre el barco.

En este tipo de GPS también se engloban los cada vez más extendidos GPS para automóviles.

Todos ellos llevan incluido un sistema de cartografía propia.

GPS SUB-METRICOS



Al igual que los navegadores, solo reciben el código C/A a través de la onda L1.



La diferencia con los anteriores es que trabajan en método diferencial, es decir, se emplean dos equipos: Un equipo de referencia, que graba continuamente datos, y otro móvil tomando los puntos del terreno necesarios, bien por el método estático ó por el método cinemático.

Se obtienen precisiones que oscilan entre los 30 cm y los 10 m. Su aplicación se encuentra en el campo de la cartografía ó del SIG (sistemas de información geográfica).

GPS MONOFRECUENCIA DE CODIGO Y FASE

También toman los datos de la onda portadora L1, pero además del código C/A, realizan medidas de fase. Trabajan también en modo diferencial (2 receptores).

Al tomar medidas de fase, aumentan la precisión, hasta $1 \text{ cm} \pm 2 \text{ ppm}$, validas ya para aplicaciones topográficas.

Se pueden realizar posicionamientos estáticos, estático-rápido, stop and go, cinemático y en tiempo real.

GPS DE DOBLE FRECUENCIA



Son los equipos de mayor precisión, y los que se deben emplear para topografía y geodesia.

Toman datos en las dos ondas emitidas por los satélites, L1 y L2, realizando medidas de código y de fase en ambas frecuencias.

Se pueden, con ellos, realizar posicionamientos en todos los sistemas: Estático, Estático-rápido, Stop and Go; Cinemático; KOF; Tiempo Real, así como Post-proceso.

Tienen un tiempo de respuesta muy rápido, y dan precisiones de hasta $5 \text{ mm} \pm 1 \text{ ppm}$.

12.8 METODOS DE MEDIA EMPLEADOS CON EL GPS EN TOPOGRAFIA

Todos estos métodos emplean la técnica diferencial, es decir, el empleo de dos equipos receptores. No obstante, se pueden clasificar en dos grandes grupos:

1.- SISTEMA DE POST-PROCESO.- En este sistema, los datos grabados en campo deben sufrir un tratamiento posterior en oficina, mediante programas informáticos adecuados. Evidentemente, este sistema sólo sirve para la toma de datos (taquimetría), no siendo válidos para labores de replanteo.

2.- SISTEMA DE TIEMPO REAL.- La posición de los puntos se determina en el mismo momento de la toma, grabándose en la memoria del GPS. Con este sistema, se pueden realizar tanto toma de datos como replanteo de puntos de un proyecto.

1. **SISTEMA DE POST-PROCESO.-** Los métodos que necesitan post-proceso, emplean el método diferencial, es decir, necesitan del empleo de dos equipos receptores GPS: uno, que permanecerá fijo, y otro móvil, que se va situando en los puntos que queremos levantar.

Dentro de este sistema, se pueden clasificar los distintos métodos:

a.- Método Estático.- Fue el primer método aplicado en topografía, y sigue siendo el que más precisión nos da. Con un equipo fijo, se estaciona el otro móvil sobre el punto a levantar. Ambos equipos reciben la información de, al menos, cuatro satélites. El tiempo de grabación de los datos oscila entre 45 y 60 minutos (más si la línea base, es decir, la línea que une el equipo fijo con el móvil, es muy larga.

Cuanto mayor sea el tiempo de grabación de datos, mayor será la precisión obtenida en la posición del punto. Precisiones del orden de $5 \text{ mm} \pm 1$ ó 2 ppm .

b.- método estático rápido.- Gracias al empleo de potentes algoritmos de cálculo, este método, idéntico de procedimiento que el anterior, recorta los tiempos de de observación, dejándolos en un margen de entre 35 a 30 minutos.

Es un método válido para líneas base de menos de 10 km.

La precisión es de 10 mm, siempre que la geometría de los satélites (GDOP) sea correcta.

Es aplicable tanto con receptores bifrecuencia como con receptores multifrecuencia.

c.– Método pseudo estático (reocupación).– Es una variante del método anterior, donde se reducen los tiempos de observación, siendo de 3 a 5 minutos. Por el contrario, hay que estacionar en cada punto 2 ó 3 veces. Cada reocupación debe de hacerse 1 hora después, y como mucho, cuatro horas después de la primera observación. No es muy empleado.

d.– Método Cinemático continuo.– Necesita una inicialización previa sobre una base determinada por el método estático. Una vez realizada, el equipo móvil puede desplazarse de forma continua (vehículos, aviones ó barcos). La velocidad de grabación es muy alta (del orden de 1 sg). La precisión obtenida es menor que en el método estático, del orden de varios centímetros.

Se necesitan, al menos cuatro satélites de continuo. Por ello serán necesario al menos que sean visibles 5 satélites en nuestro horizonte.

e.– Método Cinemático Stop and go.– Es un método similar al cinemático, con la diferencia que aquí se realiza una parada en el punto a levantar, del orden de 10 segundos, aprovechando para almacenar la información necesaria (nombre, atributo, etc.), siguiendo a continuación hacia el siguiente punto. Para no perder la señal de los satélites, deberemos ir con la antena lo más vertical posible. Si se pierde señal, habrá que comenzar una nueva observación de puntos a partir de aquel donde se perdió la señal.

Es un método ideal para levantamientos. La precisión que se obtiene es de $1 - 2 \text{ cm} \pm 1 \text{ ppm}$.

Es rápido y económico, y se puede emplear desde un vehículo. Los tiempos de observación son de 30 segundos).

12.9 SISTEMAS EN TIEMPO REAL

a.– RTK (Real Time Kinematic).– Consiste en obtener coordenadas en tiempo real en el sistema de referencia adoptado previamente.

El receptor fijo se deja en un lugar adecuado, incluso se puede montar en el tejado de algún edificio u oficina, y el operador se encarga del equipo móvil. Este se puede situar a gran distancia del equipo fijo, tanto como la cobertura de la radio – modem que llevan incorporada ambos equipos nos permita (

varios kilómetros). Ya no es necesaria, como en la topografía clásica, la intervisibilidad entre la estación y el operador.

Es un sistema idóneo para realizar mediciones y replanteos en obra.

El funcionamiento del equipo es el siguiente:

El receptor de referencia capta todas las señales de los satélites a la vista, enviando todos los datos observados al radio-modem, que a su vez los transmite a todos los equipos móviles.

Ya en el equipo móvil, son recibidos los datos a través de su radio modem. A continuación busca todos los satélites de su horizonte y trabaja y calcula con los datos de su posición más la información recibida desde la estación fija.

De esta forma, el equipo móvil, en menos de 10 segundos, fija las ambigüedades de todos los satélites comunes, y puede calcular las coordenadas de los puntos determinados, con intervalos de tiempo de apenas 1 segundo. Además, nos ofrece un control de precisión de la posición del punto.

En la actualidad, y en base a los avances en la tecnología telefónica digital (sistema GPRS), el enlace entre la estación móvil y la fija se realiza a través de la telefonía móvil. Para ello, se introduce en los receptores GPS sendas tarjetas GPRS (incluso se pueden combinar con el sistema de radio), realizándose la conexión móvil – referencia a través de telefonía móvil.

Así mismo, y en lo referente a España, se están implantando en casi todas las comunidades, Redes de estaciones permanentes de GPS, que permiten que un equipo móvil aproveche su implantación y pueda trabajar de forma independiente, recibiendo, vía telefonía móvil, los datos obtenidos desde estas bases permanentes. Existen redes públicas y redes privadas, necesitando, para emplear estas últimas, de una clave de acceso.

12.10 VENTAJAS E INCONVENIENTES DEL GPS

VENTAJAS:

- Cobertura mundial.
- Permite la medición de distancias de decenas de kilómetros.
- No es necesaria la intervisibilidad entre el equipo fijo y el equipo móvil.
- Se puede trabajar de noche.
- La precisión planimétrica de los puntos obtenidos es homogénea.

INCONVENIENTES:

- No se puede emplear en zonas boscosas ó en aquellas en que existan elementos que nos oculten parte del cielo.
- No es aplicable en zonas cerradas: túneles, interior de edificios, etc.).
- El fenómeno "Multipath", es decir, el rebote accidental de las ondas enviadas por los satélites en edificios u otros objetos de gran altura junto al equipo GPS, reduce la precisión en gran medida, é incluso, puede hacer imposible la medición.
- Se necesitan 5 satélites como mínimo para obtener buena precisión. Habrá momentos del día en que esto no ocurra y afectará a nuestro rendimiento.
- La altimetría conseguida con el GPS no es homogénea, como ocurre con la planimetría, obteniéndose medidas de menor precisión (menor cuanto más lejos estemos de la estación base).

12.11 OTRAS CONSTELACIONES DE SATELITES

Hasta ahora, hemos hablado tan solo de la red NAVSTAR, que es la red de satélites que operan el sistema de posicionamiento global GPS. Pero existen otras dos redes de satélites: una, rusa, denominada GLONASS, completamente operativa, que consta de 24 satélites. La otra red, europea, se denomina GALILEO (GNSS), y está en proceso de formación, esperándose su completa instalación para el año 2015, quedando conformada por 30 satélites. Esta red será compatible con GPS y GLONASS.

Hasta hace poco, los datos de GPS y GLONASS no eran compatibles, pero, hoy en día, son muchos los receptores GPS capaces de trabajar con las dos constelaciones simultáneamente (y con Galileo en el futuro), lo que redundará en una superabundancia de satélites que permitirá poder trabajar siempre con la máxima cobertura y por tanto, una gran precisión.