

Curso de TOPOGRAFÍA AGRÍCOLA

Diciembre 2003

1. Introducción. Topografía, conceptos. Geodesia, Topografía y Cartografía. Concepto de Geodesia. Geoide y elipsoide referencia. Escalas. Sistema de representación usado en Topografía. Distancia natural, reducida y desnivel; superficie agraria. Proyecciones cartográficas. Proyección U.T.M. Errores. Unidades de medida. Elementos de geometría analítica. Distancia entre puntos. Ángulo formado por alineaciones. Geometría por coordenadas, intersección.

1.1 Introducción a Topografía.

La Topografía se puede definir como el arte y ciencia de determinar la posición relativa de puntos sobre o cerca de la superficie de la Tierra, o de situar estos puntos, así como determinar distancias, áreas y volúmenes. Para ello, se miden distancias horizontales y verticales entre puntos, se determinan direcciones de alineaciones o de líneas y se sitúan (se ubican) puntos en el terreno, a partir de medidas angulares y lineales predeterminadas. En forma más genérica, la topografía se puede considerar como la disciplina que abarca todos los métodos para reunir y procesar información acerca de los elementos físicos de la Tierra. Por tanto, los sistemas ordinarios de medición sobre el terreno que son los de uso más frecuente en ingeniería, los métodos de topografía aérea (fotogrametría) y los más recientes por satélites (GPS), constituyen el campo de acción de esta disciplina.

La Topografía es la ciencia que tiene por objeto la medición y representación gráfica de pequeñas extensiones de la superficie terrestre. Representación desde el punto de vista de sus formas y dimensiones, con el objeto de planificar obras, así como el conocimiento y manejo de los instrumentos que se precisan para tal fin.

Los métodos de levantamiento topográfico no han variado en gran forma a lo largo de la historia, las metodologías son similares a las de las antiguas civilizaciones. En lo que ha habido modificaciones importantes es en la de los instrumentos de mensura, los cuales son mucho más precisos y seguros hoy en día. En particular, el sistema de posicionamiento global (GPS) ha revolucionado no sólo la metodología de navegación aérea, marítima y terrestre sino también la topografía.

Debe ser posiblemente la disciplina topográfica, una de las más sacudidas por los avances tecnológicos (electrónica,comunicaciones,informática) en los últimos 10 años. Como ejemplo introductorio, bien corto y rápido, las estaciones totales hasta 1996 tenían un alcance medio, en la medición de distancias, con un prisma, de 800 metros, medían en un intervalo de tiempo de unos 4 segundos. En el siglo XXI con un prisma alcanzan 1800 metros, miden en 1 segundo y para distancias cortas (menos de 200 metros) no se necesita prisma, solo apuntar al lugar cuya distancia quiero hallar. Todo esto se realizaba

con un error de 5mm + 5ppm (1 cm en 1.000 metros) y hoy en día con un error de 3mm + 3 ppm (0,3 cm en 1.000 metros), de precisiones de 1/100.000 pasamos a 1/333.333!!

Por otra parte, existen GPS de alta precisión que me determinan la posición de puntos sobre la Tierra con error de 1 centímetro, con procedimientos de campo mucho más sencillos que la Topografía convencional. Sin embargo, los instrumentos clásicos como el nivel, teodolito, las miras estadiométricas, cintas, mantienen su lugar en la Ingeniería Agrícola y más aún en la práctica de campo común de todas las ramas de la Ingeniería. En efecto, todos los adelantos tecnológicos tienen costos que pueden ser muy significativos y que implican la renovación, muchas veces, de no sólo un instrumento sino varios equipos, modificar software, vehículos y equipos de comunicación.

En términos generales, el trabajo topográfico se puede dividir en tres grandes partes:

a. Trabajo de campo.-

Antes de realizarlo, se debe analizar el objetivo del trabajo, y en función de distintas consideraciones tomar una decisión, seleccionando el método de levantamiento, el instrumental más adecuado, etc. La realización de las mediciones y el registro de los datos en forma comprensible, **rutinaria y estandarizada**, constituyen el trabajo de campo. El trabajo de campo actual, además de la clásica libreta de campo, con apuntes manuales y croquis, actualmente ésta se ve sustituida, por la colectora digital externa al instrumental o interna, incluida dentro del equipamiento electrónico¹.

b. Trabajo de gabinete.-

Comprende la elaboración de cálculos con base en los datos registrados en la libreta de campo o más modernamente en la colectora digital externa o en el microprocesador interno del instrumento. En efecto, los datos registrados en la libreta de campo, son procesados en planillas de cálculo, como Excel, para obtener coordenadas totales de los puntos relevados. También incluye la representación gráfica de los datos para obtener un plano o un gráfico, o para transcribir los datos a un formato digital y procesar la información en un CAD²

c. Trabajos de Replanteo o señalamiento.-

El trabajo de replanteo comprende todas las actividades para la colocación de señales, ya sean mojones o estacas, para marcar linderos, curvas de nivel, o en términos genéricos, para guiar en los trabajos de construcción, como canales, caminos, represas, nivelación de tierras, piletas de tratamiento de aguas residuales, etc. Y este trabajo también tiene su componente de gabinete o cálculo y su parte de campo “in situ”, que tampoco está exenta del cálculo algebraico-trigonométrico. Los trabajos de replanteo se ven muy facilitados también, por la disponibilidad o el acceso a calculadoras

¹ Las estaciones totales después del año 2000, tienen como estándar, la recolección digital de información e incorporan programas de cálculo.

² CAD es la abreviación del sistema de dibujo asistido por computadora, en programas como AutoCAD o IntelliCAD.

programables de bolsillo, que se llevan a la obra para disponer rápidamente de los elementos de replanteo, ya sean coordenadas, ángulos y distancias.

Usos de la Topografía.

En la actividad profesional del ingeniero agrónomo, los planos topográficos constituyen un elemento de trabajo esencial para el estudio de proyectos de riego y drenaje, en el estudio de fuentes de agua, ya sean represas para embalse o proyectos de presas derivadoras. Las actividades de marcación de tajamares de aguada y la distribución de aguas para el campo, requieren conocimientos topográficos y son una fuente de actividad profesional. Los proyectos de drenaje para estudiar la remoción de los excesos hídricos, la planificación de sistemas de terrazas, todas las canalizaciones ya sean para riego o drenaje, requieren de cartas de configuración del área. En realidad, cualquier proyecto de construcción que se realice en el medio rural, requiere la disponibilidad de planos fidedignos del terreno donde se implantaran las obras. La topografía agrícola es el punto de partida de la planificación y ejecución de obras de ingeniería agrícola, que demandan técnicos competentes y representan una importante fuente laboral.-

Todas estas obras enumeradas precedentemente requieren de un estudio previo de gabinete sobre las cartas topográficas, para en las mismas esbozar y dibujar las estructuras a construir, y así proceder en forma más racional. Un procedimiento alternativo, es el proceso de prueba y error o de replanteo directo en el campo. Es claro, que el proceso de prueba y error no resiste la contundencia de la información proporcionada en una carta topográfica (carta planialtimétrica), pero aquel puede ser justificable en pequeñas extensiones, o en obras de poca envergadura.

Por lo tanto con una carta de curvas de nivel, con la cual tenemos una representación del relieve del área, podemos proceder con tranquilidad y precisión en el gabinete, a estudiar múltiples obras de ingeniería agronómica, con todas las ventajas de proceder a estudiar alternativas y analizar sus costos. El trabajo de gabinete o de oficina, con cartas y mejor aún en sistemas CAD, que es un sistema de dibujo exacto sin errores, permite resolver los problemas y estudios topográficos, de una forma impensable algunos años atrás.

Todos los trabajos de construcción civil o de ingeniería agrícola, llámeselos embalse para riego, para fuente de agua para el campo, esquemas de distribución de aguas para el campo en sistemas de invernada intensiva, los sistemas de riego por superficie y por presión , plantaciones de frutales, de viñedos, etc, se deben iniciar o comienzan, con una carta del predio o área donde se vayan a realizar estas actividades. La carta topográfica es el punto de partida, donde se le anexará información de suelos, de fertilidad, de aptitud de suelos, de permeabilidad de las diferentes áreas, las construcciones existentes, los accesos existentes y la planificación de nuevos, la nivelación de tierras.

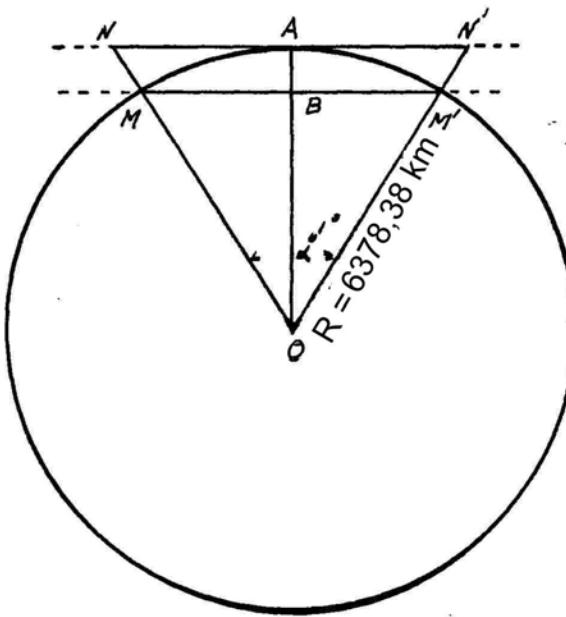
Retomando el ejemplo anterior, del procedimiento por prueba y error, o sea el replanteo directo de estructuras en el campo, este también es un método válido y justificable en muchas situaciones, donde el valor de estas obras no justifican procedimientos topográficos más engorrosos o reservados para obras más importantes.

Hablamos de Topografía Agrícola en el sentido de que es la disciplina Topografía con las técnicas adaptadas a los sistemas de producción agrícolas. Es la Topografía adaptada a los sistemas de riego y drenaje comunes en una región y todos los elementos típicos y característicos de la agropecuaria de una región, que hacen la práctica topográfica diferente. La topografía agrícola es bien diferente, de la topografía de carreteras, de la topografía de autopistas en una gran ciudad, de la topografía de aeropuertos, por decir algunos ejemplos.

Antes de continuar con el desarrollo de la introducción a la Topografía Agrícola, es necesario manejar el alcance de la misma con relación a la disciplina similar en objetivos, la Geodesia, pero de límites bien diferentes. Topografía y Geodesia son disciplinas que tienen objetivos similares, la representación de la Tierra. Mientras que Topografía representa parte de la superficie terrestre considerándola un plano, la Geodesia no puede obviar la esfericidad terrestre, porque por sus métodos se representan extensiones más o menos importantes del Globo o directamente toda la Tierra.

Límite de la extensión de los planos topográficos

Como hemos visto, surge la necesidad de considerar un límite máximo de la extensión de la superficie que debemos representar, que pueda considerarse como plana. Como ya sabemos la Tierra es irregular, pero podemos asumirla regular reconsiderando un esferoide de revolución, analicemos la situación siguiente para el eje ecuatorial del elipsoide de Hayford. (uno de los modelos posibles de la Tierra)



En la figura supongamos un arco subtendido por un ángulo de $\alpha = 1^\circ$. Vamos a ver las medidas de NAN' (tangente) , MBM' (secante) y el arco verdadero MAM' , como se diferencian y que sucede?

En el triángulo NAO tenemos, $NA = AO \cdot \tan \frac{1}{2} \alpha \cdot 6378,38 = 55,663$ ($NN' = 111,326$ km)

En el triángulo MBO tenemos $MB = MO \cdot \sin \frac{1}{2} \alpha \cdot 6378,38 = 55,661$ ($MM' = 111,322$ km)

La longitud del arco de la superficie terrestre subtendido por 1° , sabiendo que $360^\circ = 2\pi$ radianes, arco $MAM' = 1^\circ / 360^\circ \cdot 2\pi \cdot R = 0.017 \times R = 111,324$ km

Por tanto, se puede ver que el arco MAM' , su cuerda MM' y la tangente NN' se confunden sensiblemente en la superficie de la Tierra, sin que el error absoluto exceda de 4 metros y, por tanto, el error relativo sea superior a la fracción $4 / 111324 = 1 / 27831$, que es muy inferior a los errores resultantes de cualquier operación topográfica.

En conclusión, deducimos que aún para planos de 111,324 km (un área cuadrada de 12390 km²) se puede asumir sin error apreciable, confundida parte de la superficie terrestre con el plano tangente. O en otras palabras para áreas de hasta ~111 km de lado x 111 km podemos asumir la Tierra plana sin considerar la esfericidad terrestre, ya que el error de este supuesto es menor a la de la mayoría de las operaciones topográficas comunes. En cambio áreas de mayor envergadura al ejemplo asumido, deben ser encaradas por la Geodesia o mejor dicho por las técnicas de dicha disciplina.

1.5 Escalas.

Es evidente que los planos han de tener dimensiones considerablemente inferiores a las de la superficie del terreno que representan, y deben guardar una proporcionalidad constante entre las figuras representadas en el plano y las homólogas del terreno.

Este es justamente el concepto de la escala. Se llama escala a la relación constante que existe entre la longitud de una recta en el plano y la de su homóloga en el terreno.

$$\text{Escala} = \frac{\text{Plano}}{\text{Terreno}} \quad (1)$$

Esta relación puede ser cualquiera, así si 5 cm del plano son 25.000 cm del terreno , nos está indicando que la escala es 1/ 5000, lo cual nos indica que un metro del plano representa 5000 metros del terreno, o un cm del plano son 5000 cm del terreno.

Si representamos la escala en forma de unidad fraccionaria, será:

$$E = \frac{1}{M} \text{ donde } M \text{ es el denominador de la escala, en el ejemplo 5000, de donde resulta}$$

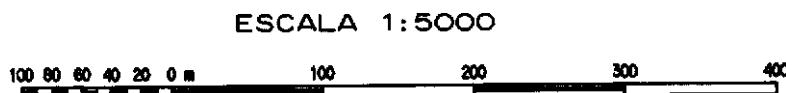
$$E = \frac{1}{M} = \frac{P}{T}$$

Quiere decir que si en escala 1/20 000 tenemos una medida del terreno de 1.150 metros cuál la magnitud en el plano?

De acuerdo con la fórmula (1) $1150 / 20 000 = 0,0575 \text{ m} \Rightarrow 5,75 \text{ cm del plano serán los 1150 metros.}$

Con el mismo plano de escala 1/20 000 una distancia en el plano de 3,2 cm representará en la realidad $3,2 \text{ cm} \times 20 000 = 64.000 \text{ cm} \Rightarrow 640 \text{ m.}$

Una escala gráfica es la representación geométrica de una escala numérica, y todo plano debe tener una escala gráfica dibujada en él. De esta manera la realización de medidas sobre el plano estarán corroboradas con la escala gráfica adjunta. Esto es muy importante, en relación con los procesos de fotocopiado tan común en nuestro tiempo, para lo cual es fundamental verificar con la escala gráfica cual es el resultado del fotocopiado en relación con la escala. También es importante la escala gráfica para los "escaneados". Es notable la variación de escala que produce el fotocopiado, producto de una proyección cónica y no ortogonal, a diferencia de una copia ozalid clásica (hoy en desuso) que no introducía modificaciones en la copia respecto al papel calco original.



La construcción de una escala la haremos tomando una recta, y sobre ella marcamos un punto 0, a partir de éste punto y hacia la derecha tomamos segmentos iguales. Por ejemplo segmentos de dos centímetros, de manera que cada uno de ellos nos represente un número de metros del terreno, en el ejemplo, 100, 200, 300 y 400 metros. A la

izquierda del punto 0, se toma una longitud igual a la de los segmentos tomados hacia la derecha, en nuestro caso de 2 centímetros, y se divide en 10 partes iguales, cada una de las cuales representará 10 metros en este caso.

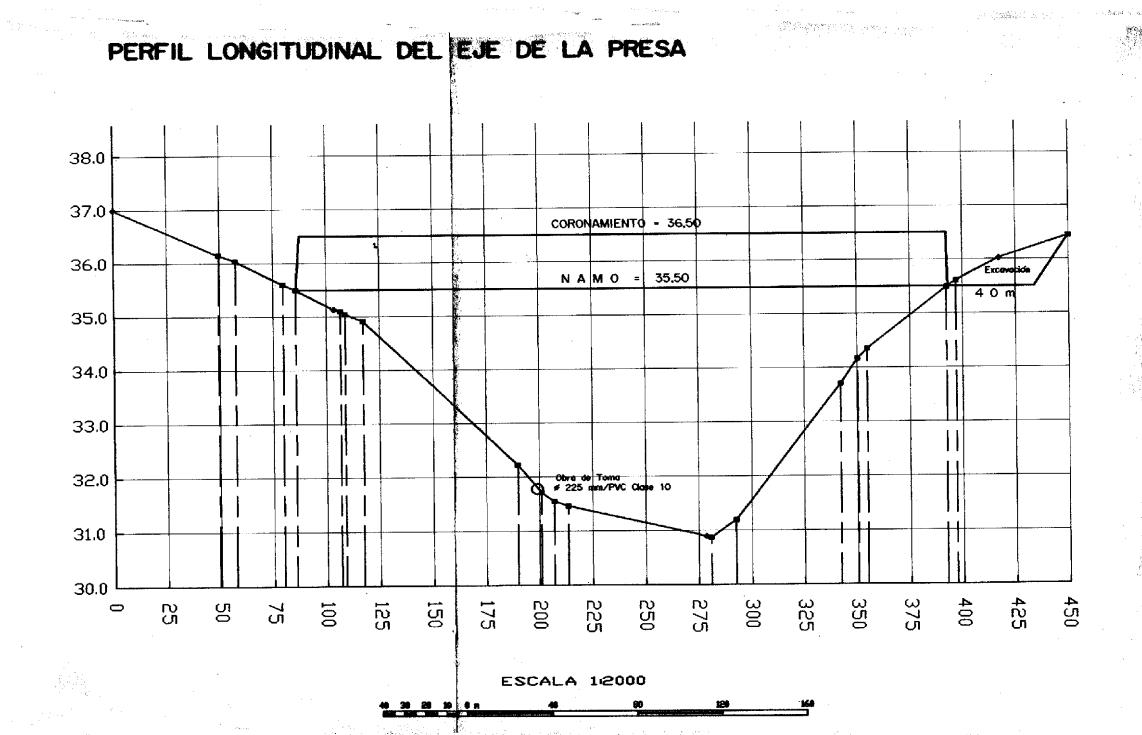
Las escalas frecuentes, de planos generales son de 1/ 500, 1/ 1000 , 1/ 2000 , 1/ 2500 , 1/ 4000, 1 / 5000, y norma UNIT acepta ahora también 1/ 7500 y 1/ 10000.- La escala en planos de detalle, por ejemplo de obras de construcción son 1/ 250 o superiores.- Los planos topográficos obviamente, se realizan a escala y de acuerdo con la escala de la representación, está la permisibilidad de los errores en el campo

Sistema de Representación usado en Topografía

Existen varios procedimientos para representar una parte de la superficie terrestre con todos sus detalles de bajos, llanuras, cuchillas, arroyos, etc. Los sistemas más comunes de interés en ingeniería agrícola, para la representación señalada son el de perfiles, planos acotados y el de planos de curvas de nivel.

Perfiles.-

Se entiende por perfil, la proyección sobre un plano vertical, de los distintos puntos de la superficie terrestre cortados por dicho plano. Representando sobre un papel, la figura semejante de este perfil, tendrá la representación de una determinada dirección y solo una. Así, si queremos obtener la representación integral de una parte de la superficie terrestre serían necesarios infinitos perfiles trazados por cada una de las infinitas direcciones, resultando de tal modo una serie complicada de dibujos de difícil comprensión.



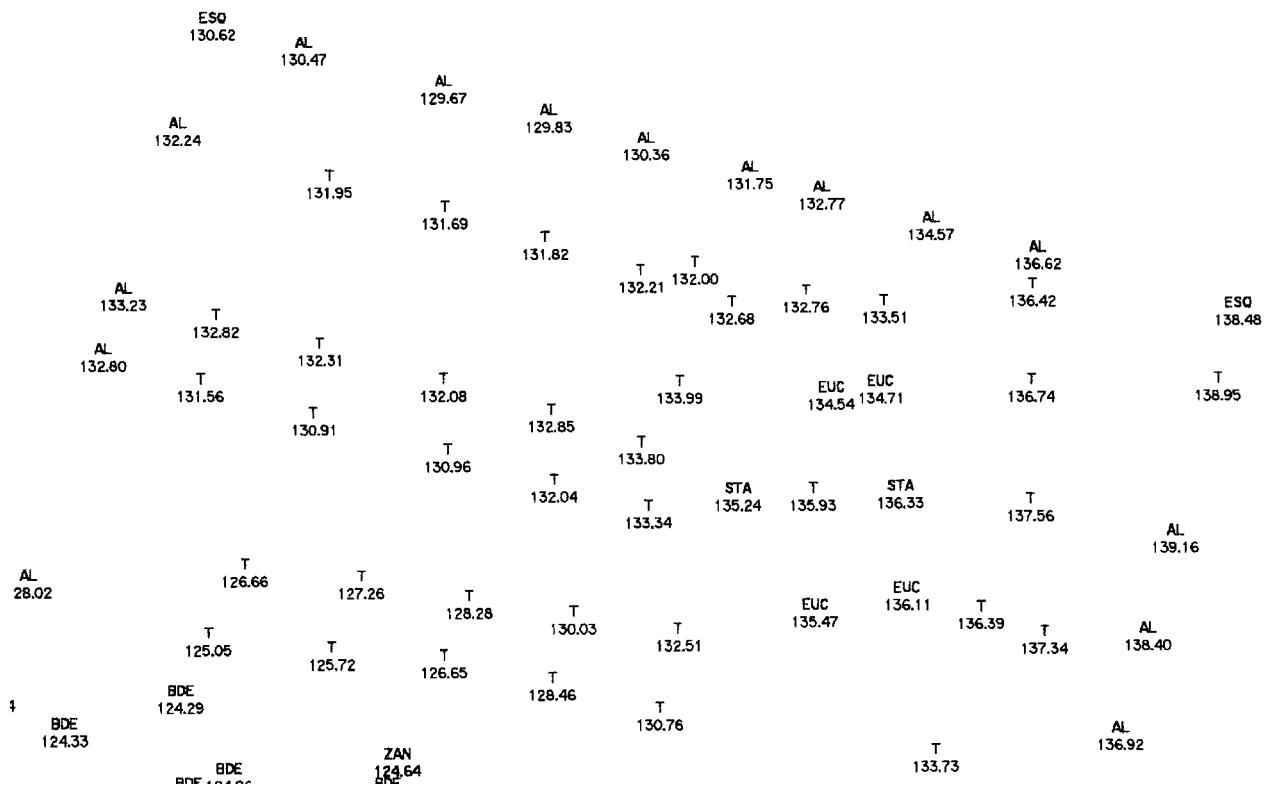
En la figura se muestra un caso del perfil a lo largo del eje de una pequeña represa, perfil longitudinal, con las características del terreno y las cotas del terraplenado a construir y el vertedero de desagüe.

Por tanto, el principal uso que se hace de este procedimiento que se denomina el método de los perfiles es para representar, por ejemplo, trazados de canales, caminos,

ejes de represas, diques o tajamares; y en general de aquellas partes de las cuales se quiere conocer sólo datos en una o pocas direcciones. Las escalas del perfil son diferentes la horizontal de la vertical, provocando una cierta exageración, que nosotros en topografía agrícola la hacemos mayor al 1 a 10 clásico de la ingeniería de carreteras. Así en el ejemplo, visualizan una escala horizontal de 1/ 2000 y la escala vertical es 1/ 100 , resultando un factor de exageración de 20 a 1. En la práctica profesional agrícola es conveniente mantener siempre una escala vertical de 1/100, en función de la escala horizontal que se elija, resultará el factor de exageración, que siempre será mayor al clásico 10 a 1 de los ingenieros civiles de carreteras.

Planos acotados.-

Este procedimiento consiste en representar geométricamente sobre un papel, la figura resultante de la proyección ortogonal sobre un plano horizontal, de aquella parte de la superficie terrestre que deseamos representar. Pero esta representación se realiza además, con muchos puntos de la misma identificados con números, que representan los valores de las distancias verticales de cada uno de estos puntos a la superficie de nivel oficial o arbitrariamente elegida. Esta última operación se llama acotar los puntos. En realidad, en sentido estricto, cota de un punto es la distancia vertical de un punto a un plano horizontal de referencia y elevación de un punto, es la distancia vertical de un punto con respecto a una superficie de nivel. Más adelante quedará aclarado el concepto y el porqué de la diferencia.



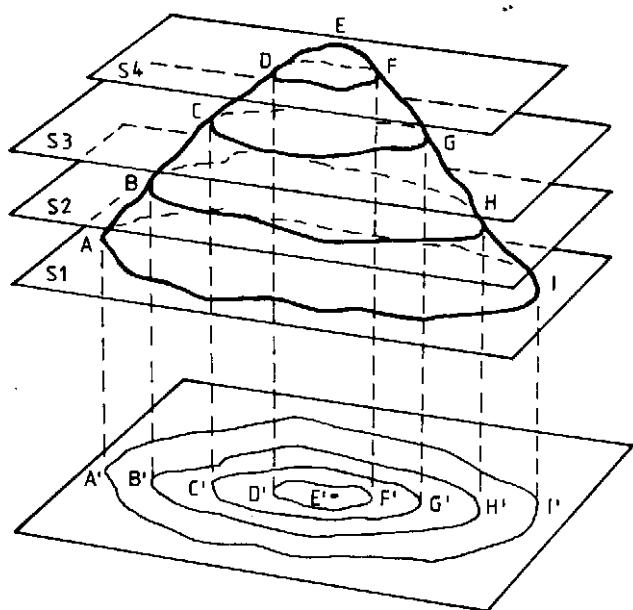
Por tanto, en la figura de arriba, se observa un plano acotado, previo a la interpolación y el trazado de curvas de nivel. En el plano cada punto “picado” representado, tiene un número o cota y una descripción, así por ejemplo, terreno T, alambrado AL, estaca STA, zanja ZAN, borde de barranco BDE, esquinero de alambrado ESQ, y así sucesivamente.

Cuanto mayor sea el número de puntos acotados mayor será la exactitud de la representación, pero también aumentará la confusión de la misma y afectará su utilidad. En general un plano acotado tendrá una muy baja densidad de puntos acotados, será una carta planimétrica con algunos puntos acotados. Un plano acotado tiene un alcance limitado en cuanto a la caracterización o configuración de un área de terreno. Un plano acotado como el mostrado de gran densidad de puntos, será la base para la confección de planos de curvas de nivel.

Planos de Curvas de Nivel.-

Un plano acotado tiene el inconveniente de que no nos da una idea suficientemente clara del relieve del terreno que representen, éste queda mucho más claro en los planos de curvas de nivel. Es decir, que la forma más completa de tener una configuración del terreno, es por la confección de un plano de curvas de nivel del terreno donde se proyectan obras o diferentes usos de la tierra.

Se define por curva de nivel, una línea imaginaria que resulta de la intersección de una superficie de nivel con la superficie del terreno. O en otros términos, una curva de nivel es una línea curva que une puntos de igual elevación o cota. Varias superficies de nivel, o **simplificando**, planos horizontales S_1 , S_2 , S_3 , S_4 equidistantes entre sí, determinan varias curvas de nivel, que proyectadas ortogonalmente sobre un plano horizontal nos dan idea del relieve del terreno relevado. Justamente el procedimiento más utilizado para la representación del relieve de un área o de una región, es el de curvas de nivel.



Por tanto, las curvas de nivel, en el sistema que estamos estudiando vendrán dadas por la proyección (A',B',.....I', etc) sobre el plano de comparación de las intersecciones de la superficie física considerada con planos paralelos (S i ..) al de comparación. Los desniveles entre curvas deben ser una cantidad constante dándose el nombre de equidistancia numérica a la distancia vertical constante que separa dos secciones horizontales consecutivas. La equidistancia normal en Ingeniería es de 1,0 m o menos, 0,50, y más raramente 0,25 y 0,20m, en el caso de terrenos muy planos y en función del nivel de detalle de acuerdo con las obras a realizar. Es decir, que para un nivel de detalle dado, cuanto más plano es el relieve de un área menor debe ser el intervalo vertical de las curvas de nivel.

Un plano de curvas de nivel se obtiene a partir de un plano acotado, con una densidad de puntos y una precisión en la cota de los mismos, acorde con los objetivos que se persiguen en la confección del mismo. Más adelante analizaremos los aspectos de densidad de puntos del relevamiento, en el capítulo de la Taquimetría, que es la técnica topográfica por excelencia para generar estos planos.

Entre los puntos acotados se realiza una interpolación para hallar los puntos de cota entera de acuerdo con la equidistancia a realizar para las curvas de nivel, realizado por métodos analíticos, gráficos o por computadora en forma automatizada.

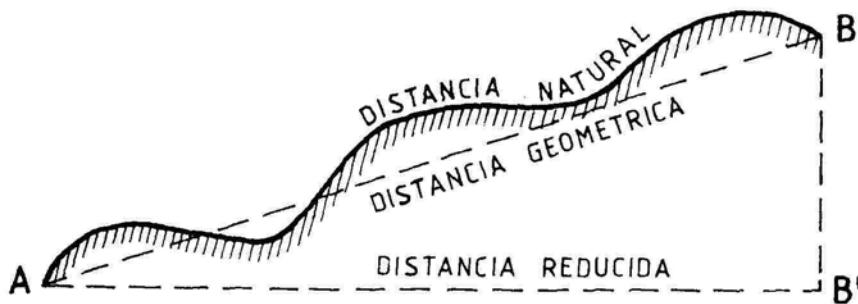
Distancia natural, reducida y desnivel; superficie agraria

Entre dos puntos del terreno hay tres clases de distancias, Natural o agrológica, geométrica o distancia inclinada S y distancia reducida o horizontal. De estas tres distancias, al topógrafo le interesan dos, la distancia inclinada S y la distancia reducida.

Todas estas distancias están siempre contenidas en el plano vertical que pasa por los dos puntos considerados.

Distancia natural es la que resulta de medir la separación existente entre los dos puntos A y B teniendo en cuenta las sinuosidades del perfil que se produce al cortar la superficie terrestre por el plano vertical que pasa por ellos.

Distancia geométrica o inclinada, es la distancia en línea recta que une los puntos A y B sin tener en cuenta el relieve del terreno, y generalmente se mide por medios indirectos, deduciéndose de ella la distancia reducida.



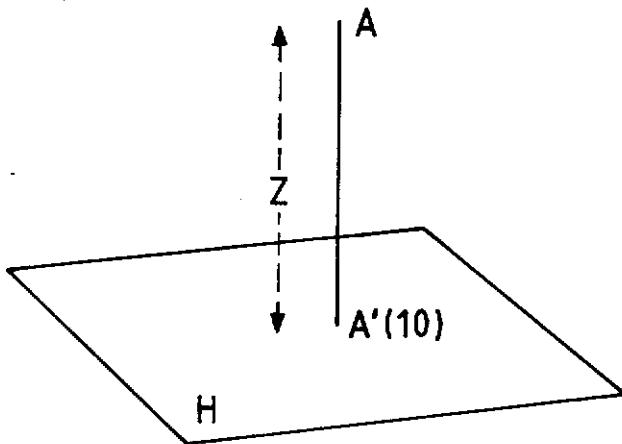
Distancia reducida, es la proyección de las dos distancias anteriores sobre un plano horizontal. Se la llama también distancia, ya que en Topografía se sobreentiende que al no hacer ninguna aclaración es la distancia horizontal. En el capítulo 2 analizaremos la medición de distancias.

Superficie agraria o superficie, es la resultante de calcular el área proyectada ortogonalmente sobre un plano horizontal.

1.7 Situación de un Punto en el plano.³

El tener un método que permita determinar la posición de los puntos del plano mediante números, implica decir que en el plano se ha dado un sistema de coordenadas. En el sistema acotado se representan los diversos puntos del espacio tomando un plano horizontal H elegido en forma arbitraria, denominado plano de comparación y proyectando sobre él ortogonalmente los diversos puntos. El conjunto de los puntos proyectados constituye la proyección horizontal que, reducida a la escala deseada, se dibuja sobre el papel, y de éste modo hemos substituido la figura del espacio, de tres dimensiones por una sola de dos.

³ Repasar “Elementos de Trigonometría” para una buena comprensión del tema.

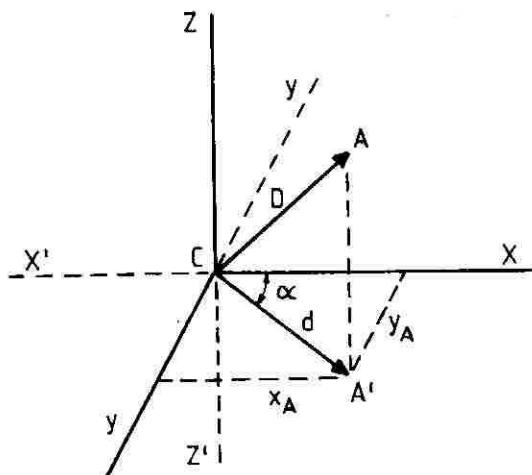


Ahora bien, la representación debe ser biunívoca o reversible, o sea que de la proyección podamos deducir de nuevo la verdadera forma del terreno y debemos tener otro elemento además que la proyección A' , y ese elemento es la distancia $Z = AA'$, distancia vertical que se llama cota. Por tanto, con la proyección A' y la cota del punto queda perfectamente definido el punto, porque en la proyectante AA' no puede haber más que un punto de cota Z .

En topografía el plano de comparación ha de tomarse suficientemente bajo, para que todas las cotas de los puntos del terreno o del área de interés resulten positivas, es decir los puntos estarán por encima del plano de comparación. Así las cotas estarán en metros, y un 10 junto a la proyección de un punto indica que está a 10 metros sobre el plano de comparación.

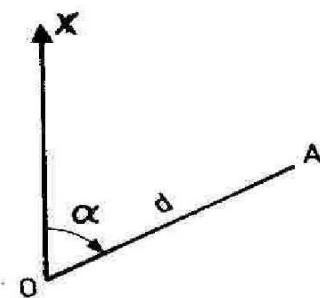
Veamos ahora la vinculación de la geometría analítica con la práctica topográfica y la importancia del sistema coordenado polar con el cartesiano. En la práctica todos los levantamientos de campo implican el levantamiento o ubicación de puntos por las coordenadas polares para luego pasar a las cartesianas.

Si tenemos un punto A en el espacio y lo proyectamos sobre un plano horizontal $X Y$, su situación en éste plano la podemos determinar por los valores X_A e Y_A o por los valores: **angular** α y de **distancia** d , constituyendo los primeros las coordenadas cartesianas del punto A y los segundos las coordenadas polares del punto A .



Situación de un punto en el plano.

Las **coordenadas polares** de un punto son entonces, el valor angular α y la magnitud d o distancia entre el polo y el punto. O sea α y d constituyen las coordenadas polares del punto A, llamándose polo u origen de las coordenadas el centro O y la dirección de referencia, eje polar. Obsérvese la diferencia entre la definición en Matemáticas⁴ de las polares de un punto y la convención de los topógrafos. En efecto, en Topografía los ángulos se miden a derechas y a partir de la meridiana de referencia, Norte verdadero, magnético o arbitrario. Por tanto, de acuerdo con esto, estos ángulos se llaman Azimutes, geográfico, magnéticos u arbitrarios, según la orientación sea el Norte verdadero, magnético u arbitrario, respectivamente.



**Coordenada Polar
en convención de Topografía**

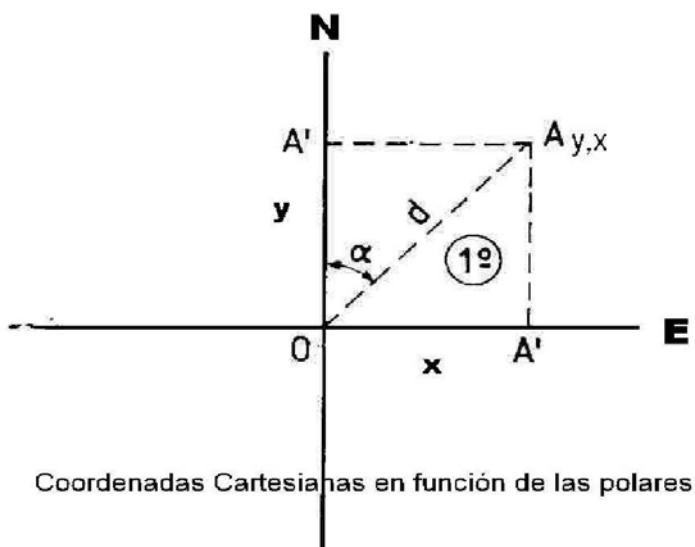
⁴ Ver apuntes de **Elementos de Trigonometría**

Si tenemos un sistema de dos ejes perpendiculares en un plano, cualquier punto A del mismo queda determinado por sus proyecciones X_A e Y_A sobre los ejes, siendo X_A la abcisa e Y_A la ordenada, siendo estos números reales que resultan de las operaciones

$$X_A = d \times \sin \alpha$$

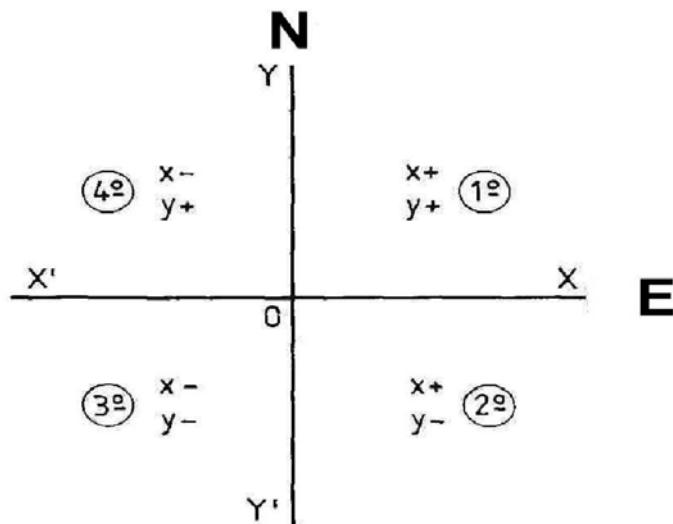
$$Y_A = d \times \cos \alpha$$

De acuerdo con la figura que se muestra más abajo



El origen de los ejes O divide ambos ejes en dos segmentos, en el de las X se considera positivo el segmento de la derecha y negativo el de la izquierda. En el de las Y se toma como positivo el de la parte superior y negativo el de la inferior.

Estas fórmulas, deducidas para un punto A situado en el primer cuadrante, son generales, siempre que se cuenten los ángulos a partir del semieje positivo de las X y en el sentido de las agujas del reloj, tal cual definimos Azimutes en nuestro curso. Es decir, adoptamos Azimutes a partir del Norte y a derechas



Signo de las Coordenadas Rectangulares en Topografía Agrícola

También es bueno introducir la convención de las coordenadas Norte y Este, obsérvese que estas guardan la relación que se indica **Este = x / Norte = y**. El sistema Norte Este es un sistema utilizado por los norteamericanos que tiene su lógica y no es caprichoso, ya que la división de la tierra en América del Norte se realiza por los meridianos geográficos latitud y longitud. Hay sistemas de recolección de datos, como el Tripod Data Systems (TDS) que únicamente operan en éste sistema, en cambio programas de ordenador como LI-Contour⁵ operan alternativamente con cualquier de los dos. Es de buena práctica topográfica acostumbrarse de un principio a cualquiera de los dos sistemas indistintamente, y el lector entenderá cabalmente más adelante esta afirmación. De echo también los GPS muestran en pantalla las coordenadas planas en dicho orden Este / Norte.-

⁵ LI-Contour , Programa DOS de generación de curvas de nivel en el ordenador, calcula volúmenes a partir de superficies y genera perfiles longitudinales y transversales.

1.8 Proyecciones cartográficas. Proyección U.T.M.

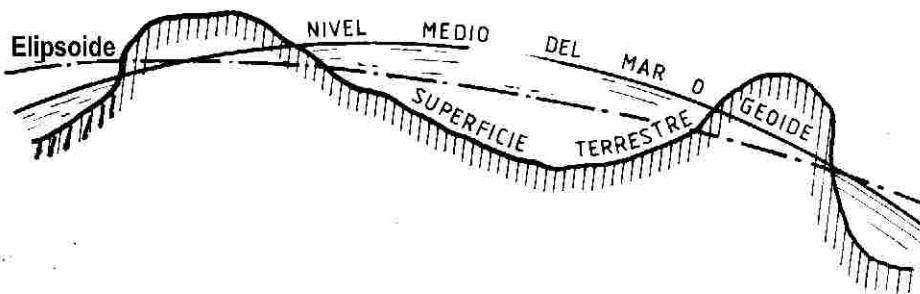
La Cartografía es la ciencia que estudia los diferentes métodos o sistemas que permiten representar en un plano, una parte o la totalidad de la superficie terrestre. Por tanto, como pueden observar los objetivos son similares a los de la Topografía, pero mientras los de ésta son de pequeña escala, aquella está orientada a grandes extensiones o a la totalidad de la Tierra. La superficie terrestre no es desarrollable, tanto como si la consideramos esférica o como un elipsoide, por lo que debemos hacer una **transformación**. Los métodos para realizar esta transformación son bastante numerosos, todos ellos se basan en transformar las coordenadas geográficas M (longitud) y L (latitud) que definen la posición de un punto sobre el elipsoide de referencia, en otras cartesianas planas (X, Y) que determinan la posición de otro punto, homólogo del primero, sobre una superficie plana que se denomina carta.

La Geodesia y la Cartografía, junto con la Topografía forman un grupo de tres ciencias íntimamente relacionadas que no es posible en el estudio de la Topografía, prescindir de las dos primeras. Topografía considera la Tierra como un plano, como ya vimos anteriormente, dentro de un cuadrado de 111 km x 111 km con un error del orden de 1 / 27.000 (Ver pág.4). O sea que para representar una zona de suficiente extensión , hemos de partir de los datos geodésicos que se poseen, transformarlos por el sistema cartográfico elegido para situarlos en el plano, y efectuar después todas las operaciones necesarias del dominio de la Topografía. La Geodesia exige como es fácil imaginar, una rigurosidad muy superior a la Topografía.

a) Geoide y Elipsoide de referencia.

La Tierra tiene una forma aproximadamente esférica, y como ya hemos analizado para muchas cuestiones de Topografía no hay inconveniente en admitirlo así e incluso, al considerar áreas pequeñas puede admitirse como de forma plana. Sin embargo, en Geodesia no es aceptable el concepto de esfericidad más que en una primera aproximación. La verdadera forma de la Tierra es la del *Geoide*, que se define como la superficie perpendicular en todos sus puntos a la dirección de la gravedad, materializada por el hilo de la plomada.

Si se prolongase por debajo de los continentes, el nivel medio de los mares en calma, obtendríamos una **superficie equipotencial** denominada **geoide** de forma irregular y desconocida, que se aproxima o adapta a un elipsoide de revolución ligeramente achatado en los polos

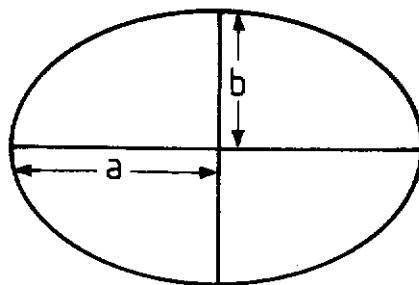


Forma de la Tierra

Al ser desconocido el geoide no podemos aceptarlo como superficie de referencia para determinar la situación de los puntos geodésicos. Por ello se hace preciso y necesario, tomar una superficie arbitrariamente elegida, y ésta suele ser un **elipsoide de revolución** que se adapte en lo posible al geoide en la zona del planeta Tierra de que se trate. Por tanto, una cosa es el geoide y otra el elipsoide de referencia, este último es un modelo. Un elipsoide es una superficie regular engendrada por la revolución de una elipse que gira alrededor de su eje menor.

El geoide es una superficie física y real, como las masas continentales no tienen una distribución uniforme, actúan de modo irregular sobre la dirección de la gravedad y dado que la superficie del geoide es en todos sus puntos perpendicular a ésta, por lo tanto, su figura no es expresable matemáticamente por una única función.

En cambio, el elipsoide es una superficie arbitraria o modelo, que sirve de fundamento para el cálculo de la situación de los puntos geodésicos y para determinar con respecto a ella la configuración del geoide. El elipsoide queda determinado por las magnitudes de los dos semiejes a y b de la elipse generadora.



Son muchos los elipsoides calculados, y cada país ha elegido el que mejor se adapta a la parte del geoide correspondiente a su territorio(ver figura adjunta)

Constantes de los elipsoides

Nombre del Elipsoide	Semieje mayor	f
Airy 1830	6377563.396	299.324964600
Modified Airy	6377340.189	299.324964600
Australian National	6378160.000	298.250000000
Bessel 1841	6377397.155	299.152812800
Bessel 1841 - Namibia	6377483.865	299.152812800
Clarke 1866	6378206.400	294.978698200
Clarke 1880	6378249.145	293.465000000
Everest - Brunei	6377298.556	300.801700000
Everest - 1830	6377276.345	300.801700000
Everest - 1956	6377301.243	300.801700000
Everest - 1948	6377304.063	300.801700000
Everest - 1969	6377295.664	300.801700000
Fischer 1960	6378166.000	298.300000000
Modified Fischer 1966	6378155.000	298.300000000
Fischer 1968	6378150.000	298.300000000
GRS 1967	6378160.000	298.247167427
GRS 1980	6378137.000	298.257222101
Helmert 1906	6378200.000	298.300000000
Hough	6378270.000	297.000000000
International 1924	6378388.000	297.000000000
Krassovsky	6378245.000	298.300000000
South American 1969	6378160.000	298.250000000
WGS 1960	6378165.000	298.300000000
WGS 1966	6378145.000	298.250000000
WGS 1972	6378135.000	298.260000000
WGS 1984	6378137.000	298.257223563

Al utilizar cada país un elipsoide diferente, se dificulta un estudio en conjunto, la conveniencia de unificar los trabajos hizo nacer la Asociación Internacional de Geodesia y Geofísica. Esta Asociación en 1924 recomendó utilizar el elipsoide de **Hayford**, designado en aquel momento elipsoide **Internacional**, y que es el utilizado por nuestro Servicio Geográfico Militar (SGM) para las cartas topográficas del Uruguay.

Las características del elipsoide de Hayford o Internacional son:

Semieje mayor a : 6 378 388 metros

Semieje menor b : 6 356 912 metros

Aplanamiento $\alpha = (a - b) / a = 1 / 297$

Actualmente el elipsoide de base o que sustituye al internacional es el llamado **WGS84** que se toma como referencia internacional desde 1984.

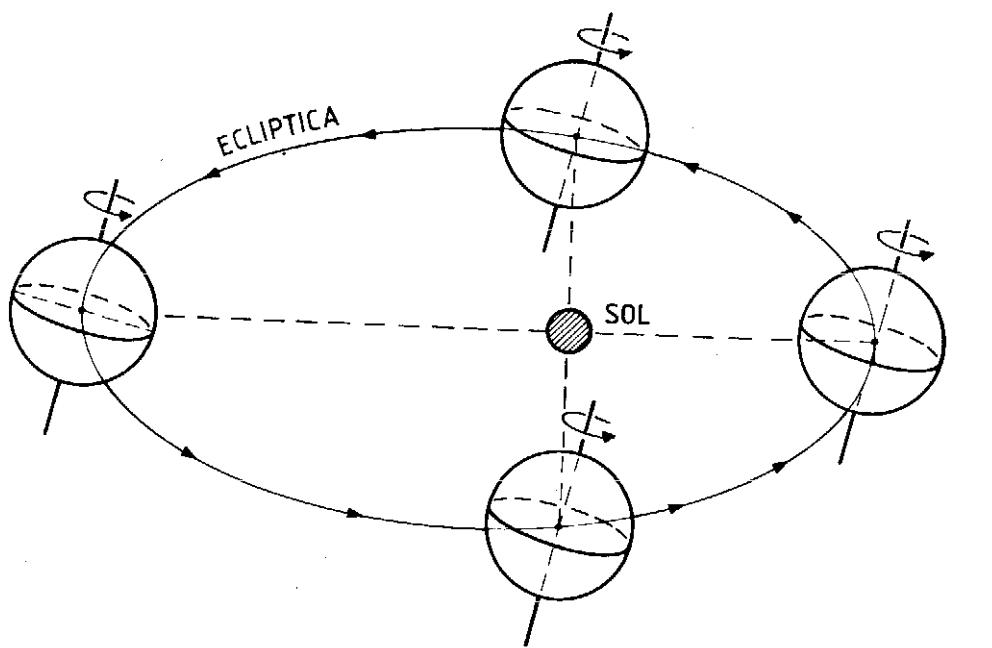
Semieje mayor a : 6 378 137 metros

Semieje menor b : 6 356 752,3142 metros

Aplanamiento($1/f$) $\alpha = (a - b) / a = 1 / 298,2573$

b) Coordenadas Geográficas

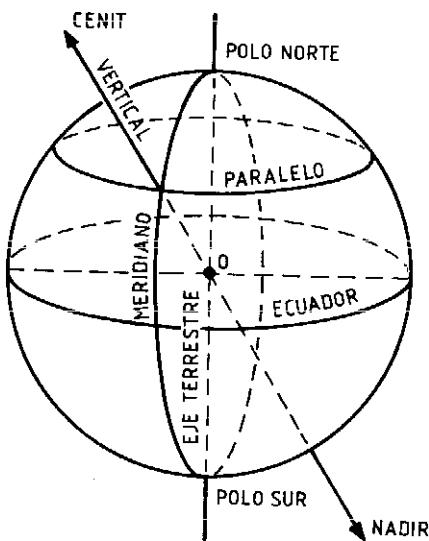
El eje terrestre es la recta imaginaria alrededor de la cual gira la Tierra en su movimiento. Este eje se conserva paralelo a sí mismo, a lo largo del movimiento de traslación, de la Tierra sobre la eclíptica alrededor del Sol



Los Polos son los puntos de intersección del eje terrestre con la superficie de la Tierra, el que está del lado de la estrella Polar es el Polo Norte y el otro Polo Sur.

Todo plano que contiene el eje terrestre se llama **plano meridiano** y la intersección de estos planos con la superficie terrestre son los **meridianos**. ; en el supuesto de que la Tierra es un elipsoide, **los meridianos son elipses**.

Los planos perpendiculares al eje terrestre son los planos paralelos y la intersección de los mismos con la superficie terrestre son los **paralelos**; **los paralelos en todo caso son circunferencias**

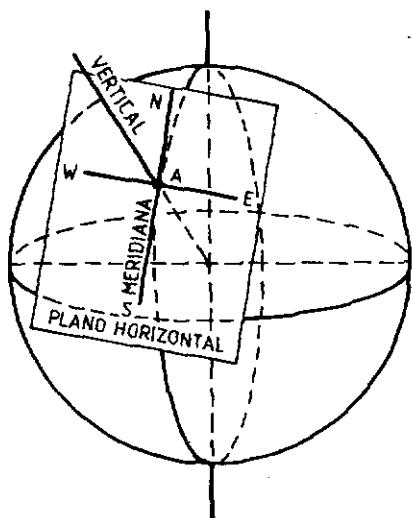


La situación de un punto sobre el elipsoide terrestre queda determinada por la intersección de un meridiano y un paralelo, constituyendo sus coordenadas geográficas **Longitud** y **Latitud**. La Longitud de un lugar es el ángulo formado por el plano del meridiano del lugar en cuestión, con el plano del meridiano que se toma como origen. Se ha convenido (arbitrariamente) tomar como meridiano de origen el que pasa por el observatorio de Greenwich, cerca de Londres, y las longitudes se miden de 0° a 180° a uno y otro lado del meridiano de origen. Se añade la denominación Este o positiva u Oeste o negativa, según se cuenten en uno u otro sentido respectivamente.

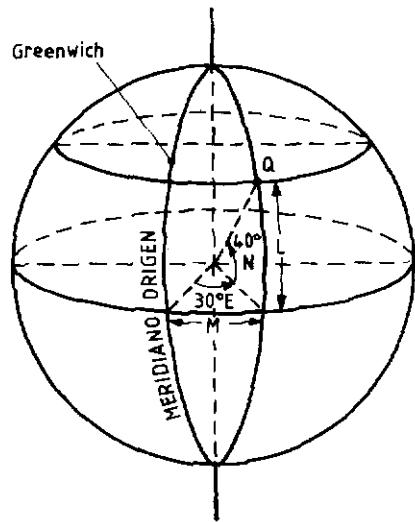
La longitud del punto Q en la figura siguiente sería de $30^\circ E$ y la longitud se representa por la letra **M**.

La Latitud de un punto, se representa por la letra **L**, es el ángulo formado por la vertical del punto con el plano ecuatorial, midiéndose a partir del Ecuador y sobre el meridiano del lugar, de 0° a 90° hacia el Norte y de 0° a 90° hacia el Sur.

Un punto viene determinado, por tanto, sobre el elipsoide por la longitud (M) de su meridiano y la latitud (L) de su paralelo, que constituyen las coordenadas geográficas (**M, L**) del punto de que se trata.

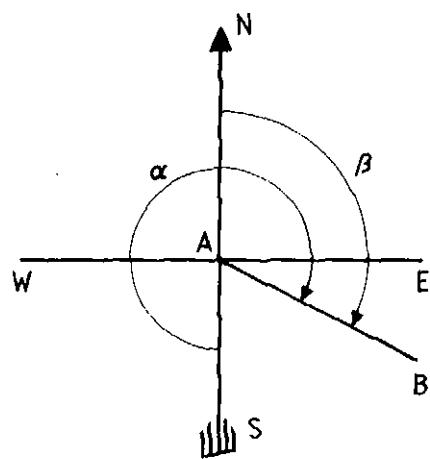


Plano horizontal y puntos cardinales.



Coordenadas geográficas.

La Vertical de un punto es la dirección en que actúa la fuerza de la gravedad y esta vertical corta la esfera celeste en dos puntos diametralmente opuestos, llamados antípodas, el superior Cenit, y el inferior, Nadir. Se llama plano vertical, todo plano que contiene la vertical misma. Plano horizontal es todo plano perpendicular a la vertical, y el plano horizontal que pasa por ejemplo, por un punto A de la superficie terrestre, es tangente a la misma en ese punto. La intersección de un plano meridiano con uno horizontal se llama meridiana y nos marca la dirección Norte-Sur, correspondiendo cada extremo con el Polo respectivo.



Orígenes del Acimut en Geodesia y Topografía.

El azimut geográfico se mide de 0° a 360° en el sistema sexagesimal, a partir del plano meridiano y en sentido de la marcha de las agujas del reloj. En Topografía se toma como origen el Norte, así en el caso de la figura el acimut de AB sería el ángulo β , en cambio el ángulo α , es el acimut de la alineación AB tomando como origen el Sur. Esto es justamente lo que se acostumbra en Geodesia, tomar como origen de los acimutes, la dirección Sur.-

c) Necesidad de una Proyección

Lo único que nos proporciona una imagen fiel de la Tierra, cualquiera sea la extensión de la superficie a representar es un globo terráqueo; pero las dificultades que conlleva su construcción y manejo, unidas a las grandes dimensiones que habría que darles para obtener una representación precisa, ha obligado a desecharlos y en su lugar utilizar superficies planas de más fácil uso.

O sea que , la superficie plana es mucho más práctica para el usuario, pero los planos tienen el inconveniente de no poder ser una representación exacta a escala, de la situación relativa de los elementos de la superficie terrestre.

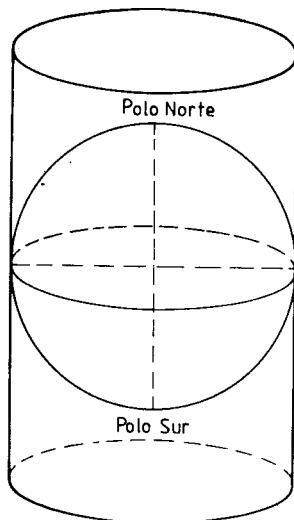
Los *métodos cartográficos* son numerosísimos, pero todos ellos se fundan en transformar las coordenadas geográficas longitud y latitud (M y L) que definen la posición de un punto sobre el elipsoide de referencia, en otras cartesianas (X, Y) que determinan la posición de otro punto, homólogo del primero, sobre una superficie plana que se denomina carta.

Por tanto, la *cartografía* opta unas veces por la conservación de la representación, conservando el elemento lineal, angular o superficial que más interese a la finalidad que deba satisfacer el plano a construir, a costa de alterar en mayor o menor grado los otros elementos. Otras veces, admite la existencia de alteraciones en todos los elementos, pero imponiendo entonces la condición que sean mínimas.

Por tanto, podemos definir la cartografía como la ciencia que estudia los distintos métodos y sistemas para obtener la representación plana, de una parte de la superficie o de la totalidad de la superficie terrestre. En efecto, de manera que las deformaciones (anamorfosis) que se produzcan sean conocidas y se mantengan dentro de ciertos límites fijados por las necesidades y aplicaciones a los que se destine el mapa o carta. Hay sistemas que producen deformaciones lineales, otros angulares y otros de superficie. Como ya dijimos, hay numerosos métodos de representación, y la Cartografía es una ciencia independiente, donde el estudio detallado de los diferentes métodos de proyección, requiere conocer los métodos de la matemática superior, por lo que es de suponer la dificultad de tratar elementalmente problemas tan complejos.

Las proyecciones más utilizadas son sistemas de **proyección por desarrollo**, en estos sistemas la Tierra se supone envuelta por una superficie desarrollable, cilindro o cono, sobre cuya superficie se proyectan los diversos puntos de la Tierra. Las proyecciones por desarrollo, son proyecciones conformes, y se definen estas como aquellas en las que los ángulos se conservan con una relación de semejanza. Así de un valor de "1" en el centro de la proyección, hasta un valor de " $1+c$ " en los límites de la misma o límites del campo de proyección. La ventaja del sistema de cuadriculado, o sea de pasar a un

sistema proyectado en coordenadas planas, es la facilidad de definir y calcular direcciones y distancias entre puntos. Por otro lado, una vez ubicado un punto en el plano, determinar sus coordenadas es relativamente más sencillo. En los sistemas por desarrollo, se sustituye la Tierra, por un cilindro tangente en la dirección del Norte-Sur(Mercator),

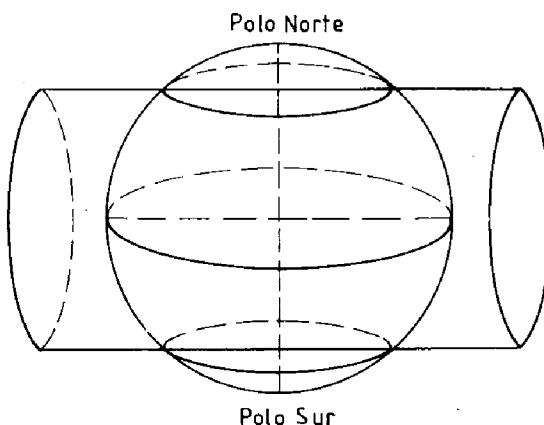


Proyección cilíndrica
directa tangente.

En el sistema Mercator tenemos un sistema de proyección geodésico, en el cual se construye geométricamente la carta de manera que los meridianos y paralelos se transforman en una red o grilla regular, de manera que se conservan los ángulos originales.

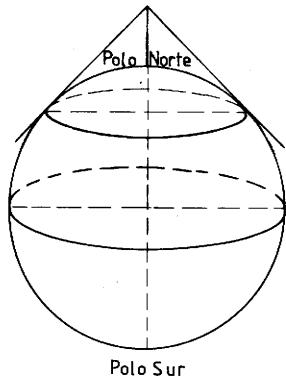
La proyección cilíndrica tiene como principal defecto, aumentar las dimensiones lineales a medida que se alejan del ecuador, haciéndose máximo en las regiones polares.

En el caso de que se sustituye la Tierra por un cilindro tangente a lo largo del Ecuador estamos frente a una proyección Transversa de Mercator , la proyección UTM se basa en este sistema de proyección.

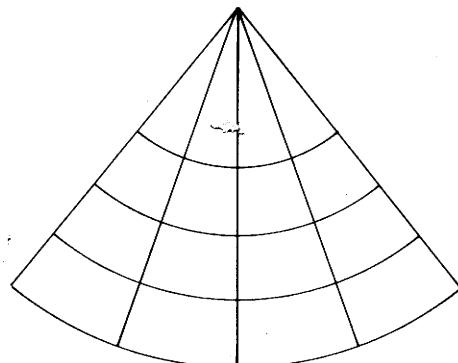


Proyección cilíndrica transversa .-

Finalmente, la Tierra se puede sustituir por un cono tangente a la Tierra en un cierto paralelo , y en ese caso estamos frente a la Proyección Lambert



Proyección cónica directa tangente



Desarrollo de la proyección cónica directa

La proyección cónica es atribuida a Ptolomeo, también es una proyección conforme, es decir, que conserva los ángulos de lados suficientemente pequeños, por ello es de gran utilidad en las aplicaciones topográficas. Para la Península Ibérica, se supone como superficie desarrollable sobre la cual se realiza la proyección, un cono situado en forma

tal que su eje coincide con la línea de los Polos y es tangente a lo largo del paralelo de 40°.

Proyección UTM

Otro sistema utilizado, como ya mencionamos, es la proyección cilíndrica de eje transversal, donde el eje del cilindro coincide con el Ecuador, entonces la **proyección** se denomina **transversa**, y fue también definida por Mercator. El cilindro en cualquiera de los casos puede ser tangente o secante a la superficie esférica.

En la proyección Transversa de Mercator, se desarrolla un cilindro tangente en el Ecuador. Por tanto, los meridianos son rectas verticales y paralelos, cortando en ángulo recto a los paralelos cuyo espaciado aumenta progresivamente hacia los polos para asegurar la conformidad. La separación entre meridianos varía en la tierra con la latitud. Así un arco de paralelo a una latitud dada, tiene el mismo desarrollo que en el Ecuador multiplicado por el coseno de la latitud y se estará introduciendo una deformación igual a la secante de la latitud si se representan como rectas paralelas los meridianos. Para que la proyección sea conforme habrá que introducir la misma deformación a lo largo de los meridianos. Por tanto, existe una deformación lineal creciendo linealmente conforme se aumenta la distancia a la meridiana central. Esta relación entre las distancias reales y las proyectadas, presenta un mínimo de 1 metro y un máximo de 1,01003; por lo tanto la escala exacta se presenta hacia la línea del meridiano de contacto y a medida que nos alejamos, la escala aumenta, es decir que hay una deformación lineal creciente.

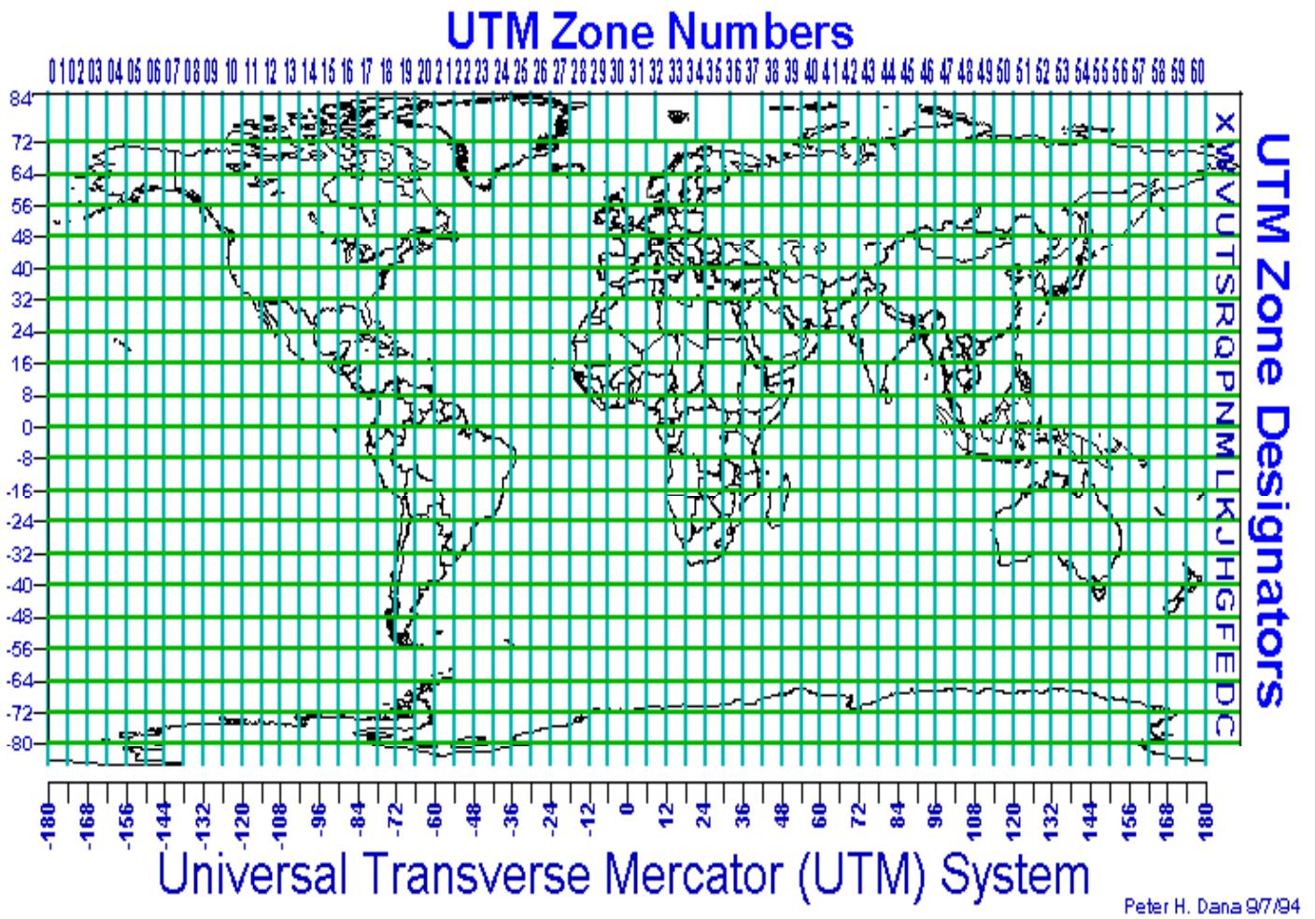
La cuadrícula UTM fue adoptada después de la 2^a Guerra Mundial, en 1947 por el ejército de los EE.UU, por ser el sistema que mejor se adaptaba a un empleo con carácter mundial, y la designaron con el nombre del que inventó la proyección Mercator, UTM⁶ (Universal Transverse Mercator). En el año 1954, la Asociación Internacional de Geodesia recomendaba el empleo de la proyección UTM para formar la cartografía de todo el mundo.⁷

Lo bueno de la cuadrícula UTM es la facilidad de su uso. Es muy sencillo medir coordenadas planas en una carta, sin necesidad de la ayuda de una regla. Sin embargo, hay elementos de la cuadrícula UTM que requieren más explicación, como por ejemplo, el origen del número de zona y de las letras para la zona. La letra para la banda surge desde el Polo Sur latitud 80°, comienza la franja en la Letra C y continua hasta la X en dirección al Norte hasta Latitud 84°, no utilizando las letras A,B,CH,I,LL,Ñ,O,Y,Z.. El ancho de la banda en paralelos son múltiplos de 8° por lo que resultan unas 20 bandas.- El número de la zona partiendo de Greenwich 0°, con la zona 30, hacia el Oeste disminuyen los valores y hacia el Este aumentan. Uruguay se encuentra en la zona 21- H y 22-H. Por tanto, cada huso es de 6° de longitud por 8° de latitud. En la figura abajo, vemos el planeta Tierra según UTM

⁶ Mercator es la versión latina del nombre holandés(flamenco) Kraemer. Fue quien inventó la proyección que lleva su nombre, en el siglo XVI cuando el latín era la lengua universal de la ciencia, y quedó su nombre así identificado para la posteridad.

⁷ Según Doménech,F.V 1981. Prácticas de Topografía ,Cartografía y Fotogrametría. Ed.CEAC,Barcelona,España.

UTM Zone Designators



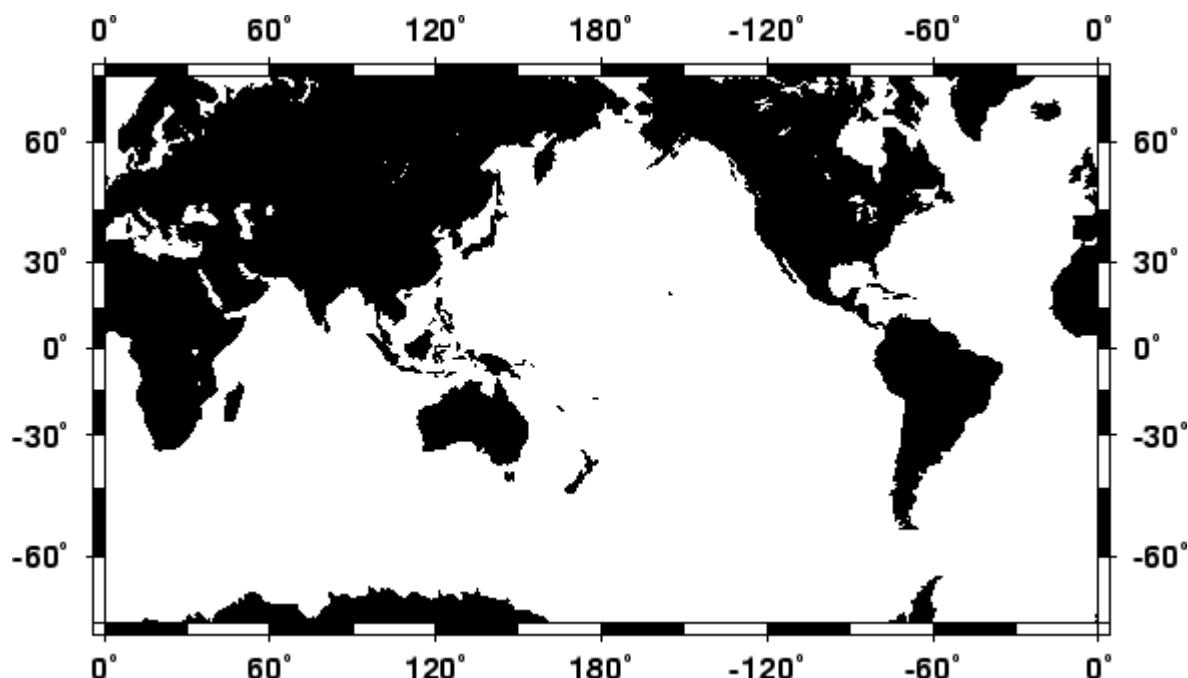
Ahora bien, la cuadrícula UTM divide el planeta Tierra entre latitud 84°N y 80° S en 60 zonas, $360^\circ / 60 = 6^\circ$, por tanto cada una de ellas es de 6° de amplitud. La zona 1 comienza en longitud 180° W, que es lo mismo que 180°E, de acuerdo a como se muestra en la Figura de arriba..-

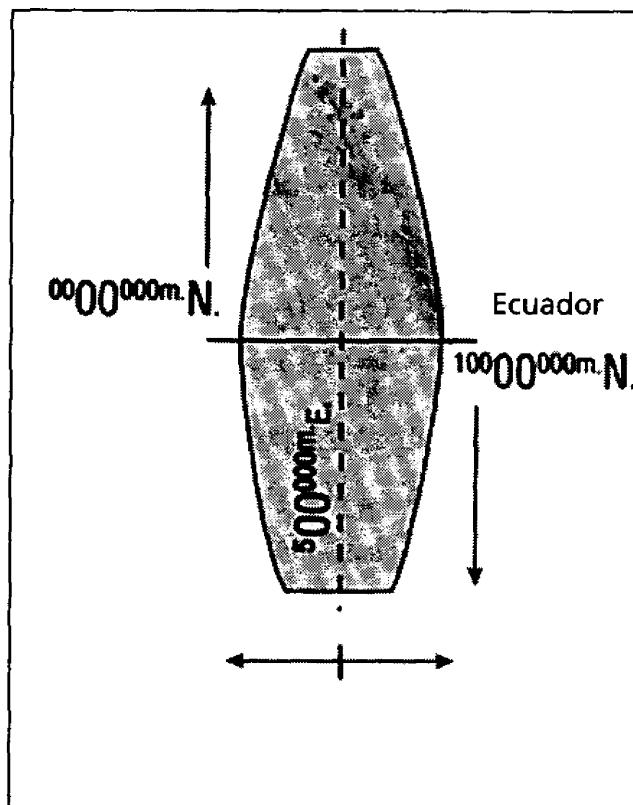
El número de zona aumenta en una unidad por cada 6° de intervalo, hasta cubrir toda la circunferencia y alcanzar la última zona, la número 60. Como cada zona representa una zona aplanada de la esfera terrestre, sufre una deformación y , por eso, las coordenadas UTM son llamadas **falsas coordenadas**, distinta de la cuadrícula de latitud y longitud, que se corresponde con coordenadas geográficas. O sea que la red se forma con un huso tangente a la meridiana central de cada huso, cuya longitud es de 3° con 6° de separación.

En resumen, la cuadrícula U T M se define de la siguiente forma:

La Tierra entre las latitudes 84° N y 80° S está dividida en 60 zonas o husos de 6° de Longitud, numerados de 1 a 60 desde el meridiano de Greenwich de forma que el meridiano 0° separa los husos 30 y 31. A su vez, cada Huso se divide en Zonas de 8° de Latitud y cada franja es nombrada con una letra. Las zonas polares se representan en proyección estereográfica (Universal Polar Stereographic ,UPS). Las coordenadas vienen dadas en **metros** y no en pies, a pesar de ser una proyección desarrollada por norteamericanos.

La proyección transversa de Mercator proporciona una cuadrícula uniforme para toda la Tierra, pero los mapas no cubren áreas de la zona Polar Norte ni Polo Sur. En efecto, a partir de los 84° Norte y 80° Sur de latitud, estas zonas se representan mediante la proyección Estereográfica Polar Universal(UPS).





Meridianos de zona UTM.

Como dijimos anteriormente, las coordenadas UTM son llamadas **falsas coordenadas**, y en la figura tenemos la definición para cada zona del Planeta (son 60). Para evitar coordenadas negativas en el Hemisferio Sur, al Sur del Ecuador adopta un valor arbitrario, que se llamará Falso Norte. En efecto, el Falso Norte en el H.Sur es 10.000.000m (10.000 km) y el Falso Este 500.000 m (500 km) en la meridiana de contacto de la zona.

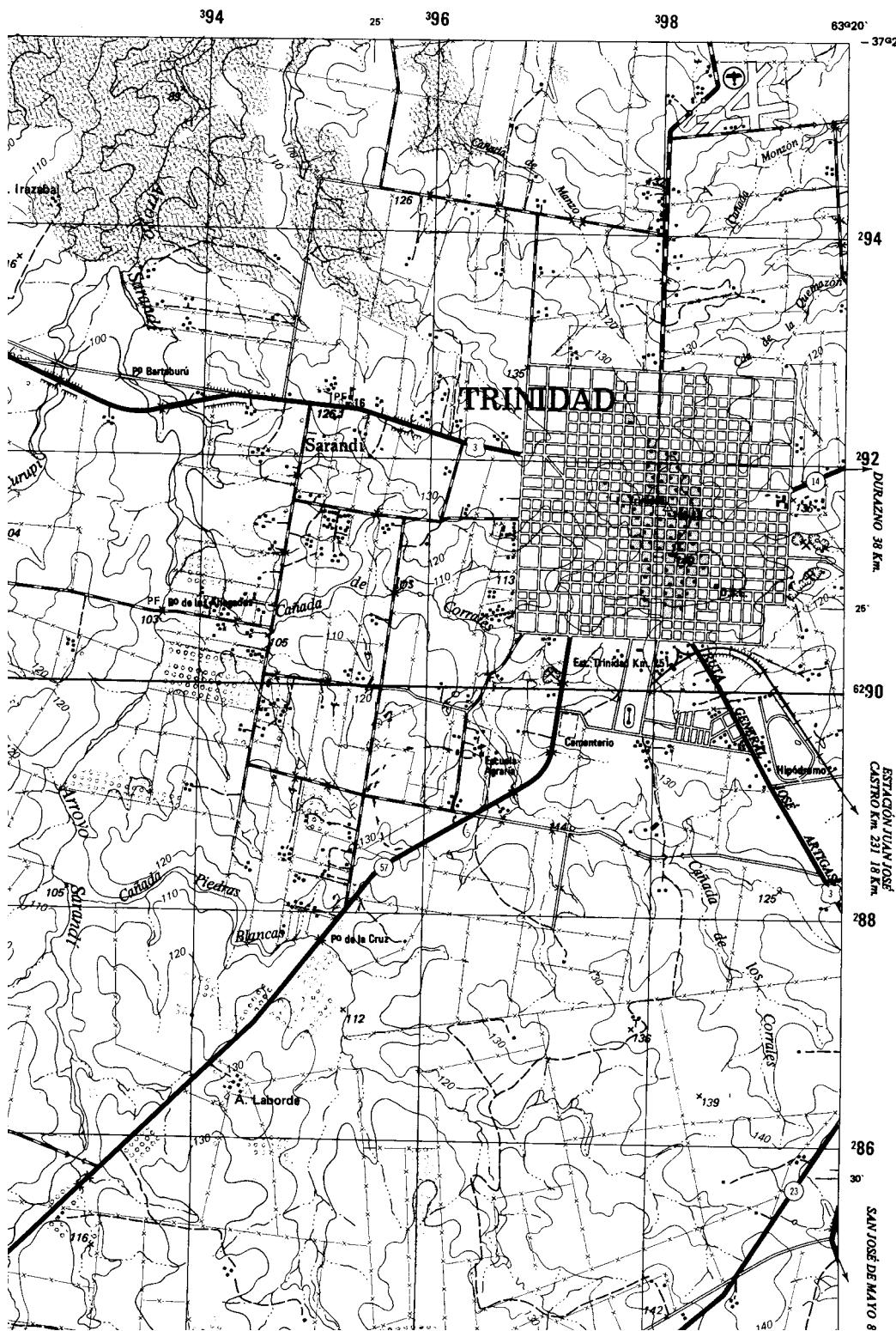
Coordenadas Gauss-Kruger.

El sistema es el adoptado por el Uruguay para la representación del país en coordenadas planas. Las coordenadas Gauss también son llamadas **falsas coordenadas**, igual que en UTM, porque el meridiano de contacto que adquiere el valor Falso Este 500 km se hace coincidir con la meridiana $62^{\circ} W$.

Ahora bien, estas coordenadas no coinciden con las UTM, porque el meridiano de referencia (Falso Este) de la zona **21 H** es longitud $W 57^{\circ}$ y el de la carta del SGM es $62^{\circ} W$ o sea $W 55^{\circ}48$ (Falso Este), por lo cual tendremos siempre una diferencia de algo más de 111 km en los x (Estes). También existe una diferencia bastante más pequeña en la Latitud.

En la figura posterior a la imagen de Trinidad, mostramos la vista del monitor de un programa conversor de coordenadas, donde se puede apreciar los valores de las diferentes variables.

HOJA M - 22



En la figura se puede apreciar un ejemplo de dos puntos y sus respectivas conversiones de coordenadas UTM a Gauss_Krugger . Entonces se puede apreciar la conversión de WGS84 – Hayford Internacional y UTM a Yacaré, las constantes x , y z desde un elipsoide al de Hayford (X = -155, Y = 171; Z =37) y para el Datum Yacaré el origen de las coordenadas y el valor del **Falso Norte** 10:002.228,19 metros y el Falso Este 500.000 metros se corresponde con la longitud -62.0000 o 62 W en grados centesimales.

6 ESQ		6 ESQ	
Northing: (Meters)	6289759		
Easting: (Meters)	507039		
Northing: (Meters)		6289944	
Easting: (Meters)		395596	
7 ESQ		7 ESQ	
Northing: (Meters)	6289783		
Easting: (Meters)	506779		
Northing: (Meters)		6289974	
Easting: (Meters)		395344	
Convergence: (Degrees)	0° 2' 25.18735"	0° 37' 20.40804"	
Scale Factor:	0.999600566537	1.000134985419	
System:	Universal Transverse Mercator	TM-URUGUAY	
Datum Transf.:	World Geodetic System 1984	Yacare-Int. Hayford 1924	
Ellipsoid:	WGS 1984		
Zone:	Zone 21S - 60°W to 54°W	Zone 21S	
Batum Shift: (Seconds)	0.35701" N , 1.41"26" E		
Batum Shift: (Meters)	11.00 N , 36.57 E		
Coordinate System 'TM-URUGUAY' Zone 'Zone 21S'			
Geodetic Datum: Yacare-Int. Hayford 1924			
Projection: Transverse Mercator			
Projection Parameter Distance Units 'Meters'			
Projection Parameter Angular Units 'Grads'			
False Northing: 1000000.000000			
False Easting: 500000.000000			
Longitude of the Central Meridian: -62.00000000			
Latitude of Origin of Projection: 0.00000000			
Scale Factor at Central Meridian: 1.000000000000			
Geodetic Datum Transformation 'Yacare-Int. Hayford 1924'			
Transformation Method = Maledensky			
Semi-major Axis (meters): 6378388.000000			
Reciprocal Flattening (1/f): 297.0000000000			
Prime Meridian shift from Greenwch (deg): 0.0000000000			
X Shift to WGS 84 (meters): -155.000000			
Y Shift to WGS 84 (meters): 171.000000			
Z Shift to WGS 84 (meters): 37.000000			

Los valores de la columna de la izquierda son UTM y los valores a la derecha son los del Datum Yacaré o sea el datum del sistema SGM uruguayo, proyección Gauss-Kruger.

1.9 Errores en las mediciones.

Al realizar una medición siempre se comete un error, que es la diferencia entre el valor de la medición efectuada y el valor real de la magnitud medida. Puede establecerse categóricamente que ninguna medida es exacta, toda medida tiene errores y nunca se puede conocer el valor verdadero de una dimensión. A continuación se transcriben unas definiciones importantes⁸ que conviene tener presente cuando se habla de errores en las mediciones.

Medir : comparar una cantidad con su respectiva unidad con el fin de averiguar cuantas veces la primera contiene a la segunda.

Error: desigualdad entre el valor real de una magnitud y el valor medido para ella.

Exactitud: Aproximación al valor verdadero de una medida correspondiente a una magnitud.

Precisión : búsquedas de la exactitud a través del grado de refinamiento con que se establece un valor.

Apreciar : Dar el valor que una cosa tiene. Leer el menor valor que una graduación presenta.

Estima : Valuación de una medida por aproximación al valor verdadero. Interpolación entre dos menores que presenta el instrumento de medida.

Compensación : Equilibrar-igualar en opuesto sentido el efecto de una equivocación o error.

Tolerancia : Máximo error admisible en una medición a efectos de compensar el mismo.

Como señalábamos en un principio, en toda medición hay errores. En toda medición intervienen generalmente, dos partes, el operador y el instrumento, siendo ambos fuente de errores.

El operador puede introducir errores por desconocimiento, impericia, o simplemente por la capacidad de apreciación y estima en las lecturas. Quizás también el método de trabajo sea quien posibilite la existencia de errores. La metodología de trabajo debe ser analizada y utilizar métodos rutinarios aprobados.

El instrumento, por ser compuesto de partes ópticas, electrónicas, tiene piezas móviles y estas deben guardar ciertas relaciones entre sí. Así por ejemplo, el caso del teodolito en el que los ejes deben guardar la relación de perpendicularidad y en el caso de los niveles la de paralelismo. El uso, el desgaste, o simplemente la falta de control o de rigurosidad del operador, hacen que estas relaciones no se cumplan y generen errores.

⁸ Atencio,A. et al 1999. Errores en la mediciones En “Topografía Agrícola” Serie Manuales N°24. Editorial de la Universidad Nacional de Cuyo, Mendoza. Argentina,324p.-

Por tanto, al efectuar una medición se debe estar consciente de la existencia de errores, por lo que se deberá operar con atención en la determinación de la misma, utilizando procedimientos de control, tanto en la operatoria como en el instrumento. De esta forma podemos llegar a que los errores estén dentro de los valores admisibles (Tolerancia) para poder luego, compensarlos y llegar finalmente a valores aceptados

Puesta de manifiesto del error.

Al medir y obtener el valor de una medición podemos llegar a tener una idea de si es correcta o no, pero con la idea no es suficiente, hay que comprobar o controlar lo hecho.

Supongamos que se está midiendo con cinta la distancia entre dos puntos A y B, en el terreno yendo de A hacia B se mide 436,28 m, se regresa desde B hacia a A y se mide 436,32 m, ¿estamos conforme con lo realizado y se tomará como valor final?

$AB = 436,30 \text{ m}$. Porqué, verificamos no cometiendo equivocaciones, y $0,04 / 436,30 = 1/10908$ que es una medida lineal muy precisa para medición con cinta. Ahora si de B hacia A obtenemos 386,30 m significa que se ha cometido un error grosero; pero cuando fue? El error se cometió a la ida o a la vuelta? ¡Habrá que hacer todo de nuevo!

No solamente en la operatoria es necesario poner de manifiesto la posible existencia de errores, sino que en el instrumental también. Antes de medir hay que saber, mediante las pruebas pertinentes, si el instrumento tiene o no error, ya sea para corregirlo o para compensarlo según sea el caso.

Por tanto se concluye en :

- Controlar el instrumental previo a la medición.
- Prever la operatoria adecuada para cada medición (Rutina de trabajo)
- Aplicar mecanismos de control en dicha operatoria
- Operar con atención y criterio.

Tipos de errores

Algunos errores se pueden evitar. Por ejemplo, si se mide con una cinta empalmada con defecto en una cantidad conocida de centímetros, este valor se deberá agregar al final en tantas veces como se aplicó la cinta(cintadas). Pero hay otros errores que inevitablemente se van a producir. Que sea inevitable significa que el operador no es el principal responsable del mismo. Estos errores se producen por accidente, en forma casual, no se sabe cuándo ni en qué valor y sentido, son los denominados errores accidentales, casuales o aleatorios. En la teoría de errores no se puede considerar los errores materiales o groseros, que surgen de la negligencia o desconocimiento del operador, por ejemplo, al medir la longitud de una línea y olvidarse de contabilizar una cintada.

Por tanto, los errores que contienen las medidas son de dos tipos, sistemáticos y accidentales. Los errores sistemáticos siguen leyes matemáticas y físicas. La magnitud de los mismos puede ser constante o variable, dependiendo de las condiciones. Por ejemplo, el caso de la cinta empalmada, cuya longitud es algo mayor a la indicada, estará introduciendo un error positivo cada vez que se utiliza. El cambio de longitud de una cinta de acero, que resulta de una diferencia dada de temperaturas, puede calcularse por

medio de una fórmula y efectuarse fácilmente la corrección. Los errores accidentales son los que quedan después de haber eliminado las equivocaciones y los errores sistemáticos. Son ocasionados por factores fuera del control del operador, obedecen leyes de probabilidad y se llaman también errores aleatorios, son errores que están presentes en todas las mediciones topográficas.

Unidades de Medida

Unidades angulares.

Para las medidas angulares se emplean distintas unidades, que varían según el sistema que se adopte para la división de la circunferencia, sexagesimal, centesimal y lineal.

Sistema sexagesimal.-

En este sistema se supone la circunferencia dividida en 360 partes iguales cada una, donde cada parte es un *grado*, cada grado a su vez se divide en 60 partes, y cada parte es un *minuto* y cada minuto en otras 60 partes para definir el *segundo*.

Sistema centesimal

En la actualidad, el sistema se va imponiendo en la Topografía por su mayor exactitud el sistema centesimal, y es el utilizado en Geodesia. Este sistema supone la circunferencia dividida en 400 partes iguales, el grado centesimal 1^G

A su vez el grado se divide en 100 partes dando origen al minuto, y a su vez este dividido en otras 100 partes da origen al segundo centesimal.

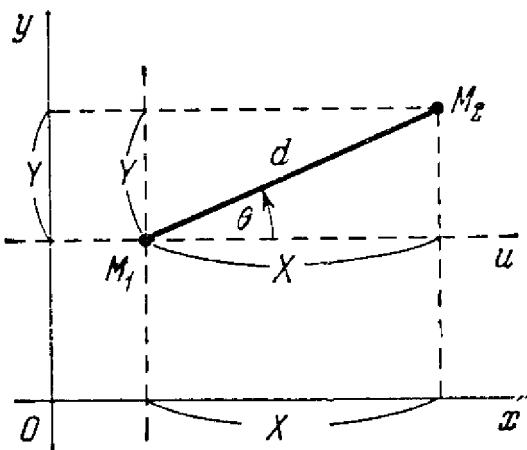
Hay varias notaciones para el sistema, el SGM utiliza la expresada anteriormente, otra posibilidad es utilizar una g, por ejemplo, $56^g,2040$. Es decir, 56 grados 20 minutos 40 segundos.

En el curso mantendremos el uso del sistema sexagesimal, el cual es el utilizado mayoritariamente en el país y en la región.-

1.10 Elementos de Geometría Analítica.

1.10.1. Proyecciones de un segmento

Si tenemos el segmento M_1M_2 , trazamos por el origen una línea paralela u al eje Ox. Designamos con θ el ángulo en que hay que hacer girar la línea u para que ésta tenga la dirección el segmento M_1M_2 . Si el ángulo lo tomamos como está convenido en trigonometría, este ángulo se llama **ángulo polar** del segmento M_1M_2 . Es evidente que θ



representa el ángulo polar del punto M_2 en el sistema polar de coordenadas, que tiene el polo en el punto M_1 y cuyo eje polar la semirrecta u ; la longitud d del segmento considerado representa en este sistema el radio polar del punto M_2 .

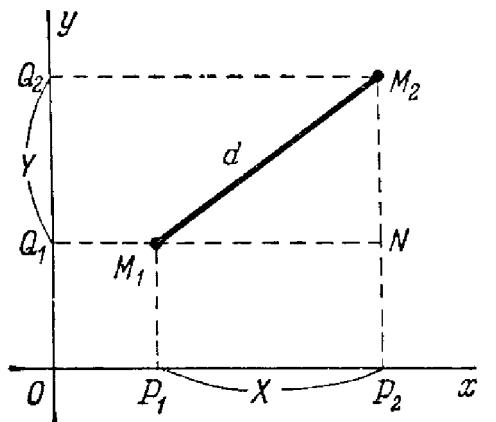
Los números X, Y son las coordenadas cartesianas del punto M_2 y por tanto se cumple

$$X = d \cos \theta ; \quad Y = d \sin \theta$$

1.10.2. Distancia entre puntos

Uno de los problemas elementales que más frecuentemente se suele resolver en geometría analítica es el de la **determinación de la distancia entre dos puntos dados**. Cualquiera que sea la posición de los puntos $M_1(x_1, y_1)$ y $M_2(x_2, y_2)$ en el plano, la distancia d entre ellos se determina por la fórmula

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$



Designemos con la letra N el punto intersección de las rectas M_1Q_1 y M_2P_2 , como el triángulo M_1M_2N es rectángulo, según el teorema de Pitágoras, tenemos

$$d = \sqrt{M_1N^2 + M_2N^2}$$

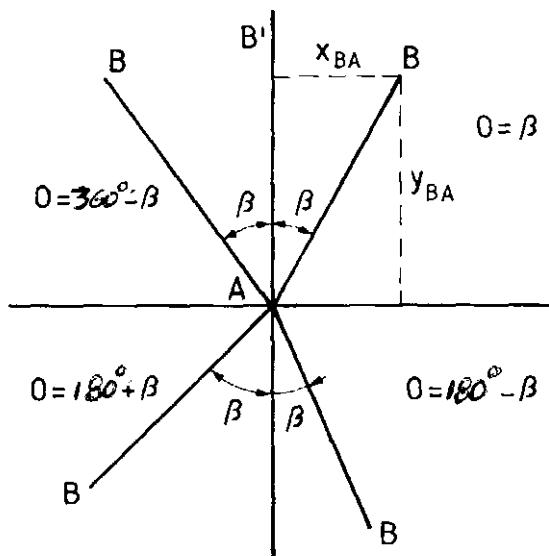
Pero es evidente que las longitudes de los catetos M_1N y M_2N coinciden con los valores absolutos de las proyecciones X, Y del segmento M_1M_2 sobre los ejes coordenados y por tanto

$$d = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

Por ejemplo, sean los puntos 1 (2100.26 / 1998.98) y 2 (2013.32 / 2194.13) la distancia entre los mismos será igual a

$$\text{Dis}_{1-2} = \sqrt{(2100.26 - 2013.32)^2 + (1998.98 - 2194.13)^2} = 213.64 \text{ m}$$

1.10.3. Orientación de un segmento



Distancia entre puntos e Orientación de un segmento

La orientación del segmento AB se deduce de las coordenadas ; en efecto

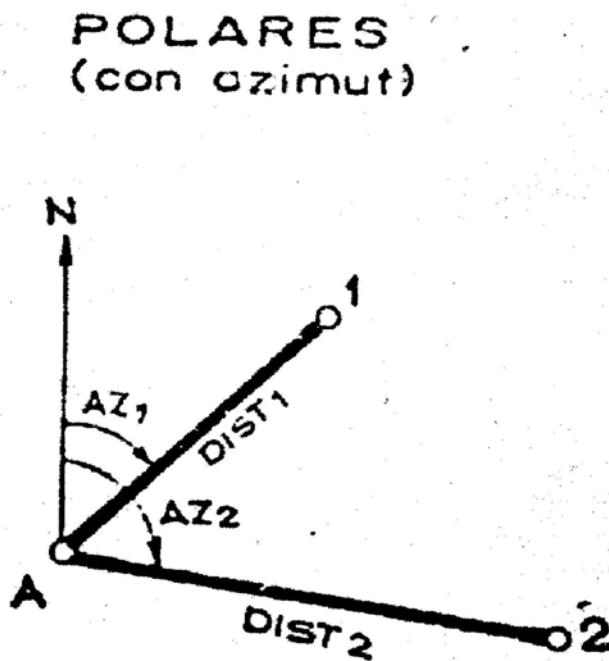
$$\tan \beta = X_{BA}/Y_{BA} \text{ por lo tanto el ángulo } \beta = \tan^{-1} [X_{BA}/Y_{BA}]$$

Dependiendo de la situación de los puntos, la orientación (Azimut) se deducirá con +/- 180 o sustrayendo de 360° el ángulo obtenido, o será tal cual resulta de la operación señalada, si estuviese en el primer cuadrante.-

Geometría por Coordenadas

1.10.4. Polares de un punto⁹

En el curso nosotros vamos a obtener siempre las coordenadas a través de las **polares por azimut**, porque es una metodología de trabajo más adaptada a las condiciones de disponibilidad de herramientas de cálculo (calculadoras programables, hojas de cálculo, etc,) disponibles normalmente para un ingeniero agrónomo.



$$X_1 = \text{DIST}_1 \times \sin \text{AZ}_1$$

$$Y_1 = \text{DIST}_1 \times \cos \text{AZ}_1$$

$$X_2 = \text{DIST}_2 \times \sin \text{AZ}_2$$

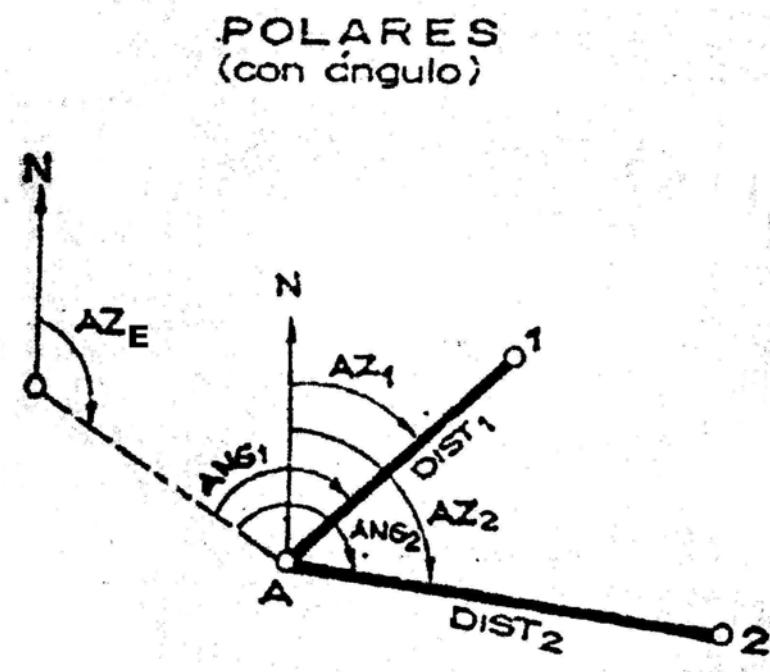
$$Y_2 = \text{DIST}_2 \times \cos \text{AZ}_2$$

Por tanto, las coordenadas cartesianas de los puntos 1 y 2 relevados desde una estación A, serán las obtenidas de acuerdo con las operaciones algebraicas anteriores, de **cn** (coseno) y **sin**(seno) del ángulo horizontal llamado Azimut por la correspondiente distancia a los mismos.

⁹ Las imágenes se han tomado de los manuales de programas para máquinas Hewlett&Packard del Ing.Agrim.Héctor Acevedo Richero

1.10.5. Polares con ángulo interno a derechas.

El trabajo a través de las polares de los puntos por ángulo, (polar por ángulo) es una rutina de trabajo topográfico común en la agrimensura con disponibilidad de herramientas de cálculo. Esencialmente, la diferencia consiste en colocar cero en la lectura atrás del goniómetro(teodolito) en la estación, y por lo tanto, en el campo se levantan siempre ángulos a derechas. En el programa electrónico en la Estación Total, en la colectora o en la calculadora programable, se procesa para pasar a **azimutes** y obtener las cartesianas de los puntos relevados, a través de las fórmulas ya conocidas.



Es decir, que de acuerdo con el esquema de arriba, en el campo se miden los ángulos a derechas ANG_1 y ANG_2 , para luego deducir (**calcular**) los Azimut de la alineación A-1 (AZ_1) y el Azimut de la alineación A-2 (AZ_2).

En las Figuras de abajo se indican las fórmulas y sendos ejemplos demostrativos de los cálculos.

angulo → azimut

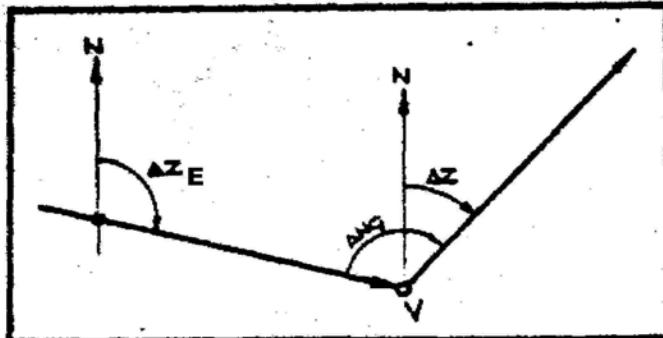
$$AZ = AZ_E + ANG \pm 180^\circ$$

EJEMPLO

$$AZ_E = 105^\circ 23' 36''$$

$$\Delta\text{ANG} = 122^\circ 37' 06''$$

$$AZ = 48^\circ 00' 42''$$



azimut → angulo

$$\Delta\text{ANG}_i = AZ_i - AZ_{i-1} + 180^\circ$$

EJEMPLO

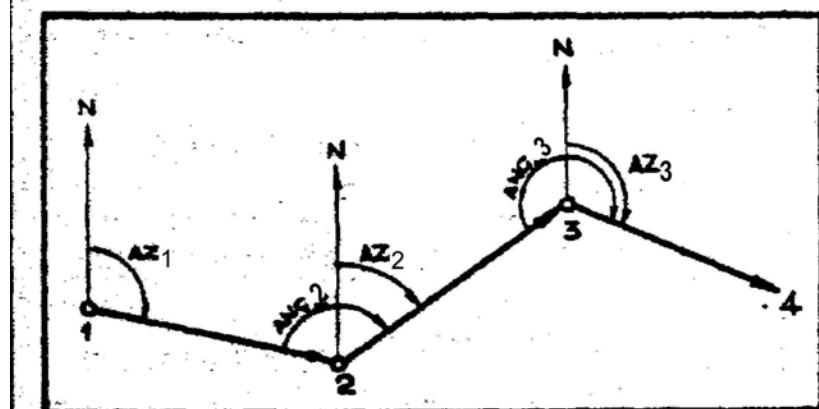
$$AZ_1 = 98^\circ 43' 15''$$

$$AZ_2 = 47^\circ 32' 18''$$

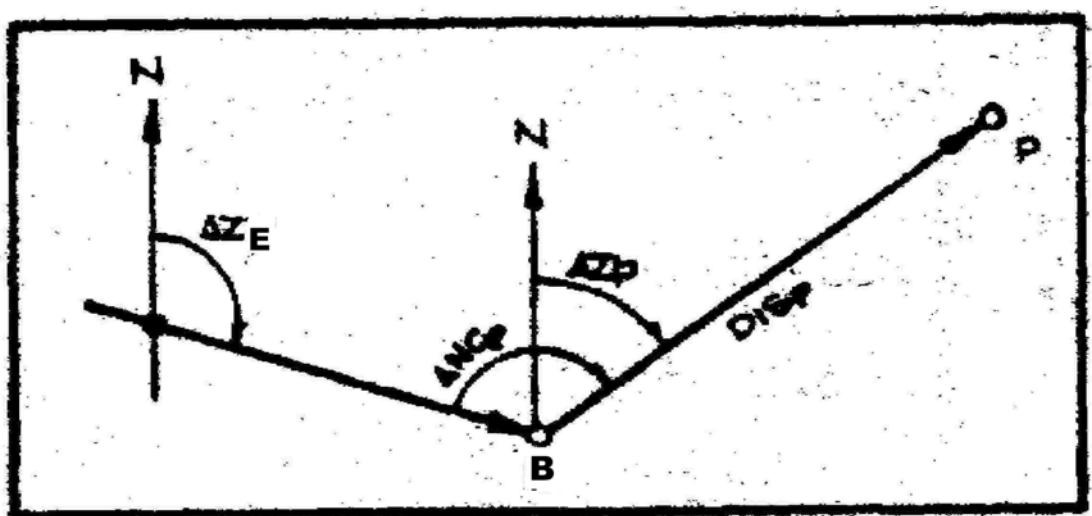
$$AZ_3 = 118^\circ 15' 36''$$

$$\Delta\text{ANG}_2 = 128^\circ 49' 03''$$

$$\Delta\text{ANG}_3 = 250^\circ 43' 18''$$



1.10.6. Azimut y distancia



azimut y distancia

$$\Delta X = X_B - X_P$$

$$\Delta Y = Y_B - Y_P$$

$$DIS_p = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}$$

$$AZ_p = \tan^{-1} \Delta X / \Delta Y + 180^\circ$$

Esto en esencia es lo expuesto en el ítem 1.10.3 con las fórmulas genéricas correspondientes.

Recordar que la orientación establecida través del Azimut saliendo de un punto es siempre el arco tangente (\tan^{-1}) de $\Delta E / \Delta N$ o $\Delta X / \Delta Y$ según el sistema coordenado que utilice.

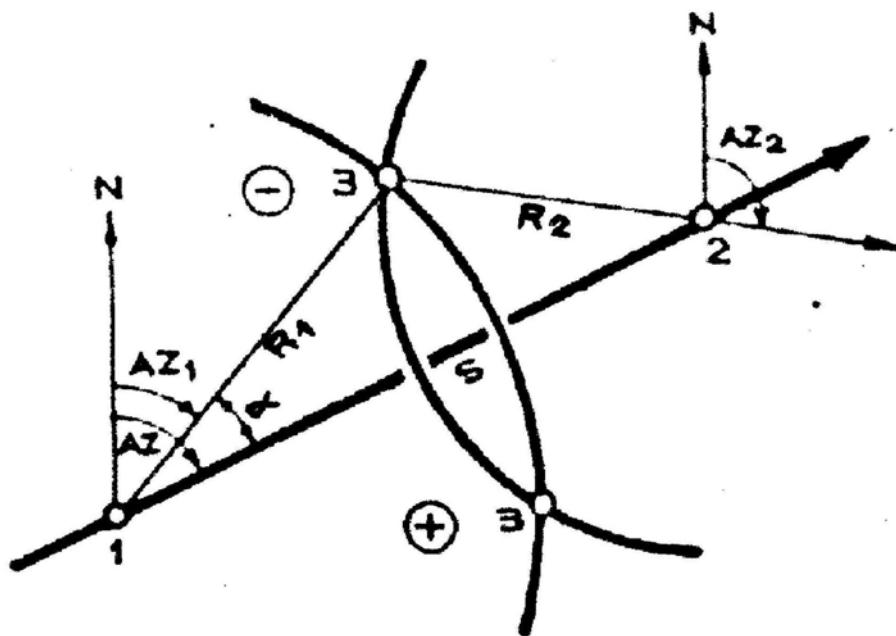
1.10.7. Intersección de circunferencias.

Este caso de intersección es de una importancia práctica fundamental, porque se aplica en el campo frecuentemente en la práctica topográfica, conociendo dos puntos de un proyecto o una mensura previa. Por otra parte, la buena comprensión de la intersección de circunferencias, es la base del posicionamiento de un GPS, como verá más adelante al finalizar el curso. Para una buena comprensión del tema es importante recordar claramente el teorema del coseno.

El objetivo es que deseamos retomar datos o replantar algo, con relación al viejo sistema, ya sea de un trabajo nuestro previo o de otro profesional. Es también una herramienta importante para el replanteo de puntos, es decir, saber ubicar el taquímetro en un sistema coordenado conocido para poder replantar determinadas coordenadas requeridas para cierto proyecto.

Basados en este concepto, se realiza la **resección**, conociendo las coordenadas de 1 y 2, con la medición de distancias y ángulos a cada uno de los puntos, determinaremos la posición del **punto incógnita 3** .-

INTERSECCION DE CIRCUNFERENCIAS



Bases teóricas del procedimiento¹⁰

La base teórica del procedimiento es el teorema del coseno, en efecto en el campo tomamos dos distancias a los puntos de coordenadas conocidas 1 y 2, que son los radios de sendas circunferencias R_1 y R_2 , desde el punto cuyas coordenadas queremos hallar.

De acuerdo con la nomenclatura establecida en la imagen anterior, aplicando el teorema del coseno tenemos:

$$R_2^2 = R_1^2 + S^2 - 2 R_1^2 S \cos \alpha$$

Multiplicando la expresión por (-1) tendremos:

$$-R_2^2 = -R_1^2 - S^2 + 2 R_1^2 S \cos \alpha$$

reordenando la expresión

$$R_1^2 + S^2 - R_2^2 = 2 R_1^2 S \cos \alpha$$

despejando

$$R_1^2 + S^2 - R_2^2 / 2 R_1^2 S = \cos \alpha$$

De donde finalmente α , resulta $\cos^{-1} = (R_1^2 + S^2 - R_2^2) / 2 R_1^2 S$

Más adelante comprenderá cabalmente el estudiante, al estudiar el tema de orientaciones y poligonales, la importancia del concepto azimut. Lo importante en este momento, es entender el meollo del problema que se ubica en determinar el ángulo α con el cual podremos calcular el Azimut $\Rightarrow AZ$ de una alineación y por ende las coordenadas del extremo de la misma, en este caso el punto 3.-

El Azimut partiendo desde 1 hacia 3, será $AZ_1 = AZ +/- \alpha$ según sea la solución positiva o negativa la buscada. La convención de positiva o negativa es si está a derecha o a la izquierda del sentido ordinal de los puntos. Obviamente, de acuerdo con la figura de arriba, la opción negativa está por encima de la recta que une los puntos 1 y 2, y la positiva está por debajo por estar a derechas.

¹⁰ Apuntes Elementos de Trigonometría.

Ejemplo de Aplicación

Como ejemplo a resolver, verifique las dos soluciones posibles de una resección realizada a los dos puntos **1** (531,25 / 467,20) $R_1 = 185,00$
2 (213,21 / 339,87) $R_2 = 210,00$

Para resolver el problema, realice un croquis de ubicación de los respectivos puntos, para visualizar la situación.

Solución + 3 $X_3 = 349,17$ $Y_3 = 499,92$ AZ 1 = $280^\circ 11'13''$

Solución - 3 $X_3 = 422,05$ $Y_3 = 317,86$ AZ1 = $216^\circ 10'29''$